UNIMAR - UNIVERSIDADE DE MARÍLIA
FEAT – FACULDADE DE ENGENHARIA, ARQUITETURA E TECNOLOGIA

TOPOGRAFIA I e II

ANOTAÇÕES DE AULA

Prof. CARLOS EDUARDO TROCCOLI PASTANA

CORREÇÕES E SUGESTÕES

e-mail: pastana@projeta.com.br

telefone: 3422-4244

REVISADA e AMPLIADA EM 2010-1

ÍNDICE

CAPÍTULO 1

CAPÍTULO 2

CAPÍTULO 3

CAPÍTULO 4

CAPÍTULO 5

CAPÍTULO 6

CAPÍTULO 7

CAPÍTULO 8

CAPÍTULO 9

CAPÍTULO 10

CAPÍTULO 1

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

1. – CONCEITOS FUNDAMENTAIS:

No nosso dia a dia, deparamos freqüentemente com situações nas quais é necessário determinar as posições relativas de pontos sobre a superfície, bem como suas representações através de plantas, mapas, cartas ou perfis.

Primeiramente, é importante o conhecimento do significado da palavra Mensuração. Etimologicamente, Mensuração é de origem latina, da palavra *mensuratione*. Segundo o dicionário do Aurélio, a palavra Mensuração significa o ato de medir ou de mensurar. Mensuração terá um sentido amplo, onde designará *a área de conhecimento humano que agrupa as ciências e as técnicas de medições, do tratamento e da representação dos valores medidos.*

O uso do termo Mensuração, tal como apresentado acima, não é de uso corrente entre os profissionais da área em nosso país. Na maioria das vezes, é freqüente o uso das palavras Agrimensura, Geodésia ou até mesmo Topografia. Estas palavras apresentam um significado um pouco restrito e fazem, simplesmente, partes da Mensuração. Apresenta-se a seguir algumas ciências e técnicas que fazem parte da Mensuração:

- Geodésia
- Topografia
- Cartografia
- Hidrografia
- Fotogrametria

O objetivo do nosso curso e a de realizar-se uma representação gráfica, em plantas, dos limites de uma propriedade com suas divisões internas e os detalhes que estão no seu interior (cercas, edificações, áreas cultivadas, benfeitorias em geral, rios, córregos, vales, espigões etc.), tornando-se necessário recorrer à TOPOGRAFIA.

1.1. DIFERENÇA ENTRE GEODÉSIA E TOPOGRAFIA:

A Topografia está inserida na Geodésia, utilizam métodos e instrumentos semelhantes, porém, a Geodésia se preocupa com a forma e dimensões da Terra, enquanto a Topografia se limita a descrição de área restritas da superfície terrestre.

A GEODÉSIA (do grego *daiein*, dividir) é uma ciência que tem por finalidade a determinação da forma da terra e o levantamento de glebas tão grandes que não permitem o desprezo da curvatura da Terra. A aplicação da Geodésia nos levantamento topográficos é justificada quando da necessidade de controle sobre a locação de pontos básicos no terreno, de modo a evitar o acúmulo de erros na operação do levantamento.

É a parte da MENSURAÇÃO que tem por objetivo e estudo da forma e dimensão da terra. Levando em consideração a forma da Terra, a Geodésia desenvolve as soluções para transformar a superfície do elipsóide em uma superfície plana como a das cartas.

Apesar da superfície terrestre ser bastante irregular, formada de depressões e elevações, é possível considerá-la regular em face da reduzida dimensão destes acidentes em relação ao raio da Terra, uma vez que a máxima depressão ou elevação é inferior a 10 km, desprezível ante a extensão do raio médio da Terra, aproximadamente igual a 6.371 km. Nestas condições, em primeira aproximação, a superfície terrestre pode ser considerada como a superfície de nível médio dos mares, supostamente prolongada por sob os continentes e normal em todos os seus pontos à direção da gravidade, superfície esta denominada de GEÓIDE.

Tendo em vista a impossibilidade de ser determinada a equação analítica representativa desta superfície, adotou-se como forma da Terra a de um elipsóide de revolução girando em torno do seu eixo menor, dito ELIPSÓIDE TERRESTRE (figura 1.1), que é definido por:

SEMI-EIXO MAIOR = a
ACHATAMENTO: A = (a - b) / a

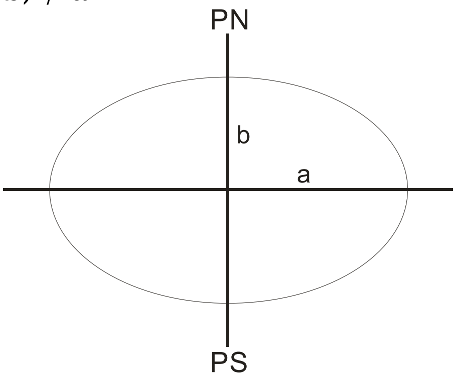


Figura 1.1 – Elipsóide Terrestre
(Adaptado de Jelinek, A. Ritter – Material Didático)

Elipsóide internacional de referência:

a = 6.378.388 m
b = 6.356.912 m
A = 1/297
R = (2a + b)/3 = 6.371.220 m

Assim sendo, a GEODÉSIA[1] e a TOPOGRAFIA têm os mesmos objetivos, diferindo nos fundamentos matemáticos em que se baseiam, a geodésia apoiada na trigonometria esférica e a topografia, na trigonometria plana.

A TOPOGRAFIA por sua vez, que considera trechos de dimensões limitadas, admite a superfície terrestre como plana, o que corresponde a desprezar a curvatura da Terra.

No nosso curso não nos aprofundaremos no estudo da GEODÉSIA.

[1] É sob este conceito de forma da Terra que a GEODÉSIA trabalha nos estudos que exigem maior rigor matemático.

1.2. TOPOGRAFIA:

Etimologicamente, a palavra TOPOGRAFIA é de origem grega, onde *topos* indica lugar e *graphen*, descrever. Significa, portanto, ***a descrição exata e minuciosa de um lugar***. (DOMINGUES, 1979). Logo, podemos definir classicamente a TOPOGRAFIA como sendo *a ciência que estuda a representação detalhada de uma superfície terrestre, representada através de uma Projeção Ortogonal Cotada, denominada Superfície Topográfica. Isto equivale dizer que, não só os limites desta superfície, bem como todas as suas particularidades naturais ou artificiais, serão projetada sobre um plano considerado horizontal, sem levar em conta a curvatura resultante da esfericidade terrestre.*

A esta projeção ou imagem figurada do terreno dá-se o nome de PLANTA ou PLANO TOPOGRÁFICO[2]. (ESPARTEL, 1987).

Esta superfície plana é chamada de PLANO TOPOGRÁFICO e é um plano perpendicular a direção vertical do lugar, isto é, à direção da gravidade. Sendo assim, adotando-se esta hipótese do plano topográficos do terreno serão projetados sobre o referido plano.

1.2.1 LIMITES DE APLICAÇÃO DA TOPOGRAFIA:

A hipótese do plano topográfico exige certa restrição no que se refere à extensão da área a ser levantada, uma vez que todas as medidas são realizadas partindo do princípio da Terra ser plana, ou seja, não considerando a sua curvatura. Deste modo, a adoção da hipótese do plano topográfico implica na substituição do arco a pela tangente, cometendo assim um erro, denominado de *erro de esfericidade*.

A tangente pode ser calculada pela expressão (1.1):

$$t = R \times tg \propto \qquad (1.1)$$

E o arco pode ser calculado pela expressão (1.2):

---

[2] Não sendo a crosta terrestre uma superfície plana, a topografia supõe um plano horizontal, tangente a geóide, num ponto central à área a ser levantada, plano este onde são projetados todos os acidentes do terreno.

$$a = \frac{\pi \times R \times \propto}{180^o} \quad (1.2)$$

Se levarmos em consideração o raio da terra, aproximadamente 6.371,00 km, pode-se dizer que para medidas de distâncias muito pequenas, seus valores medidos sobre a superfície esférica serão aproximadamente iguais àqueles medidos sobre um plano (Figura 1.2)

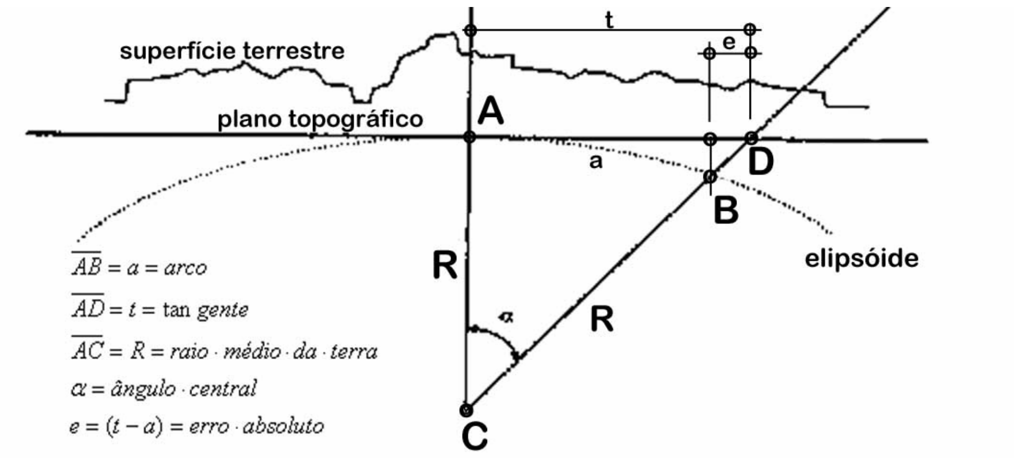


Figura 1.2 – Limites do Plano Topográfico
(Adaptado de Segantine, Paulo – Notas de Aula de Topografia)

A tabela 1.1 apresenta os valores da tangente e do arco em função do ângulo central.

VALORES DE α	TANGENTE *t* (m)	ARCO *a* (m)	ERRO ABSOLUTO DE ESFERICIDADE (m)	ERRO RELATIVO DE ESFERICIDADE APROXIMADO
5’	9.266,250	9.266,244	0,006	1:1.418.000
10’	18.532,540	18.532,488	0,052	1:354.000
15’	27.798,908	27.798,732	0,176	1:158.000
30’	55.598,875	55.597,463	1,412	1:39.000
1°	111.206,219	111.194,927	11,292	1:9.800
1,5°	166.830,506	166.792,390	38,116	1:4.300

Tabela 1.1 – Erro de Esfericidade absoluto e relativo

Teoricamente chegou-se a conclusão que o efeito da curvatura da terra nos levantamentos planimétricos, para um arco próximo de 10 km, o erro de esfericidade é de aproximadamente 6mm (0,006m), apresentando, neste caso, um erro relativo aproximado da ordem de um milionésimo (0,000.001), erro este que pode ser totalmente desprezível em Topografia.

Na prática, aceitam-se levantamentos que apresentem uma precisão relativa da ordem de 1:200.000, o qual se indica a adoção do raio do campo topográfico da ordem de 25 a 30 km. Acima destes limites não se recomenda o emprego dos métodos topográficos.

Alguns autores consideram o limite de 50 km, a partir da origem do levantamento. A Norma NBR 13.133/94 – Execução de Levantamento Topográfico, da ABNT, considera um plano de projeção limitado a 80 km (item 3.40-d, da Norma). Assim, conclui-se:

1. – Para levantamentos de grande precisão, deve-se dividir a área em triângulos com área menor que 40 km^2 e os seus lados não devem exceder 10 km;
2. – Para serviços de normal precisão, pode-se limitar a área cuja planta pode-se levantar, a um círculo de aproximadamente 50 km de raio;
3. – Nos casos de levantamentos para estudos de construção de estradas, linha de transmissão de energia elétrica, onde o comprimento excede em muito a largura, isto é, representando uma estreita faixa da superfície terrestre, as operações topográficas <u>não estão sujeitas a limites</u>, e podem estender-se indefinidamente;
4. Sem medo de cometer exageros, pode-se afirmar que a Topografia pode encaixar-se dentro de todas as atividades da Engenharia, Arquitetura e Urbanismo, Geologia, etc..
5. De uma forma ou de outra, é tida como básica para os estudos necessários para a construção de:
   - Uma via (rodovia ou ferrovia);
   - Uma ponte ou um túnel
   - Uma barragem ou uma usina hidrelétrica;
   - Uma linha de transmissão de força ou telecomunicações;
   - Uma grande indústria ou uma edificação
   - Um conjunto habitacional;

- Planejamento urbano, paisagismo ou reflorestamento;
- Irrigações e drenagens;
- Perfuração de minas;
- Distribuição de água e rede de esgoto de uma cidade;
- Linha de metrô ou aeroportos.

6. Permite estimar o volume de terra a ser escavado (nos cortes) ou a ser acrescentado (nos aterros), num terreno natural, quando, após estudo e projeto, desejar-se alterá-lo. É possível, ainda, iniciar a perfuração de um túnel simultaneamente de ambos os lados de uma montanha, com a certeza de perfurar apenas um túnel e não dois (por um erro de direção), uma vez que fornece as direções exatas a seguir.

O uso e a aplicação da Topografia nos diferentes ramos de atividades têm sido incrementados, dentre outras razões, pela modernização do instrumental pertinente, aliada à introdução da informática nas medições e nos cálculos de praxe.

As grandezas medidas num levantamento topográfico podem ser: a) lineares e b) angulares.

a) As grandezas lineares são principalmente:

- **Distâncias horizontais;**
- **Distâncias verticais ou diferença de nível.**

As distâncias horizontais e verticais (figura 1.3) são determinadas pelas equações (1.3) e (1.4):

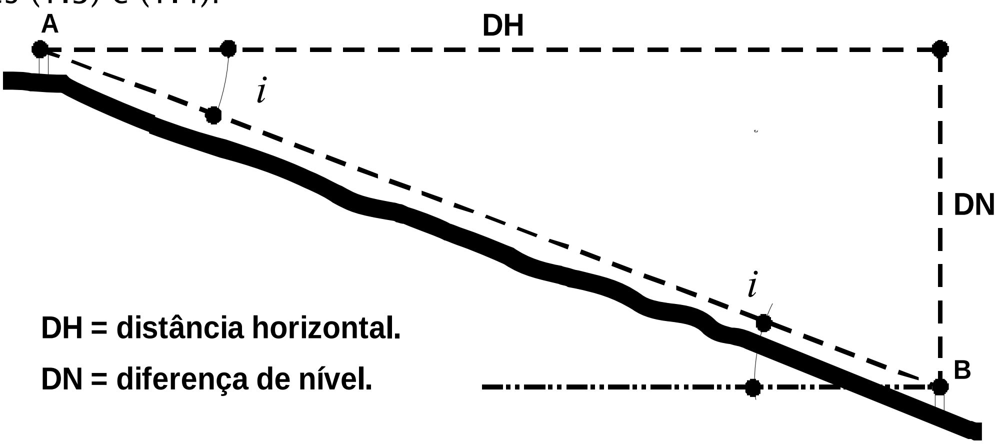


Figura 1.3 – Distâncias horizontais e verticais

$$DH = \overline{AB} \times \cos i \qquad (1.3)$$

$$DN = \overline{AB} \times sen i \qquad (1.4)$$

b) As grandezas angulares são: ângulos azimutais ou horizontais e ângulos zenitais ou verticais.

1.2.2. – DIVISÕES DA TOPOGRAFIA:

A TOPOGRAFIA pode se dividir em cinco partes principais (figura 1.4):

- TOPOGRAFIA
  - TOPOMETRIA
    - Planimetria ou Placometria
    - Altimetria ou Hipsometria
  - TOPOLOGIA OU GEOMORFOGENIA
  - TAQUEOMETRIA
  - FOTOGRAMETRIA
    - Terrestre ou Fototopografia
    - Aérea ou Aerofotogrametria
  - GONIOMETRIA

Figura 1.4 – Divisões da Topografia

1.2.2.1. TOPOMETRIA:

Segundo (Cordini, J.) a topometria estuda os processos clássicos de medida de distância, ângulos e diferença de nível. Encarrega-se, portanto, da medida das grandezas lineares e angulares, quer seja no plano horizontal ou no plano vertical, objetivando definir o posicionamento relativo dos pontos topográficos[3].

Por sua vez, a topometria se divide em: *planimetria* e *altimetria*.

A topometria pode alcançar o seu objetivo mediante três procedimentos distintos:

[3] Ponto topográfico é qualquer ponto do terreno que contribui para a definição das medidas lineares ou angulares.

- Efetuando medidas de grandezas angulares e lineares em relação a um plano horizontal de referência: *planimetria*; efetuando medidas de grandezas angulares e lineares em relação a um plano vertical de referência: *altimetria*;

- Efetuando conjuntamente medidas de grandezas angulares e lineares em relação aos planos horizontais e verticais, determinando assim as posições relativas dos pontos topográficos, bem como suas respectivas alturas – *taqueometria*. [São levantamentos topográficos denominados planialtiméricos];

- Efetuando medidas de ângulos, distâncias e diferenças de nível sobre fotografias tomadas de pontos do terreno: *fotogrametria terrestre*; ou sobre fotografias tomadas a partir de aeronaves: *aerofotogrametria*.

<u>A – Planimetria ou Placometria:</u>

Na Planimetria, as medidas, tanto lineares como angulares, são efetuadas em planos horizontais, obtendo-se ângulos e distâncias horizontais, *não se levando em consideração o relevo,* e a conseqüente determinação de coordenadas planas (X,Y) de pontos de interesse.

Consiste em obter *ângulos azimutais e distâncias horizontais.*

Para efeito de representação planimétrica ou avaliação de área, as distâncias inclinadas são reduzidas às dimensões de suas bases produtivas. Entende-se por base produtiva as dimensões que são aproveitadas praticamente; na Agricultura ou nas Edificações[4].

<u>B. – Altimetria ou Hipsometria:</u>

A altimetria estuda e estabelece os procedimentos e métodos de medida de *distâncias verticais* ou *diferenças de nível*, incluindo-se a *medida de ângulos*

[4] Na Agricultura as maiorias das plantas desenvolvem-se procurando o centro da Terra, o que faz com que a área utilizada seja a projeção horizontal. O mesmo acontece com as Edificações, pois exigem o aplainamento dos terrenos para que possam ser construídas

verticais. A operação topográfica que visa o levantamento de dados altimétricos é o *nivelamento*.

Os trabalhos da altimetria juntado a planimetria dão origem às **plantas planialtimétricas.** A altimetria isoladamente da origem ao **perfil**.

1.2.2.2. TOPOLOGIA ou GEOMOFOGENIA:

A Topologia, complemento indispensável à Topometria, tem por objetivo de estudo das formas exteriores do terreno (relevo) e as leis que regem a sua formação, suas modificações através dos tempos e as leis que as regem. A principal aplicação da Topologia dá-se na representação cartográfica do terreno pelas curvas de nível, que são as interseções obtidas por planos eqüidistantes, paralelos com o terreno a representar.

Atualmente vem sendo muito utilizada a técnica de representação do relevo através dos DTM: Digital Terrain Models. Por esta técnica é possível visualizar o relevo em perspectiva, em conjunto com a *planta planialtimétrica*, o que facilita sobremaneira a análise do problema de interesse.

1.2.2.3. TAQUEOMETRIA:

A Taqueometria tem por finalidade o levantamento de pontos do terreno, pela resolução de triângulos retângulos, dando origem às plantas cotadas ou com curvas de nível. A sua principal aplicação é em terrenos altamente acidentados, por exemplo: morros, montanhas, vales, etc., sobre o qual oferece reais vantagens em relação aos métodos topométricos, já que os levantamentos são realizados com maior rapidez e economia.

É a parte da topografia que trata das medidas indiretas das distâncias horizontais e verticais.

1.2.2.4. FOTOGRAMETRIA:

A Fotogrametria Terrestre é aquela que é realizada por aparelhos chamados fototeodolitos (fotogrâmetros), instalados convenientemente em pontos do terreno que fornecem fotografias orientadas (fotogramas), que permitem levantar com precisão suficiente os detalhes do terreno.

A Aerofotogrametria é o método de levantamento utilizado para grandes glebas de Terra. Emprega aparelhagens moderníssimas, e cada vez mais aperfeiçoadas, acopladas em aviões, fornecendo fotografias orientadas da superfície da Terra, que podem ser de dois tipos: eixos verticais e inclinados. Atualmente está sendo substituída pelas fotos de satélites.

1.2.2.5. GONIOMETRIA:

É a parte da topografia que trata da medição do ***ângulo azimutal*** (horizontal) e do ***ângulo vertical*** (perpendicular ao plano topográfico).

Atualmente os fabricantes de teodolitos estão produzindo somente teodolitos com ângulos verticais zenitais, isto é, a origem do ângulo vertical é no zênite (figura 1.5).

Os ângulos verticais podem ser:	- ZENITAL	→	Origem no zênite;
	- NADIRAL	→	Origem no nadir.

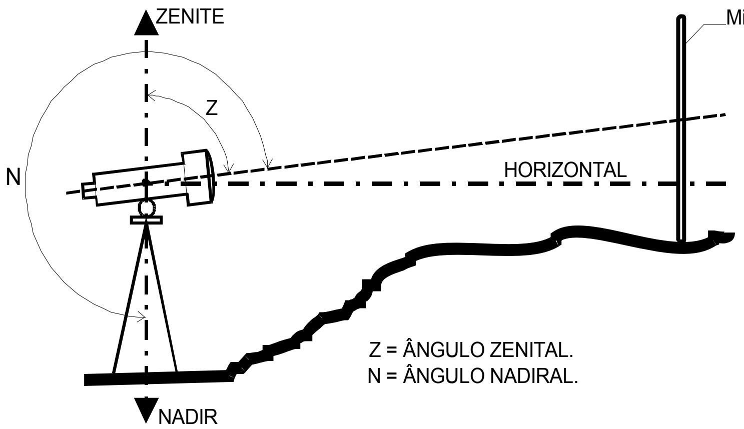


Figura 1.5 – Esquema do Ângulo Zenital e Nadiral.

1.2.3. TEORIA DOS ERROS EM TOPOGRAFIA:

Segundo (**Correa, Iran. C. S.**) [5], todas as observações topográficas se reduzem na medida de uma distância, de um ângulo ou de uma diferença de nível as quais podem ser afetadas de erros ocasionados pelos aparelhos, pelas condições exteriores e pelo observador.

Procura-se eliminar algumas das causas dos erros e reduzir os valores dos que restam, mas como não é possível fazê-los desaparecer completamente, torna-se necessário calcular o valor mais provável da grandeza, o qual é obtido através dos resultados das observações efetuadas.

Todas as grandezas que nos interessam são medidas ou observadas por intermédio de nossos sentidos e com o auxílio de instrumentos. Efetuando-se uma série de medidas de uma mesma grandeza, a prática revela que essas medidas ou observações nunca são absolutamente concordantes.

Se considerarmos uma dessas medidas ou observações como valor exato da grandeza que se está a medir, comete-se erro.

Os erros podem ser classificados em duas grandes categorias: *sistemáticos* e *acidentais*.

1.2.3.1. ERROS SISTEMÁTICOS:

São os erros que aparecem numa medida com absoluta constância ou variando segundo uma lei determinada. Este erro poderá ser eliminado quando sua causa for definida. Os erros sistemáticos apresentam sempre o mesmo sinal, que poderá ser positivo ou negativo, considerando-se a mesma grandeza medida, mesmo equipamento e mesmo operador.

Os erros constantes ou sistemáticos:

- Devidos à temperatura;
- Curvatura da corrente ou trena;
- Força de puxar;
- Erros de graduação ou retificação errada.

[5] Iran Carlos Stalliviere Corrêa - Topografia Aplicada à Engenharia Civil 2007 / 9ª Edição / Departamento de Geodésia - IG/UFRGS

1.2.3.2. ERROS ACIDENTAIS:

São os erros devidos às ações simultâneas e independentes de causas diversas e desconhecidas. Poderão apresentar ora valor positivo, ora valor negativo para a mesma situação. A ciência se conforma com estes erros e institui métodos para escolher o valor mais representativo da série de grandeza medida.

Os erros acidentais:

- Imperfeição da vista ou de outros defeitos que tornam impossíveis
- Leituras exatas;
- Variação no instrumento;
- Pequenas mudanças de temperatura durante a mesma operação.

1.2.3.3. ENGANOS PESSOAIS:

Os enganos tem origem na mente do observador, por exemplo:

- Erro de leitura na mira ou no vernier;
- Erro de contagem do número de treinadas;
- Visadas num ponto errado;
- Uso de parafusos errados.

1.2.4. CUIDADOS QUE DEVEM SER TOMADOS:

Na realização de um trabalho, a escolha de métodos e instrumentos depende:

- Do grau de precisão de cada instrumento;
- Do método empregado e do conhecimento dos limites permissíveis
- Dos erros encontrados.

Neste caso, para que se possa corrigir, é necessário que o trabalho seja bem conduzido e bem sistematizado. Na prática, a escolha de métodos estará sempre ligada à precisão exigida pela finalidade a que se destina o trabalho em questão, ao tempo disponível e ao custo permissível.

A Teoria dos Erros tem por finalidade estabelecer um método seguro e conveniente, segundo o qual sempre se possa estabelecer o valor mais aceitável de uma grandeza, uma vez que se reconhece ser impossível tornar as medidas isentas de erros. Além disso, a teoria dos erros se preocupa em determinar o erro mais tranqüilizador que se pode cometer a respeito do valor de uma determinada grandeza que se mede.

Pela simplificação dos assuntos abordados no nosso curso, não entraremos em detalhes quanto aos métodos que nos fornece o erro mais tranqüilizador. Se necessário em seus trabalhos profissionais, utilizar o *Método dos Mínimos Quadrados* ou um outro métodos que atenda os objetivos.

1.2.5. NOÇÃO DE ESCALA:

Na execução de trabalhos topográficos podem-se encontrar alguns problemas relativos à escala, apesar de simples, se considera conveniente ressaltar.

Escala corresponde à relação constante entre as distâncias medidas no terreno (objeto – *o*) e sua representação no papel (imagem – *i*). Ela pode se apresentar na forma de fração ou de proporção: 1/100 ou 1:100, sendo esta última à preferida.

A equação (1.3) relaciona a dimensão do desenho no papel (imagem – *i*) com o seu tamanho real no terreno (objeto – *o*). Esta relação é dada pela fórmula:

$$E = \frac{i}{o} \tag{1.3}$$

Onde:

$E =$ **Escala ou razão escolhida;**

o = Unidades medidas no terreno (objeto);

i = Unidades que devem ser colocadas no papel para representar (imagem).

A escala é representada por uma fração do tipo *1/M*, onde *M* é denominado de módulo da escala. Deste modo, podemos fazer a seguinte operação:

$$E = \frac{1}{M} = \frac{i}{o} \tag{1.4}$$

daí,

$$o = i \times M \tag{1.5}$$

A expressão (1.5) permite estimar a medida real de um terreno a partir do conhecimento da escala da planta e sua respectiva medida.

A tabela 1.2 apresenta um resumo, por ordem decrescente de valores, as principais escalas para plantas e cartas topográficas, cartográficas e geográficas, com o seu respectivo emprego.

ESCALA	EQUIVALÊNCIA		EMPREGO
	1 km (terreno)	1 cm (desenho)	
1/100	10 m	1m	Detalhes de edifícios,
1/200	5 m	2 m	Terraplenagem, etc.
1/250	4 m	2,5 m	
1/500	2 m	5 m	Planta de fazenda
1/1000	1 m	10 m	Planta de uma vila
1/2000	0,50 m	20 m	Planta de uma propriedade, planta cadastral
1/1250	0,80 m	12,5 m	Antigo cadastro
1/2500	0,40 m	25 m	
1/5000	0,20 m	50 m	Planta pequena cidade
1/10.000	0,10 m	100 m	Planta de grande propriedade
1/50.000	0,02 m	500 m	Carta de diversos países
1/100.000	0,01 m	1.000 m	Carta de grandes países
1/200.000	0,005 m	2.000 m	Carta aeronáutica
1/500.000	0,002 m	5.000 m	Carta reduzida (grande carta inter-
1/1.000.000	0,001 m	10.000 m	Nacional do mundo)

Tabela 1.2 – Principais tipos de escalas e suas respectivas aplicações. Fonte Espartel (1.987).

1.2.5.1. MODOS DE EXPRESSAR AS ESCALA:

a. – Escala Numérica

Apresenta-se na forma fracionária, possuindo um numerador e um denominador, ou seja, um título.

- $\frac{1}{20.000}$ (em desuso).
- $1/_{20.000}$ (pouco uso).
- $1:20.000$ (mais usada).

b. - Escala Gráfica

Mostra a proporção entre as dimensões reais e as do mapa através de um gráfico (figura 1.6).

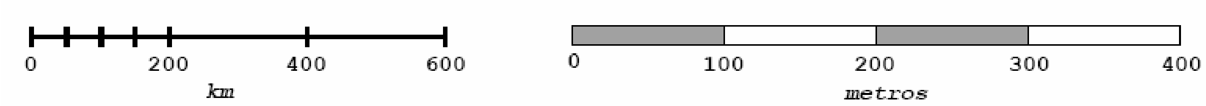


Figura 1.6 - Escalas Gráficas.
(Adaptado BAITELLI / WESCHENFELDER)

Vantagens da escala gráfica:

(a) obtenção rápida e direta de medidas sobre mapas.

(b) cópias reduzidas ou ampliadas por processos fotocopiadores.

1.2.6. PRECISÃO GRÁFICA

Denomina-se de precisão gráfica de uma escala como sendo a menor grandeza susceptível de ser representada num desenho, através desta escala.
É correntemente admitido que o ser humano normal não distingue um segmento de um ponto se este tiver comprimento menor ou igual a 0,2 mm. Este valor denomina-se *limite de percepção visual.*[6]
Deste modo, conhecendo a escala do desenho, pode-se calcular o erro admissível nas operações gráficas através da equação 1.6.

$$e = 0{,}0002 \times M \qquad (1.6)$$

A título de exemplo, nas escala 1/500, 1/1000 e 1/2000, temos os seguintes erros gráficos:

- $e_1 = 0{,}0002 \times 500 = 0{,}10m = 10cm$
- $e_2 = 0{,}0002 \times 1000 = 0{,}20m = 20cm$
- $e_3 = 0{,}0002 \times 2000 = 0{,}40m = 40cm$

6 António Pestana - Elementos de Topografia - Volume 1 - 2006.

Assim, pode-se concluir que as dimensões que tiverem valores menores que o erro de precisão, não terão representação gráfica, e, portanto, não aparecerão no desenho. Logo, nas escala 1/500, 1/1000 e 1/2000 não podemos representar detalhes de dimensões inferiores a 10 cm, 20 cm e 40 cm, respectivamente.

Na elaboração do desenho, as dimensões do papel devem ser suficientes para conte-lo. Neste sentido, a ABNT recomenda em suas normas para desenho (NB-8/1969), as seguintes dimensões (Tabela 1.3):

FORMATO DO PAPEL	LINHA DE CORTE (mm)		MARGEM (mm)
	X	Y	
A0	841	1189	10
A1	594	841	10
A2	420	594	10
A3	297	420	10
A4	210	297	5
Independentemente do formato, a NB-8/1969 recomenda um espaçamento de 25 mm na margem esquerda do papel.			

Tabela 1.3 – Dimensões do papel

1.2.7. EXERCÍCIOS:

1) - Para representar no papel uma linha reta que no terreno mede 45 m usando a escala de 1:50, qual será o seu valor em cm ?

2) - A distância entre 2 pontos na planta é de 80 cm, para uma escala de 1:250, qual o seu valor no terreno ?

3) - A distância entre 2 pontos na planta é de 820 mm; sabendo-se que no terreno esses pontos estão distantes de 615 m, qual será a escala da planta ?

CAPÍTULO 2

TRIANGULAÇÃO E TRIGONOMETRIA

2. TRIANGULAÇÃO E TRIGONOMETRIA:

2.1 TRIANGULAÇÃO:

Sabe-se que o triângulo é uma figura geométrica que se torna totalmente determinada quando se conhecem seus três lados: não há necessidade de conhecer os ângulos.

Para levantamentos com medidas exclusivamente lineares os triângulos constituirão a amarração do levantamento.

Deve-se, portanto, tomar-se alguns cuidados para que não haja acumulação de erros a saber:

- Deve-se ter a preocupação de estabelecer triângulos principais;
- Os detalhes devem ser amarrados a, se necessário, triângulos secundários;
- Deve-se medir cada uma das retas que constituem os lados de todos os triângulos;
- A medição deve ser feita, de preferência, com trena de aço;
- Ao medir-se uma linha os detalhes que a margeiam serão mela amarrados;
- Observar que a base do triângulo deverá estar na linha, tendo como vértice o ponto do detalhe;
- Procurar determinar triângulos acutângulos.

A solução do triângulo, por usar apenas medidas lineares, pode ser aplicada com sucesso em grande quantidade de pequenos problemas, a saber:

- Para medição de um pequeno lote urbano irregular:

Medir os quatro lados e pelo menos uma das duas diagonais (BD) ou (AC) (Figura 2.1).

Caso o lote possuir muito fundo e pouca largura, a diagonal ficará quase coincidente com os lados e a precisão será prejudicada; neste caso proceder como indicado. (Figura 2.2).

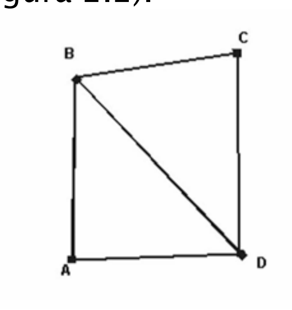


Figura 2.1

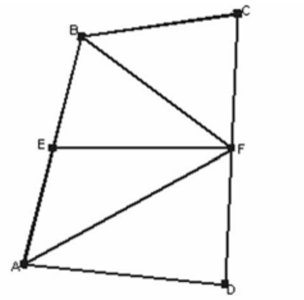


Figura 2.2

Medição esquemática de lotes urbanos.

PROCEDIMENTO (Figura 2.3)

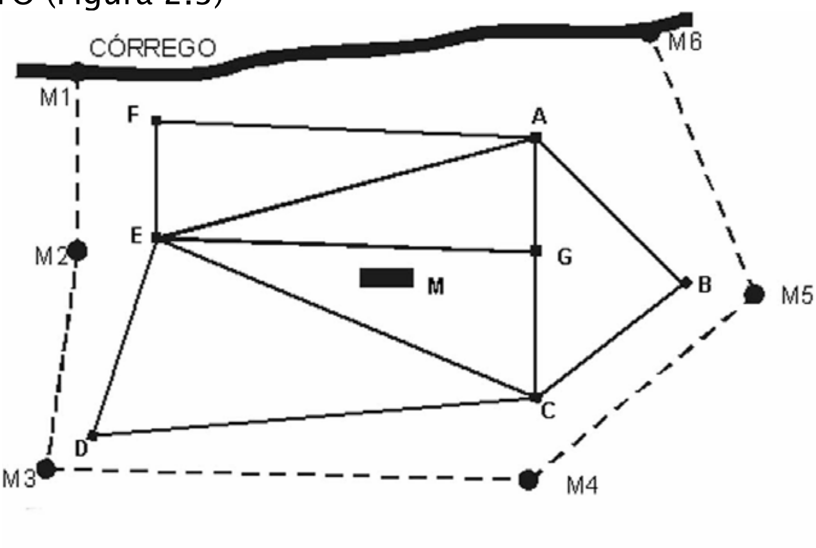


Figura 2.3 – Procedimentos para medições de pequenas propriedades.

1) Triângulos principais → ABC; ACE; CDE, EFA.
2) Triângulos secundários → AGE, EGC.
3) Medir todos os lados → AB, BC, CD, DE, EF, FA, AG, AE, EG, EC, GC.

4) Amarrar a construção “M” na linha EG (secundária)

5) Observar processo correto de amarração da construção “M” na linha EG (Figura 2.4).

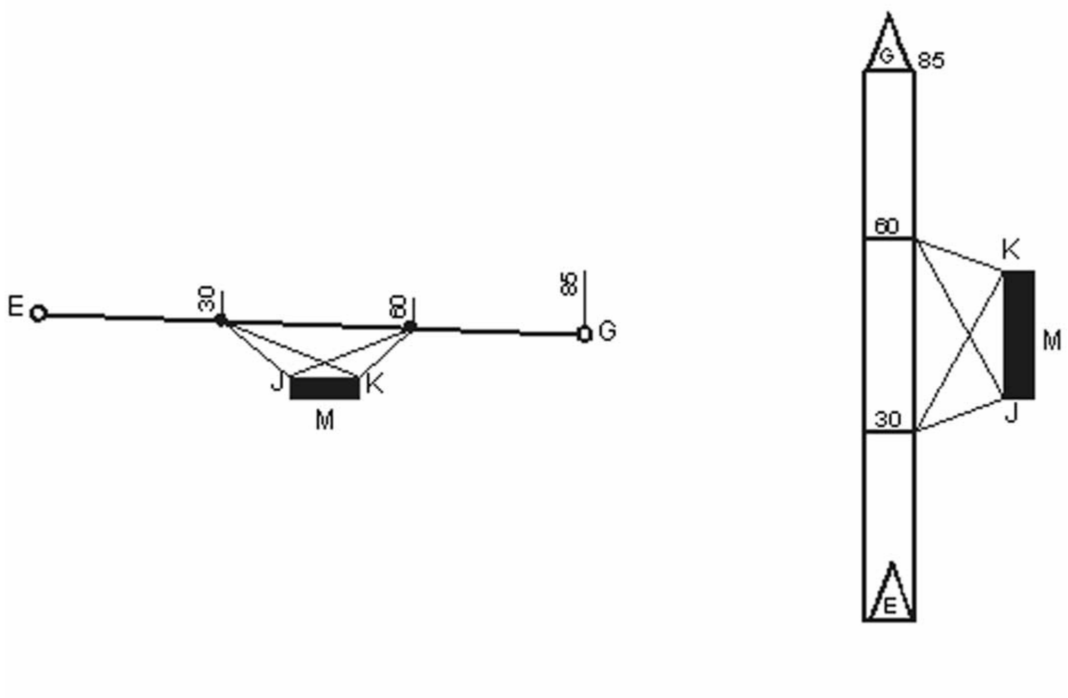


Figura 2.4 - Amarrações.

2.2. CÁLCULO DA ÁREA DE UM TRIÂNCULO QUALQUER, CONHECENDO-SE APENAS AS MEDIDAS DOS LADOS.

Também conhecido como fórmula de Heron[7], permite o cálculo da área de um triângulo utilizando-se apenas das medidas de seus lados.

Consideremos a figura do triângulo genérico (figura 2.5) a ser utilizado na demonstração[8]:

---

[7] Heron (também escrito como Hero e Herão) de Alexandria (10 d.C. - 70 d.C.) foi um sábio do começo da era cristã. Geômetra e engenheiro grego, Heron esteve ativo em torno do ano 62. É especialmente conhecido pela fórmula que leva seu nome e se aplica ao cálculo da área do triângulo.

[8] Demonstração da fórmula de Heron obtida em: www.tutorbrasil.com.br, professor Caju.

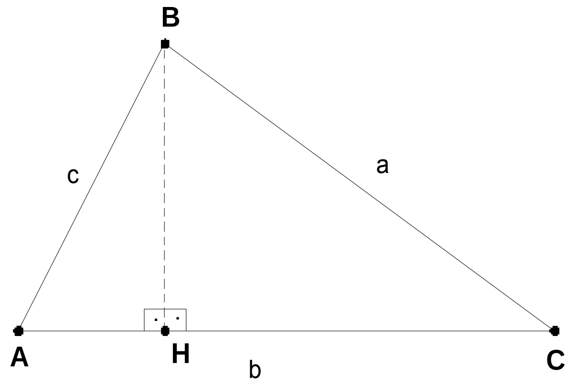


Figura 2.5 – Triângulo genérico

1. - O primeiro passo é encontrar o valor de $\cos\hat{A}$. Para isso, vamos aplicar Pitágoras no triângulo AHB para encontrar o comprimento de $\overline{AH}$.

$$c^2 = h^2 + (\overline{AH})^2$$

$$(\overline{AH})^2 = c^2 - h^2$$

$$\overline{AH} = \sqrt{c^2 - h^2}$$

Assim:

$$\cos\hat{A} = \frac{\sqrt{c^2 - h^2}}{c}$$

2. – Agora, utilizando o triângulo ABC, aplica-se a Lei dos Co-senos relativo ao ângulo Â:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$$

Substituindo o valor de $\cos\hat{A}$:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\frac{\sqrt{c^2 - h^2}}{c}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b\sqrt{c^2 - h^2}$$

Isolando o valor de h^2

$$2b\sqrt{c^2 - h^2} = b^2 + c^2 - a^2$$

$$\sqrt{c^2 - h^2} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b}$$

$$h^2 = c^2 - \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b} \right)^2 \qquad (2.1)$$

Mas, sabemos que:

$$A = \frac{b \times h}{2} \Rightarrow A^2 = \frac{b^2 \times h^2}{4}$$

Substituindo h^2 pelo valor da expressão (2.1), temos:

$$A^2 = \frac{b^2 \times \left(c^2 - \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b} \right)^2 \right)}{4} = \frac{b^2 c^2 - b^2 \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b} \right)^2}{4}$$

$$A^2 = \frac{b^2 c^2 - b^2 \frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{4b^2}}{4} = \frac{4b^2 c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2}{16}$$

$$A^2 = \frac{(2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2}{16}$$

Aplicando a fórmula da diferença de dois quadrados, que é: $x^2 - y^2 = (x + y) \times (x - y)$

$$A^2 = \frac{\left[2bc - (b^2 + c^2 - a^2) \right] \times \left[2bc + (b^2 + c^2 - a^2) \right]}{16}$$

$$A^2 = \frac{\left[-(b^2 - 2bc + c^2) + a^2 \right] \times \left[(b^2 + 2bc + c^2) - a^2 \right]}{16}$$

$$A^2 = \frac{\left[a^2 - (b - c)^2 \right] \times \left[(b + c)^2 - a^2 \right]}{16}$$

Novamente a diferença entre quadrados:

$$A^2 = \frac{[a-(b-c)]\cdot[a+b-c]\cdot[b+c-a]\cdot[a+b+c]}{16}$$

$$A^2 = \frac{[a-b+c]\cdot[a+b-c]\cdot[b+c-a]\cdot[a+b+c]}{16}$$

$$A^2 = \frac{[a-b+c]}{2}\cdot\frac{[a+b-c]}{2}\cdot\frac{[b+c-a]}{2}\cdot\frac{[a+b+c]}{2}$$

Fazendo aparecer $p = \frac{a+b+c}{2}$ que é o semi-perímetro, temos:

$$A^2 = \frac{[a+b+c-2b]}{2}\cdot\frac{[a+b+c-2c]}{2}\cdot\frac{[a+b+c-2a]}{2}\cdot\frac{[a+b+c]}{2}$$

$$A^2 = \left[\frac{a+b+c}{2}-b\right]\cdot\left[\frac{a+b+c}{2}-c\right]\cdot\left[\frac{a+b+c}{2}-a\right]\cdot\left[\frac{a+b+c}{2}\right]$$

$$A = \sqrt{\mathrm{p}\cdot(\mathrm{p}-\mathrm{a})\cdot(\mathrm{p}-\mathrm{b})\cdot(\mathrm{p}-\mathrm{c})} \qquad (2.2)$$

Onde: A é a área de um triângulo qualquer;

$p = \frac{a+b+c}{2}$ é o semi-perímetro;

a, b e c são os lados de um triângulo qualquer.

2.3. EXERCÍCIOS

1 – Aplicando a fórmula de Heron, calcule a área da região triangular limitada pelo triângulo cujos lados medem 4 m, 6 m e 8 m.

2 – Calcule a área do terreno cuja forma e dimensões estão representadas pela figura 2.6a.

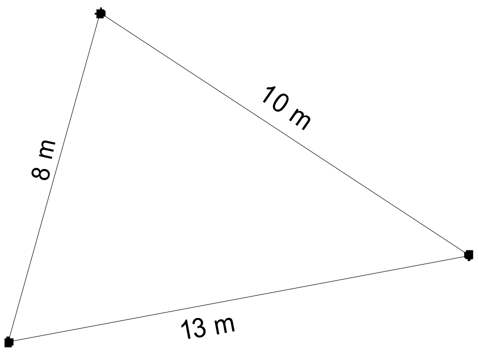


Figura 2.6a – Cálculo de Área de um triângulo qualquer.

3 – Um terreno tem a forma triangular e as medidas dos seus lados são: 17 m, 15 m e 8 m. Qual é a área desse terreno?

4 – Para o desenho representado na figura 2.6b, calcular a área.

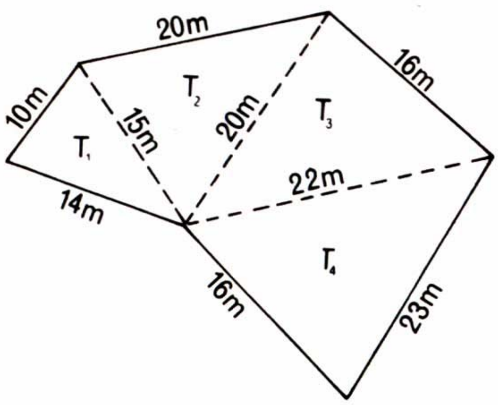


Figura 2.6b – Poligonal dividida em triângulos.

2.4. TRIGONOMETRIA:

Aplica-se extensivamente a trigonometria na busca de soluções de problemas de engenharia e astronomia, e principalmente nas resoluções de problemas topográficos.

2.4.1. CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO:

É um círculo de raio adotado igual a 1 (um), destinado a determinar as funções trigonométricas e os valores por eles assumidos quando se toma os respectivos valores angulares (Figura 2.7).

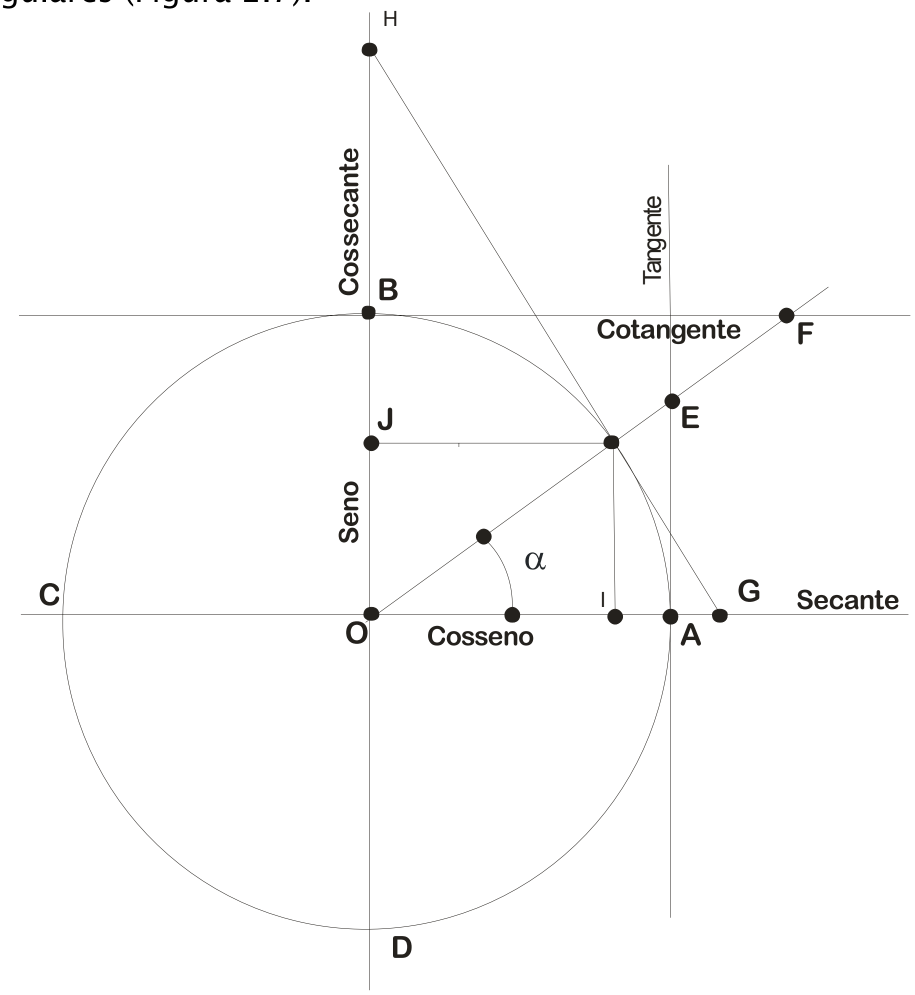


Figura 2.7 – Ciclo Trigonométrico

No ciclo trigonométrico temos:

OI	=	cos ∝
OJ	=	sen ∝
AE	=	tg ∝
BF	=	cotg ∝
OG	=	sec ∝
OH	=	cosec ∝

2.4.2 VALORES QUE AS FUNÇÕES PODEM ASSUMIR:

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	VALORES
Co-seno	-1 a +1
Seno	-1 a +1
Tangente	-∞ a + ∞
Co-tangente	-∞ a + ∞
Secante	-∞ a -1 e +1 a +∞
Co/secante	-∞ a -1 e +1 a +∞

2.4.3. – RELAÇÃO ENTRE O CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO E UM TRIÂNGULO QUALQUER:

Analisando a figura 2.8, temos:

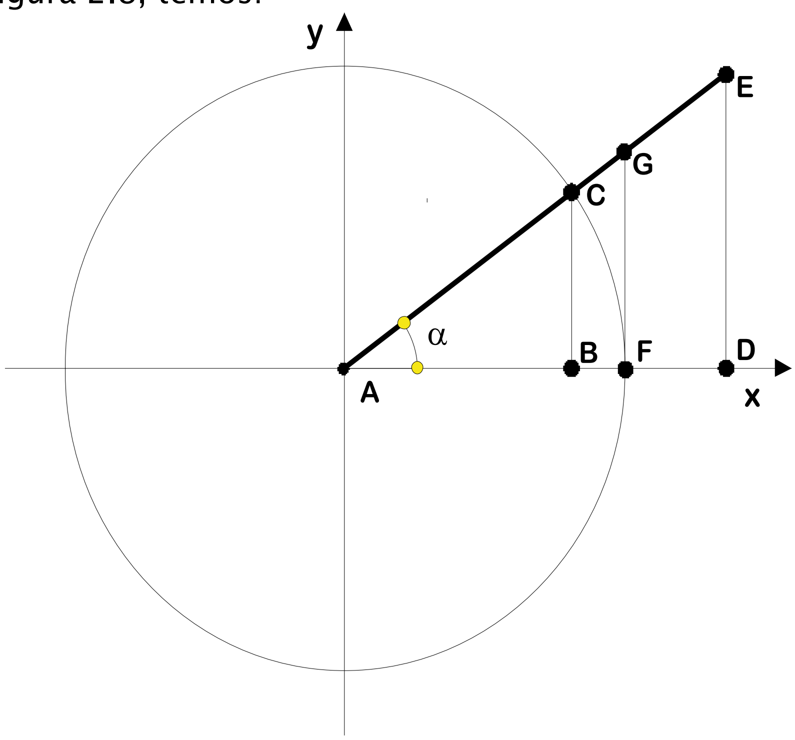


Figura 2.8 – Relação entre o círculo trigonométrico e um triângulo qualquer

$$\Delta ABC \approx \Delta ADE$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \therefore \frac{AE}{1} = \frac{AD}{\cos\alpha} = \frac{DE}{sen\alpha}$$

Conclui-se que:

$$sen\alpha = \frac{cateto.oposto}{hipotenusa} \qquad (2.3)$$

$$\cos\alpha = \frac{cateto.adjacente}{hipotenusa} \qquad (2.4)$$

2.5 – TABELA PRÁTICA DAS FUNÇÕES NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Seja o triângulo com os vértices ABC e os respectivos lados a, b, c.
O lado **a** é oposto ao ângulo α, o lado **b** é oposto ao ângulo β; e o lado **c** é oposto ao ângulo γ. (Figura 2.9).

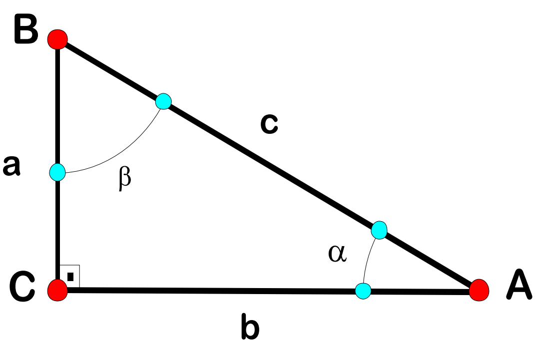


Figura 2.9 – Funções no triângulo retângulo

Conclui-se, que:

$\text{sen}\,\alpha = \frac{a}{c}$	$a = c \times \text{sen}\,\alpha$	$c = \frac{a}{\text{sen}\,\alpha}$
$\cos\alpha = \frac{b}{c}$	$b = c \times \cos\alpha$	$c = \frac{b}{\cos\alpha}$
$tg\alpha = \frac{a}{b}$	$a = b \times tg\alpha$	$b = \frac{a}{tg\alpha}$
$\cot g\alpha = \frac{b}{a}$	$b = a \times \cot g\alpha$	$a = \frac{b}{\cot g\alpha}$

2.6 – RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NUM TRIÂNGULO QUALQUER:

2.6.1 – Lei dos Co-senos

"Num triângulo qualquer, o quadrado de um lado, é igual a soma dos quadrados dos outro dois lados, menos duas vezes o produto desses pelo co-seno do ângulo por eles formado".

Demonstração:

Tomemos em triângulo qualquer (Figura 2.10), não retângulo, onde se procura calcular um lado, conhecendo-se os outros dois lados e o ângulo oposto a este lado.

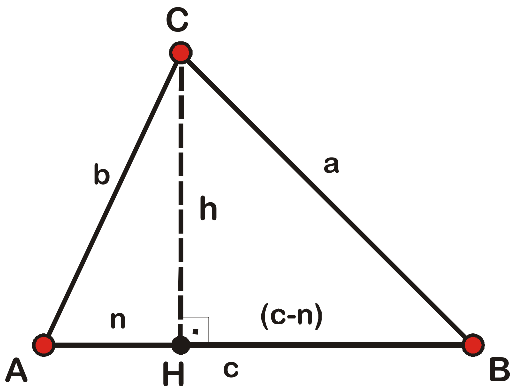


Figura 2.10 – Lei dos Co-senos

Por Pitágoras no △AHC:

$$\Delta AHC \xrightarrow{PITAGORAS} b^2 = n^2 + h^2 \quad (2.5)$$

Por Pitágoras no △CHB:

$$\Delta CHB \xrightarrow{PITÁGORAS} a^2 = (c-n)^2 + h^2 = c^2 - 2cn + n^2 + h^2 \quad (2.6)$$

Substituindo (2.5) em (2.6):

$$a^2 = c^2 - 2cn + b^2 \quad (2.7)$$

No △AHC temos:

$$n = b \times \cos A \quad (2.8)$$

Substituindo a equação (2.8) na equação (2.7), temos a expressão (2.9) que traduz a lei dos co-senos em funções dos lados e do ângulo Â.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A \quad (2.9)$$

Analogamente, as expressões (2.10) e (2.11) traduz a lei dos co-senos em funções dos lados e dos ângulos B e C respectivamente:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B \tag{2.10}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C \tag{2.11}$$

2.6.2 – Lei dos Senos:

"Num triângulo qualquer (Figura 2.11), o produto da divisão de um lado pelo seno do ângulo oposto a este lado é igual ao produto da divisão de qualquer dos outros dois lados pelos respectivos senos dos ângulos opostos".

Demonstração:

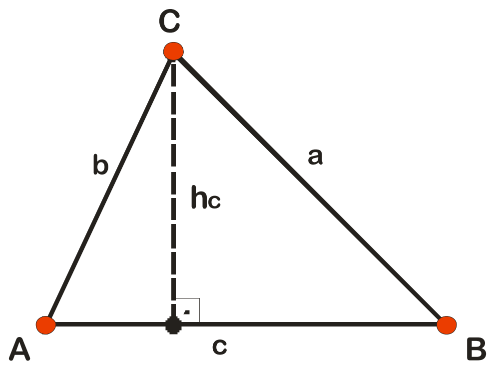


Figura 2.11 – Lei dos senos

$$\operatorname{sen} A = \frac{hc}{b} \longrightarrow hc = \operatorname{sen} A \times b$$

$$\operatorname{sen} B = \frac{hc}{a} \longrightarrow hc = \operatorname{sen} B \times a$$

Logo:

$$\operatorname{sen} A \times b = \operatorname{sen} B \times a$$

Portanto:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} \tag{2.12}$$

$$\operatorname{sen} A = \frac{hb}{c} \longrightarrow hb = \operatorname{sen} A \times c$$

$$\operatorname{sen} C = \frac{hb}{a} \longrightarrow hb = \operatorname{sen} C \times a$$

Logo:

$$\operatorname{sen} A \times c = \operatorname{sen} C \times a$$

Portanto:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \qquad (2.13)$$

De (2.12) e (2.13) tiramos a expressão (2.14) que traduz a lei dos senos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \qquad (2.14)$$

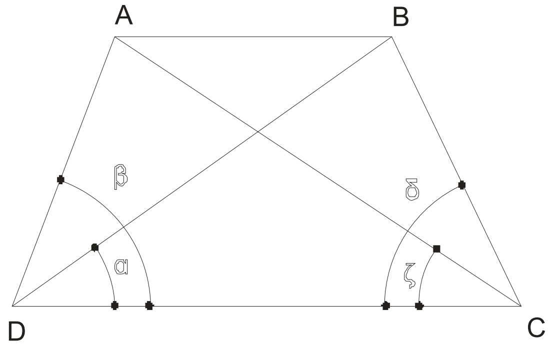
2.7 – EXERCÍCIOS:

1 – Na observação de um triângulo que servirá de apoio para um levantamento, obtiveram-se os seguintes valores:
A = 51°16'39"; B=74°16'35"; C=54°26'46"; lado BC=100,60 m.
Calcular o comprimento do lado AB.

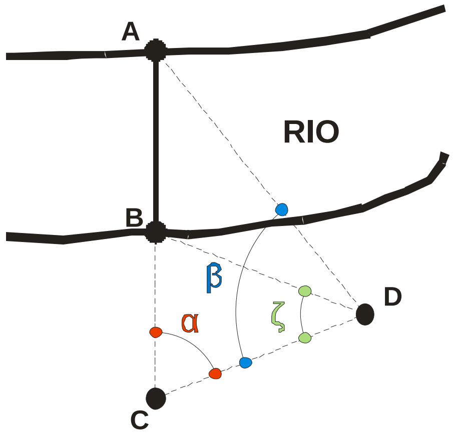
2 – Um segmento AB de 5,74 m, forma com a reta "r", um ângulo de 26°28'55". Calcule a medida da projeção ortogonal de AB sobre "r".

3 – Qual é a altura de uma chaminé cuja sombra se espalha por 20 metros quando o sol está a uma altura de 60 grados em relação ao horizonte.

4 – Calcular a distância entre dois pontos inacessíveis A e B, conhecendo uma base CD (medida) = 150,00 m e os ângulos (medidos) α= 40°, β= 60°, ζ=38°30', δ=70°30'.



5 – Para determinar a largura AB de um rio, mediu-se:
CD – 85,00m, $\alpha = 74°18'$, $\beta = 56°20'$, $\zeta = 18°56'$.



CAPÍTULO 3

RUMOS e AZIMUTES

3 – RUMOS E AZIMUTES:

3.1 – INTRODUÇÃO:

Um alinhamento topográfico é um segmento de reta materializado por dois pontos nos seus extremos. Tem extensão, sentido e orientação (figura 3.1):

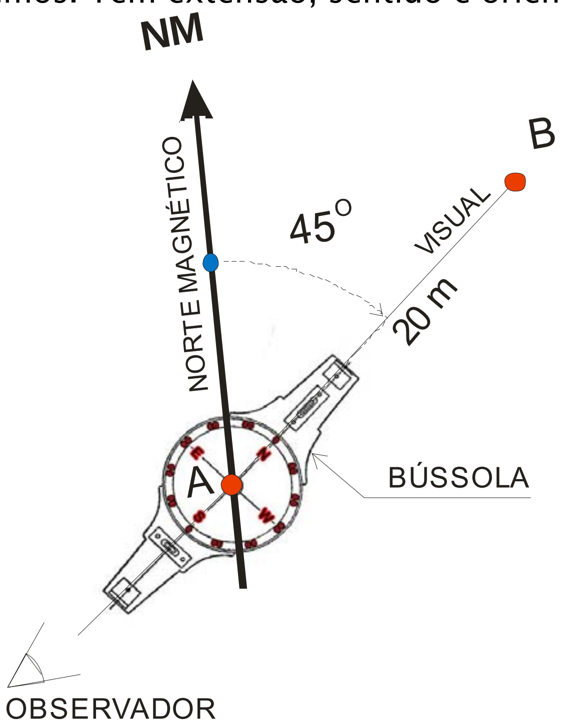


Figura 3.1 – Orientação de um segmento
(Adaptado de Jelinek, A. Ritter – Topografia 1)

Sentido: de A para B.
Orientação: 45°
Extensão: 20,00 metros.

3.2 - DEFINIÇÃO DE RUMO, AZIMUTE, DEFLEXÃO, ÂNGULO HORÁRIO e ANTI-HORÁRIO, INTERNOS e EXTERNOS:

3.2.1 - RUMO:

Rumo de uma linha é o menor ângulo horizontal, formado entre a direção NORTE/SUL e a linha, medindo a partir do NORTE ou do SUL[9], no sentido horário (à direita) ou sentido anti-horário (à esquerda) e variando de 0° a 90° ou 0^g a 100^g.

Se tomarmos para exemplo da figura 3.1, e se dissermos simplesmente que seu rumo é 45°00' (menor ângulo horizontal formado pela linha A-B e a direção N/S). Portanto, não teremos bem caracterizada a posição relativa da linha, pois esta poderá ser entendida como sendo NE, NW, SE ou SW.

Uma vez que esta poderá ser localizada de quatro maneiras diferentes em relação a direção NORTE/SUL, será necessário indicar qual o quadrante. Para o exemplo da figura 3.1 será:

Sentido: de A para B, portanto o menor ângulo, que representa o rumo da linha AB será medido a partir do Norte (N) no sentido horário, para o Leste (E).
Orientação: 45°. Podemos dizer que o R_{AB} = 45° NE.
Extensão: 20,00 metros.

Observando a figura 3.2, concluiremos que:

- A-1 = 36° NE
- A-2 = 46° SE
- A-3 = 28° SW
- A-4 = 62° NW, são rumos vantes.

---

[9] Quando tomamos como referência a meridiano magnético, o rumo obtido é chamado rumo magnético, e quando usamos o meridiano verdadeiro, o rumo obtido é chamado rumo verdadeiro.

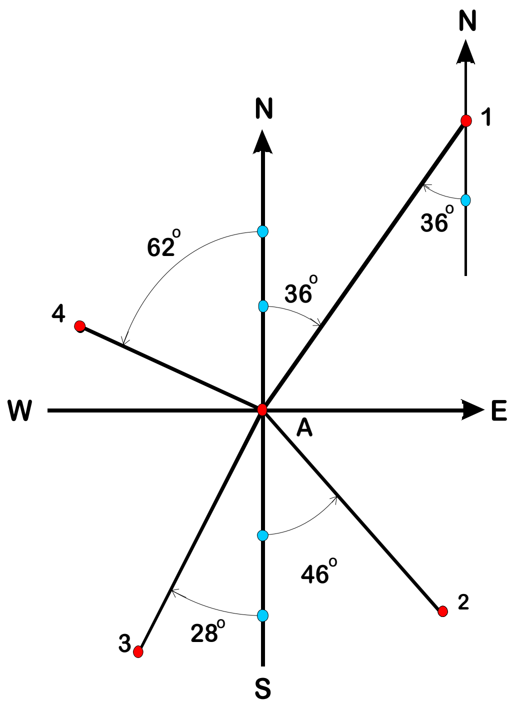


Figura 3.2 - Rumos de uma linha

Já os rumos das linhas:

- 1-A = 36º SW
- 2-A = 46º NW
- 3-A = 28º NE
- 4-A = 62º SE, são rumos à ré.

Observamos que o RUMO RÉ de uma linha é igual ao valor numérico do RUMO VANTE, situado em quadrante oposto.

3.2.2 - AZIMUTE:

Azimute[10] é o ângulo horizontal formado entre a direção Norte/Sul e o alinhamento em questão. É medido a partir do Norte, no sentido horário (à direita), podendo variar de 0º a 360º ou 400 g.

[10] Usualmente, quando não for expressamente afirmado o contrário, o AZIMUTE será sempre à direita (sentido horário) do NORTE. Numa definição mais ampla, o azimute pode ser medido do NORTE ou do SUL no sentido horário (à direita) ou no sentido anti-horário (à esquerda)..

Na figura 3.3, estaremos relacionando os rumos da figura 3.2 com os AZIMUTES.

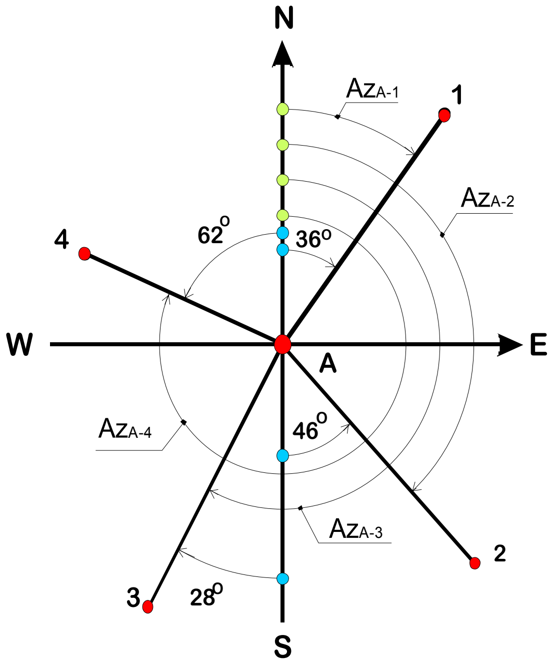


Figura 3.3 – Azimutes.

Portanto os AZIMUTES VANTES das linhas:

- $Az_{A-1} = 36°00´$
- $Az_{A-2} = 180°00´ - 46°00´ \quad = \quad 134°00´$
- $Az_{A-3} = 180°00´ + 28°00´ \quad = \quad 203° 00´$
- $Az_{A-4} = 360°00´ - 62°00´ \quad = \quad 298°00´$

Na figura 3.4 observamos que a relação entre AZIMUTE À VANTE e o AZIMUTE À RÉ, é dado pela expressão 3.1

$$\text{AZIMUTE À RÉ } (1-2) = \text{AZIMUTE À VANTE } (1-2) \pm 180° \qquad (3.1)$$

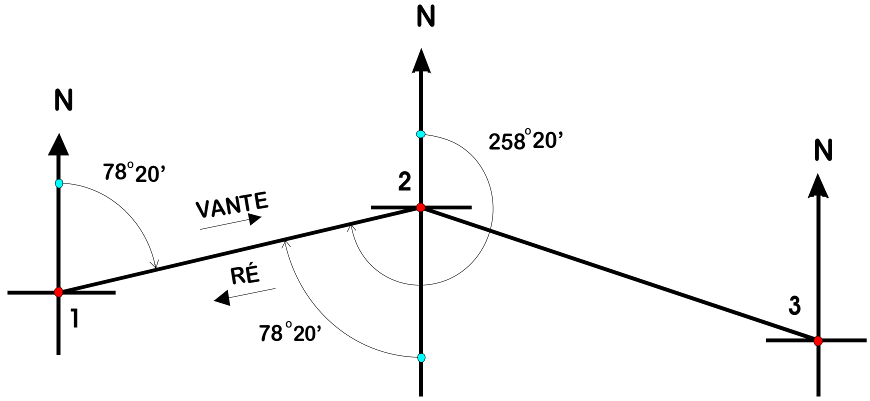


Figura 3.4 – Relação entre Azimute vante e Azimute ré

Conversão entre RUMOS e AZIMUTE:

QUADRANTE		FÓRMULA
NE	→	RUMO = AZIMUTE(*)
SE	→	RUMO = 180º – AZIMUTE
SW	→	RUMO = AZIMUTE – 180º
NW	→	RUMO = 360º – AZIMUTE

(*) NOTA: Valor numérico do Rumo será igual ao valor numérico do Azimute. Quando transformamos de Azimute para Rumo não podemos esquecer de indicar o quadrante.

3.2.3 – DEFLEXÕES:

Deflexão é o ângulo formado entre o prolongamento do alinhamento anterior e o alinhamento que segue. Varia de 0° a 180° e necessita da indicação da direita (sentido horário) ou da esquerda (sentido anti-horário) (figura 3.5).

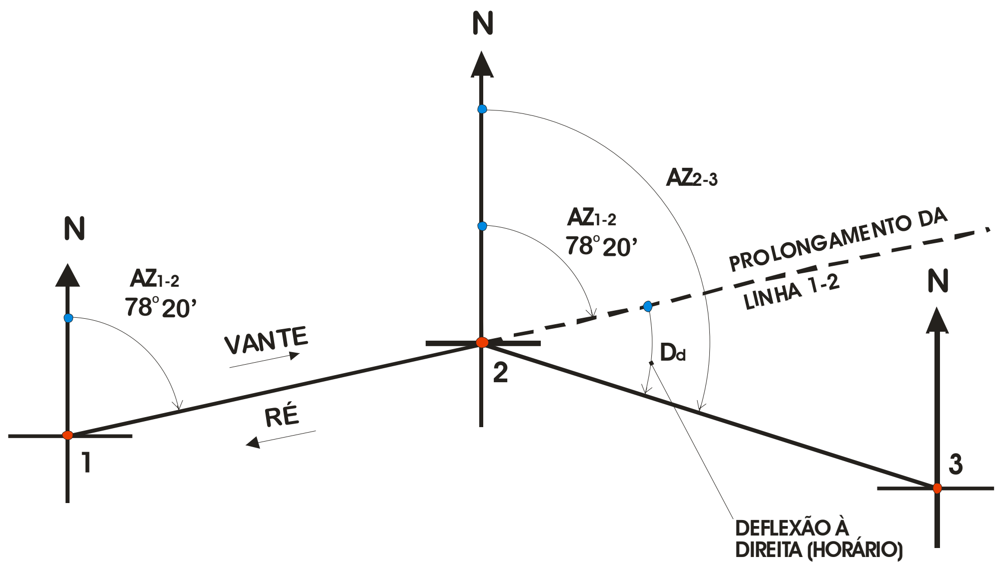


Figura 3.5 – Deflexão à direita.

3.2.3.1 – CÁLCULO DOS AZIMUTES SENDO DADOS AS DEFLEXÕES:

Observando a figura 3.6, pode-se afirmar:

$$Az_{2-3} = Az_{1-2} + D_{d2-3} \qquad (3.2)$$

$$Az_{3-4} = Az_{2-3} - D_{e3-4} \qquad (3.3)$$

Onde: Az = azimute das linhas;

Dd e De = Deflexões à direita e à esquerda

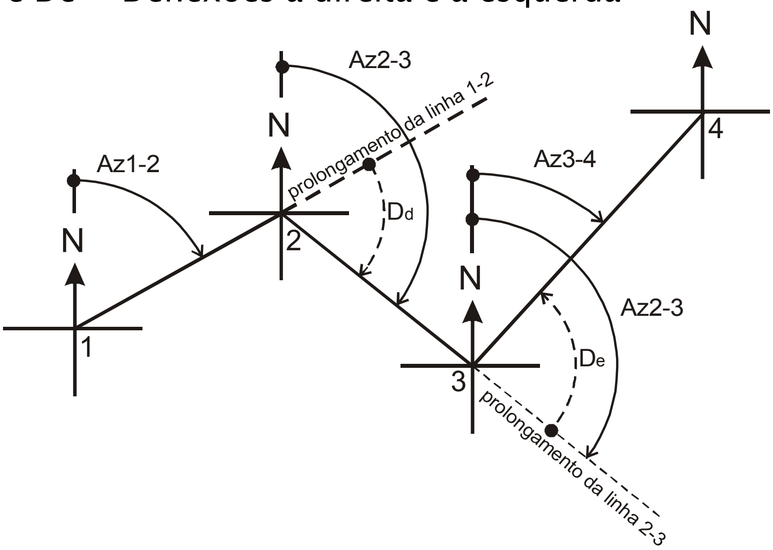


Figura 3.6 – Deflexão à direita e à esquerda

Exemplo:

Dados: Az_{1-2} = 59°20'20"

Dd = 55°30'25"

De = 89°35'40"

Calcular Az_{2-3} = ?

Az_{3-4} = ?

Utilizando as equações (3.2) e (3.3) determina-se:

$$Az_{2-3} = 59°20'20" + 55°30'25" = 114°50'45"$$

$$Az_{3-4} = 114°50'45" - 89°35'40" = 25°15'05"$$

IMPORTANTE: Quando, no cálculo do azimute, resultar um valor superior a 360°, deve-se subtrair deste valor 360°. Se o valor resultar negativo, deve-se somar a este valor 360°.

3.2.4 – ÂNGULOS HORÁRIOS (À DIREITA) e ANTI-HORÁRIOS (À ESQUERDA):

Teodolitos (figura 3.7) são os aparelhos utilizados para medições de ângulos entre dois alinhamentos e os respectivos Rumos ou Azimutes que estes alinhamentos fazem com a direção N/S. Os teodolitos, em sua maioria são fabricados para *medição de ângulo no sentido horário* (à direita).

Figura 3.7 – Teodolito

Na figura 3.8 observa-se o esquema de graduação de um teodolito. No exemplo a AGULHA (ou DEFLETOMETRO) está coincidindo com o zero da graduação. Observa-se a linha visada 1-2 (medido a partir do Norte). Na leitura observa-se um ângulo de 34° 00' 00". Podemos então afirmar que:

Rumo da linha 1 -2: R_{1-2} = 34°00'00" NE

Azimute da linha 1-2: Az_{1-2} = 34°00'00"

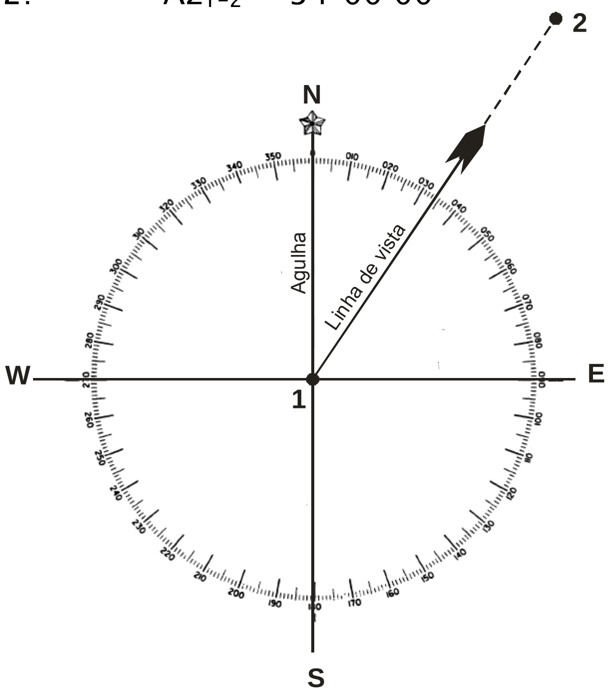


Figura 3.8 – Graduação de um Teodolito

Na figura 3.9 observamos o esquema para medição de um Ângulo Horário (à direita) e um Ângulo Anti-Horário (à esquerda).

O operador estaciona o Teodolito sobre o ponto "6". Faz com que o zero da graduação coincida com o eixo da luneta; Visa ao ponto "5" (visada à ré), soltando o parafuso particular (que trava a graduação e movimenta somente a luneta) e visa ao ponto "7" (à vante).

Como é sabido que a graduação é no sentido horário, faz-se a leitura do ângulo $5-\hat{6}-7$ no sentido horário, conforme indicado na figura 3.9.

Portanto: O ângulo horário $5-\hat{6}-7$ será de 97º00' 00"

Já o ângulo à anti-horário será 283º00'00", obtido da subtração entre 360º00'00" e 97º00'00".

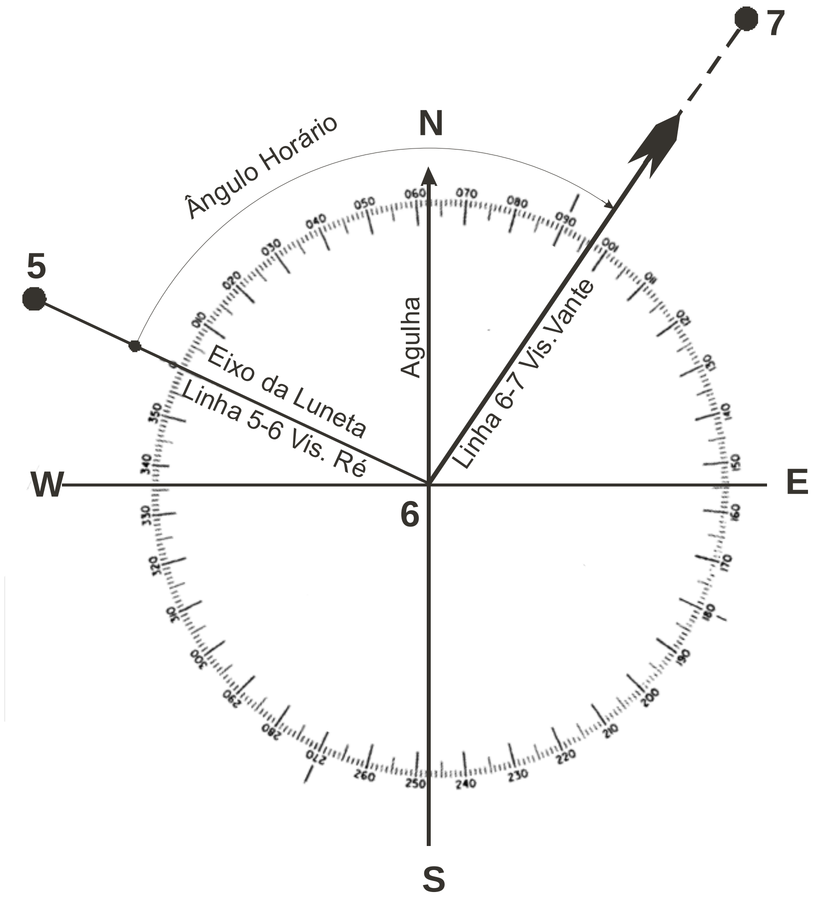


Figura 3.9 – Medição de um Ângulo Horário (leitura direta) e Ângulo Anti-Horário (a ser calculada).

3.2.4.1 - CÁLCULO DOS AZIMUTES SENDO DADOS OS ÂNGULOS HORIZONTAIS À DIREITA:

A figura 3.10 apresenta um trecho de uma poligonal com 8 vértices. De uma análise mais detalhada conclui-se que:

- A poligonal foi percorrida no sentido horário;
- Os ângulos internos foram medidos da estaca vante para a estaca ré;
- O azimute dado, Az_{8-7} é o Azimute ré do Az_{7-8};
- O azimute a ser calculado, Az_{7-6} é o Azimute ré do Az_{6-7};

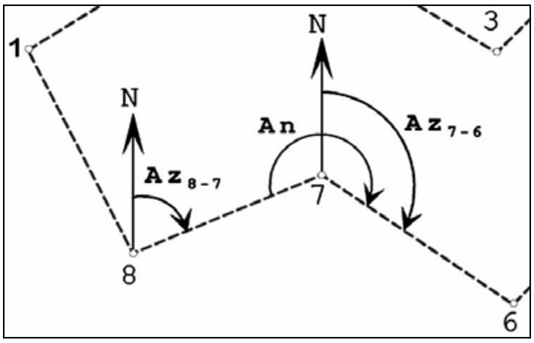


Figura 3.10 - Cálculo de Azimutes pelos ângulos à direita
(Adaptado de Baitelli/Weschenfelder - Topografia Aplicada à Agronomia)

Exemplo:

Dados da figura 3.10: Az_{8-7} = 74°36'12"
An = 212°26'39"

Calcular: Az_{7-6} = ?

Sabe-se que:

$$Az_n = Az_{n-1} + A_n \pm 180° \qquad (3.4)$$

A validade da fórmula (3.4) dá-se quando se adota A_n no sentido horário para o caminhamento proposto.

Onde:

Az_n = azimute do alinhamento

Az_{n-1} = azimute do alinhamento anterior

A_n = ângulo horizontal (sentido horário)

Portanto

$Az_{7-6} = 74°36'12" + 212°26'39" \pm 180°$

$Az_{7-6} = 287°02'51" - 180°$

$Az_{7-6} = 107°02'51"$

IMPORTANTE: Quando, no cálculo do azimute, resultar um valor superior a 360°, deve-se subtrair deste valor 360°. Se o valor resultar negativo, deve-se somar a este valor 360°.

3.3 – EXERCÍCIOS:

1) – Transformação de rumos em azimutes:

LINHA	RUMO	AZIMUTE
1-2	42°15'20"NW	
2-3	00°15'30"SW	
3-4	89°40'40"SE	
4-5	10°15'40"SE	
5-6	89°40'10"NE	
6-7	00°10'20"NE	
7-8	12°00'20"NW	
8-9	15°05'20"SW	
9-10	00°50'30"NW	
10-11	89°40'20"NW	
11-12	12°35'20"SE	
12-13	07°05'10"SE	

2) – Operações com rumos e azimutes:

Para o croqui da figura 3.11, calcular:

- Os azimutes e rumos vantes e rés das linhas;
- Os ângulos à direita e a esquerda para cada vértice;
- Os ângulos de deflexões para cada vértice.

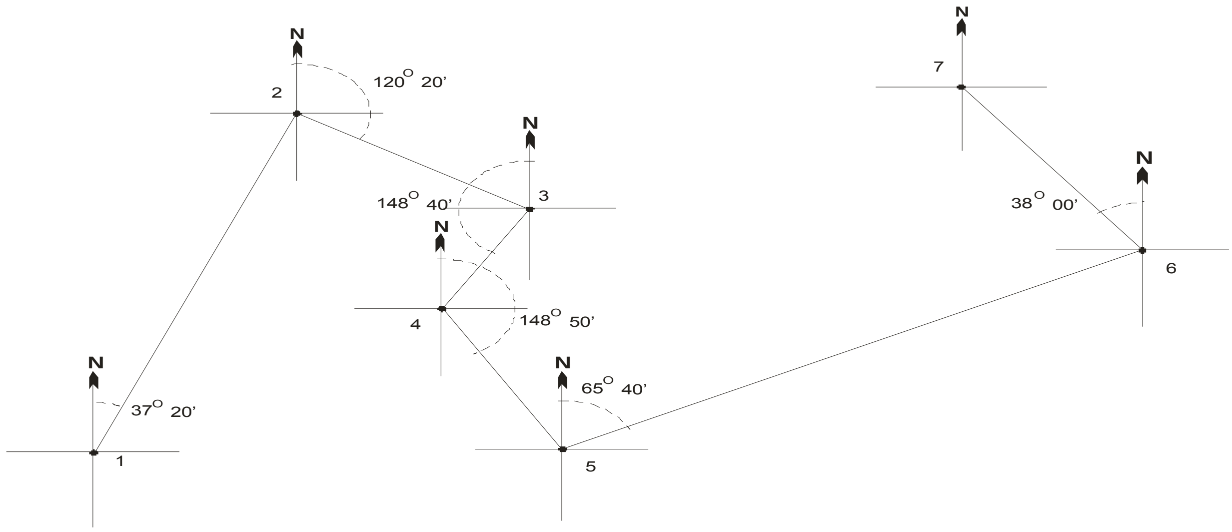


Figura 3.11 – Poligonal aberta

3) – Dados os rumos vante das linha da tabela abaixo, encontrar os azimutes a vante e a ré. Desenhar os esquemas para cada linha.

LINHA	RUMO	AZIMUTE	
		VANTE	RÉ
AB	31°10'NW		
BC	12°50'SW		
CD	00°15'SE		
DE	88°50'NE		
EF	00°10'NE		

4) – O azimute à direita de CD é 189°30' e o rumo de ED é 08°10'SE. Calcular o ângulo CDE, medido com sentido à direita, isto é, no sentido horário.

5) – Completar a tabela abaixo:

LINHA	RUMO		AZIMUTE	
	VANTE	RÉ	VANTE	RÉ
A-B			332°12'	
B-C		10°18'45"NW		
C-D	35° 20' 35"SE			
D-E				
E-F	40° 02' 02"NE			
F-G				18° 47'

6) - Transformar rumo em azimute ou vice-versa:

23°40'32" SE	58°20'20" SW	159°00'23"
45°50'45" SW	34°50'15" NW	336°.22'45"
58°20'20" SW	49°56'33"NW	349°20'56"
34°50'15" NW	349°20'56"	28°40'00"
49°56'33"NW	28°40'00"	180°00'00"
36°29'48"SE	180°00'00"	201°19'38"
39°47'13"SW	201°19'38"	270°47'42"
23°40'32" SE	270°47'42"	159°00'23"
45°50'45" SW	349°20'56"	159°00'23"

7) - Calcular os rumos e determinar o erro de fechamento angular do polígono pelos rumos calculados e pela somatória dos ângulos internos. Desenhar o esquema para cada ponto.

ESTACA	PONTO VISADO	ÂNGULO À DIREITA	RUMO CALCULADO
2	1 3	86° 07'	15° 32'NE
3	2 4	175° 10'	
4	3 5	143° 58'	
5	4 6	108° 45'	
6	5 7	247° 12'	
7	6 8	78° 53'	
8	7 9	121° 08'	
9	8 10	267° 33'	
10	9 11	88° 13'	
11	10 1	82° 47'	
1	11 2	220° 11'	

CAPÍTULO 4

MEDIDAS ANGULARES, LINEARES e AGRÁRIAS

4. MEDIDAS ANGULARES, LINEARES e ÁGRÁRIAS

4.1 – INTRODUÇÃO

Para o perfeito entendimento de TOPOGRAFIA, faz-se necessário um estudo das unidades de medidas angulares, lineares e unidades de áreas utilizadas.

Para tanto, este capítulo tem como objetivo, uma recordação das operações fundamentais entre ângulos, suas conversões, adições e subtrações. Quanto as unidade de medidas, recordaremos apenas as do sistema universal, seus múltiplos e divisões. Para as unidades de áreas agrárias, fez-se um apanhado da origem e utilização de diversas unidades de áreas utilizadas no Brasil nos seus diversos Estados.

4.2 – MEDIDAS ANGULARES

4.2.1 – ÂNGULO

É o trecho de plano do horizonte compreendido entre duas semi-retas que têm origem comum (vértice).
Os ângulos podem ser: a) ângulo plano; b) ângulo diedro; c) ângulo triedro; e, d) ângulo esférico.

4.2.1.1 – ÂNGULO PLANO

É o ângulo sobre uma superfície plana que pode ser horizontal ou vertical (Figura 4.1).

PLANO HORIZONTAL Os ângulos medidos neste plano são chamados de ângulos azimutais.

PLANO VERTICAL Os ângulos medidos neste plano são denominados de ângulos verticais.

Os ângulos planos podem ser:

- Ângulo reto: tem os lados perpendiculares entre si. Mede 90º ou 100 grados.
- Ângulo agudo: mede menos que um ângulo reto.
- Â*ngulo obtuso*: mede mais que um ângulo reto.

4.2.1.2 – ÂNGULO DIEDRO

É o ângulo formado pela interseção de duas faces.

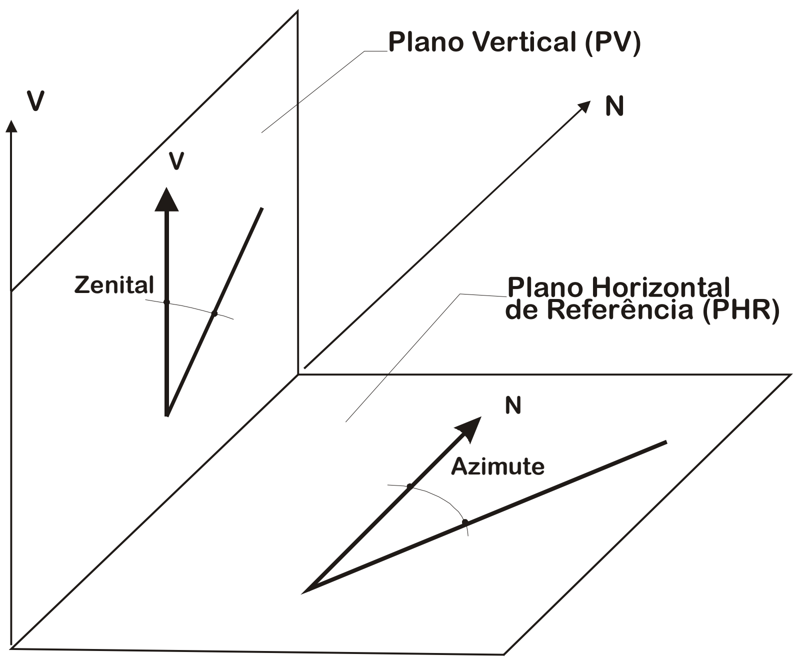


Figura 4.1 – Ângulo diedro

4.2.1.3 – ÂNGULO TRIEDRO

É o ângulo formado pela interseção de três faces. Para interseção de mais de três faces denomina-se ângulo sólido.

4.2.1.4 – ÂNGULO ESFÉRICO

É o ângulo medido sobre uma superfície esférica, presente nos cálculos GEODÉSICOS.

4.2.2 – UNIDADES DE MEDIDAS ANGULARES

Para tanto se utiliza o "TEODOLITO TOPOGRÁFICO", um aparelho para medidas exclusivamente de ângulos horizontais e vértices. Tal aparelho consta basicamente de um círculo graduado acoplado a uma luneta telescópica. Este conjunto é adaptado a um tripé e estacionado sobre o vértice do ângulo que se deseja medir, após ser nivelado.

As unidades de medidas angulares são:

- Sexagesimal;
- Centesimal (grados);
- Radianos.

4.2.2.1. SEXAGESIMAL

No Brasil, o sistema adotado é o sexagesimal, no qual a circunferência está dividida em 360 partes iguais, sendo cada parte de 1º (um grau, que constitui a unidade do sistema sexagesimal). Cada grau está dividido em 60 partes iguais, onde cada parte corresponde a um ângulo de 1' (um minuto).

Cada minuto está dividido em 60 partes iguais, sendo que cada parte corresponde a um ângulo de 1" (um segundo).

NOTAÇÃO:	grau	(º)
	minutos	(')
	segundos	(")

Os segundos (“) admitem partes fracionárias, porém no sistema centesimal.

EXEMPLO:

12º	16 ‘	36,1“	→	= 1	Décimo de segundos
12º	16 ‘	36,12”	→	= 12	Centésimos de segundos
12º	16 ‘	36,125”	→	= 125	Milésimos de segundos

4.2.2.2. CENTESIMAL (GRADO)

Na unidade centesimal, a circunferência está dividida em 400 partes iguais, cada parte correspondendo a 1^g (um grado). Cada grado está dividido em 100 partes iguais, cada parte corresponde a 1 centígrado, 1 centésimo de grados ou 1 minuto centesimal. Cada centígrado está dividido em 100 partes iguais, onde cada parte corresponde a 1 decimiligrado ou milésimos de grado.

Portanto, o grado é composta de uma parte inteira e uma parte fracionária que pode ser:

EXEMPLO:

21,1	→	= 1	Décimo de grados
21,12	→	= 12	Centésimos de grados
21,125	→	= 125	Milésimos de grados

4.2.2.3. RADIANO:

Chama-se de radiano, ao ângulo central que corresponde a um arco de comprimento igual ao raio. A circunferência está dividida em rd (6,2832 rd), onde 1 radiano corresponde a um ângulo, no sistema sexagesimal, a 57º 17’44,8”. A aplicação prática desta unidade de medida angular, dá-se principalmente na medida de ângulos pequenos.

4.2.3. CONVERSÃO DE UNIDADES:

4.2.3.1. CONVERSÃO DE GRAUS EM GRADO

$400^g \rightarrow 360^o$

$X^g \rightarrow Y^o$

Portanto:

$$X^o = \frac{400^g \times Y^o}{360^o} \qquad (4.1)$$

Exemplo:
Converter 62º 37'21" em grados.

Resolução:
- Passagem do sistema sexagesimal para o sistema decimal:
Multiplica-se os minutos por 60, adiciona-se os segundos e divide-se o resultado por 3.600 e obtêm a parte decimal.
37 x 60 = 2.220
2.220 + 21 = 2.241

$$\frac{2.241}{3.600} = 0,6225$$

Daí: 62º 37'21" = 62,6225º.
- Cálculo do valor em grados:

$$X^g = \frac{400^g \times 62,6225^o}{360^o} = 69,5805^g$$

4.2.3.2. CONVERSÃO DE GRADOS EM GRAUS

$400^g \rightarrow 360^o$
$X^g \rightarrow Y^o$
Portanto:

$$Y^o = \frac{360^o \times X^g}{400^g} \tag{4.2}$$

Exemplo:
Converter 65,5805 grados em graus.

Resolução:
- Cálculo do valor em grados:

$$Y^o = \frac{360^o \times 65,5805^g}{400^g} = 62,6225^o$$

- Passagem do sistema decimal para o sistema sexagesimal:
62,6225º.

Multiplica-se a parte fracionária por 60 para obter-se os minutos. Multiplica-se novamente a parte fracionária por 60 para obter-se os segundos.

0,6225 x 60 = 37,35’ (37 equivale aos minutos).

0,35 x 60 = 21”

Portanto: 62,6225º = 62º 37’21”.

4.2.3.3. CONVERSÃO DE GRAUS EM RADIANOS

180º → π rad

Yº → Z rad

Portanto:

$$Z_{rad} = \frac{Y^o \times \pi_{rad}}{180^o} \tag{4.3}$$

Exemplo:

Converter 150º em radianos.

Resolução:

$$Z_{rad} = \frac{150^o \times \pi_{rad}}{180^o} = \frac{5}{6}\pi_{rad}$$

4.2.3.4. CONVERSÃO DE RADIANOS EM GRAUS

π rad → 180º

Z rad → Yº

Portanto:

$$Y^o = \frac{180^o \times Z_{rad}}{\pi_{rad}} \tag{4.4}$$

Exemplo:

Converter $\frac{4}{3}\pi_{rad}$ em graus.

Resolução:

$$Y^o = \frac{180^o \times \frac{4}{3}\pi_{rad}}{\pi_{rad}} = 240^o$$

4.2.4 - EXERCÍCIOS:

Faça as seguintes transformações:

1 – Transforme para grados e radianos:
a) 36º ; b) 10º; c) 234º; d) 50º.
2 – Transforme em graus sexagesimais:
a) 56 grados; b) 75 grados; c) 3 rad.
3 – 1 rd em graus e em grados;
4 – 45gr 58 em graus e em radianos;
5 – 37gr 426 em graus e em radianos;
6 – 23º 16’ em radianos;
7 – 54º 45’ 58” em grados;
8 – $\pi/4$ rd em grados;
9 – 88gr 8888 em graus e em radianos.

4.3 – MEDIDAS LINEARES:

A unidade padrão para medida linear é o metro que corresponde a uma parcela de 1/40.000.000 do meridiano da terra.

Atualmente o metro é definido como a quantidade de 1.650.763,73 comprimentos de onda, no vácuo da transição não perturbada $2p_{10} - 5d_5$ do Kr^{86}. O sistema métrico decimal foi criado no Brasil, a partir de 1.874.. No entanto, ainda hoje, são usados as medidas do antigo sistema metrológico em muitos estados brasileiros, conforme TABELA 4.1:

SISTEMA ANTIGO	VALOR	SISTEMA MÉTRICO
1 linha	10 pontos	0,002291 m
1 polegada	12 linhas	0,0275 m
1 palmo	8 polegadas	0,22 m
1 vara	5 palmos	1,10 m
1 braça	2 varas	2,20 m
1 corda	15 braças	33,00 m
1 quadra	4 cordas	132,00 m
1 polegada inglesa	–	0,0254 m
1 pé inglês	12 polegadas inglesas	0,30476 m
1 jarda	3 pés ingleses	0,91438 m

(continua)

SISTEMA ANTIGO	VALOR	SISTEMA MÉTRICO
1 pé português	12 polegadas	0,33 m
1 côvado	2 pés	0,66 m
1 passo geométrico	5 pés	1,65 m
1 toesa	3 côvados	1.98 m
1 quadra Uruguai	50 braças	110,00 m
1 quadra brasileira	60 braças	132,00
1 milha brasileira	1.000 braças	2.200,00 m
1 milha terrestre	1.760 jardas	1.609,31 m
1 milha métrica	833,33 braças	1.833,33 m
1 milha marítima	841,75 braças	1.851,85 m
1 légua métrica	2.500 braças	5.500,00 m
1 légua marítima	2525,25 braças	5.555,55 m
1 légua brasileira	3.000 braças	6.600,00 m

TABELA 4.1 – Unidades de Medidas Lineares

Por ser simples de se trabalhar, o sistema métrico tende, em breve, a ser usado pela totalidade dos países.

Possui os seus múltiplos e submúltiplos.

♦ – SUBMÚLTIPLOS:

DECÍMETRO	Corresponde a décima parte do metro (0,10 m ou 1 dm)
CENTÍMETROS	Corresponde a centésima parte do metro (0,01 m ou 1 cm)
MILÍMETROS	Corresponde a milésima parte do metro (0,001 m ou 1 mm)

♦ – MÚLTIPLOS:

DECÂMETRO	Corresponde a 10 vezes o metro (10 m ou 1 dam)
HECTÔMETRO	Corresponde a 100 vezes o metro (100 m ou 1 hm)
QUILOMETRO	Corresponde a 1000 vezes o metro (1000 m ou 1 km)

EXEMPLOS:

2,432 m	= 2 metros, 4 decímetros, 3 centímetros e 2 milímetros
2,045 m	= 2 metros, 4 centímetros e 5 milímetros
3,002 m	= 3 metros e 2 milímetros
5,058 dam	= 50 metros (5 decâmetros), 5 decímetros e oito centímetros
5,23 dam	= 52 metros (5 decâmetros), 3 decímetros
5,4258 km	= 5 quilômetros, 4 hectômetro, 2 decâmetro, 5 metros e 8 decímetros
0,5 m	= 5 decímetros
0,01 m	= 1 centímetro
0,004 m	= 4 milímetros
0,0052 m	= 5 milímetros e 2 décimos de milímetros

4.4 – MEDIDAS AGRÁRIAS:

As unidades de medidas de superfície são:

- *Metro quadrado* → m².

- *Are*: corresponde a superfície de um quadrado de 10 metros de lado ou seja 100 m². É muito usado o múltiplo destas unidades, o HECTARE (100 vezes o ares) que equivale a 10.000 m² e corresponde à superfície de um quadrado de 100 metros de lado. A conversão de um número qualquer de m² para hectare (*ha*.) basta dividi-lo por 10.000 e separá-lo a partir da direita, em casas de algarismo, assim:

Área = 1.278.493 m²
Dividindo por 10.000 tem-se: 127,8493 hectares.
Assim, temos:

1 hectare (ha)	=	10.000,00 m²	(quadrado de 100 x 100 m)
1 are (a)	=	100,00 m²	(quadrado de 10 x 10 m)
1 centiare (ca)	=	1,00 m²	(quadrado de 1 x 1 m)

Portanto:
127,8493 hectares, corresponde a: 127 hectares
84 ares
93 centiares.

4.4.1 – DEFINIÇÕES E ORIGENS DAS PRINCIPAIS UNIDADES DE MEDIDAS:

4.4.1.1 – HECTARE:

Medida agrária do SISTEMA MÉTRICO DECIMAL que equivale a superfície de um quadrado de 100 metros de lado ou 10.000 m^2.

4.4.1.2 – ARE:

Medida agrária do SISTEMA MÉTRICO DECIMAL que a superfície de um quadrado de 10 metros de lado ou 100 m^2.

4.4.1.3 – CENTIARE:

É a centésima parte do are ou seja, 1 m^2.

4.4.1.4 – ACRE:

Medida de superfície empregada na Inglaterra e nos Estados Unidos. Equivale a 4.046,80 m^2.

4.4.1.5 – CINQÜENTA:

Unidade agrária empregada na Paraíba e a área de 50 x 50 braças, também chamada de quarta no Rio Grande do Norte. Equivale a 12.100,00 m^2.

4.4.1.6 – COLÔNIA:

Unidade de superfície agrária usada no Espírito Santo equivalente a 5 alqueires geométricos. Equivale a 242.000,00 m^2.

4.4.1.7 – DATA DE TERRAS:

Designação antiga de área geralmente retangular, caracterizada pela metragem de testada e de fundo. Exemplo: uma data de 800 com meia légua, exprime uma área de 800 braças de testadas por 1.500 braças de fundo, equivalente a 6.600.000,00 m^2. Em Minas Gerais, São Paulo e Paraná a data varia de 20 a 22 m por 40 a 44 metros.

4.4.1.8 – MORGO:

Unidade de superfície empregado no estado de Santa Catarina, equivalente a 0,25 hectares ou seja um quadrado de 50,00 metros de lado.

4.4.1.9 – QUARTA:

Unidade agrária empregada no Rio Grande do sul, equivalente à área de 50 x 50 braças, equivalente a 12.100,00 m². Na Paraíba recebe a designação de cinqüenta. No Paraná a quarta vale 50 x 25 braças, iguais a 6.050,00 m².

4.4.1.10 – TAREFA:

É a área de terra que corresponde a um determinado trabalho agrícola que se deve realizar em determinado limite de tempo, por um homem ou grupo de homens. Aparece em dimensões muito variáveis, desde 7x7 braças até 50x50 braças. Na Bahia corresponde a superfície de um quadrado de 30 braças de lado, equivalente a 4.356,00 m².

4.4.1.11 – ALQUEIRE GEOMÉTRICO:

Unidade agrária, utilizada no estado de Minas Gerais, equivalente à área de 100 x 100 braças, que contém 48.400,00 m² ou seja 4 hectares e 84 ares comportando 80 litros de planta.

4.4.1.12 – ALQUEIRE PAULISTA:

Unidade agrária, utilizada no estado de São Paulo, sul de Minas Gerais, equivalente à área de 50 x 100 braças, que contém 24.200,00 m² ou seja 2 hectares e 42 ares comportando 40 litros de planta.

Segundo artigo do Engenheiro Orlando Andrade Resende, publicação da REVISTA "A MIRA", edição número 02 de agosto/setembro de 1.990 tem-se:

"Muitas vezes o perito se encontra diante de medidas agrária diversas e fica na dúvida qual será sua correspondência no sistema métrico. Como exemplo podemos citar o ALQUEIRE que ora é paulista com 2,42 ha., ora é mineiro com 4,84 ha. ou o alqueirão do nordeste mineiro com 19,36 ha. No âmbito fiscal se encontra o alqueire de 3,0250 ha. chamado alqueire de planta, ou 3,4 ou 3,6 ha.

Além disto, o perito topa ainda com as medidas de litros e de quartas ou então de tarefas. A confusão é grande. No ano de 1.930, em recenseamento feito o Brasil foram encontrados 19 tamanhos de alqueire como medida agrária. Diante disto, vamos aqui, tentar uma explicação de origem da medida.

ALQUEIRE é uma palavra que provêm do árabe "alqueire" – "medida de um saco" – deriva do verbo "cala" – medir – medição de grãos. "Seis alqueires fazem um saco e sessenta um maio"(conforme o dicionário crítico e etimológico da língua portuguesa). Os colonos portugueses sempre usaram o alqueire como medida de volume e o terreno que, no plantio, coubesse aquela medida era chamado de "terreno de um alqueire".

A dificuldade da construção de um recipiente que contivesse a quantidade de grãos de "um alqueire" fez com que fosse construído um recipiente menor e daí surgiu a "quarta" ou seja a quarta parte do alqueire. Também na medida da terra prevaleceu o nome de "quarta" à área que levasse sua medida em plantio. Da mesma maneiro, o litro. Plantado o terreno com a cultura mais usual na época, o milho, a área foi medida em braças ou em varas e daí surgiu a expressão de alqueire de tantas braças em quadra.

A diferença na medida real do alqueire provém de vários fatores:

Primeiramente o tamanho do saco, pois temos sacos de 40, 50, 60, 70, 80 litros, etc.

Em milho, estas medidas correspondem, a 32 kg, 40 kg, 48 kg, 56 kg, 64 kg, etc. Como o milho era plantado em covas distantes um das outras a medida de um cabo de enxada, a área para se planta um alqueire de semente variava muito. Em primeiro lugar porque o número de sementes por litro depende de ser a mesma graúda ou miúda; o número de grãos por cova, 3, 4, 5 ou 8; depende também do tamanho do cabo da enxada pois este varia com a estatura do lavrador.

De maneira geral, em Minas Gerais a medida mais comum do alqueire correspondia a 50 litros e o seu plantio feito em 10 tarefas. Cada tarefa corresponde a 25 braças em quadra ou seja 55 x 55 metros, iguais a 3.025 m^2. Assim o alqueire de 50 litros de planta de milho corresponde a dez tarefas, tem a área de 30.250 m^2 ou 3,0250 hectares e o litro corresponde a 30.250/50 = 605 m^2.

O chamado alqueire paulista de 40 litros corresponde à área de 40 x 605 m = 24.200,00 m^2 ou 2,42 hectares e equivale a 100 x 50 braças. O denominado alqueire mineiro de 4,84 hectares, contém 80 litros e mede 100 braças em quadra. O alqueirão do nordeste de Minas Gerais mede 200 x 200 braças e que dá 19,36 hectares, ou 320 litros.

Além da diversidade das medidas, o comum é que temos os terrenos, na maioria das vezes não fora medidos: foram simplesmente calculados por "Louvados". Neste trabalho, o “prático” vai calculando o terreno que ele enxerga de perto, em partes, por litros, fazendo a soma ao final para se chegar ao total da área. Quando o terreno é montanhoso ele o vê de todos os lados, daí o crescimento da medida; as terras de várzeas não são vistas e o louvado faz o seu cálculo pelo andar do cavalo de um lado para outro em um tempo por ele calculado e, neste caso, o comum é o terreno apresentar-se menor que a realidade”.

4.4.2 - UNIDADE LEGAIS NO BRASIL:

UNIDADE	SÍMBOLO	UNIDADE
Metro	m	comprimento
metro quadrado	m^2	área
metro cúbico	m^3	volume
Quilograma	kg	massa
Grama	g	massa
Litro	l	volume
Mililitro	ml	volume
Quilômetro	km	comprimento
Quilômetro por hora	km/h	velocidade
Hora	h	tempo
Minuto	min	tempo
Segundo	s	tempo
graus Celsius	ºC	temperatura
Kelvin	K	temperatura termodinâmica
Hertz	Hz	freqüência
Newton	N	força
Pascal	Pa	pressão
Watt	W	potência
Ampére	A	Corrente elétrica
Volt	V	Tensão elétrica
Condela	Cd	intensidade de luz

CAPÍTULO 5

MEDIÇÕES DE DISTÂNCIAS HORIZONTAIS.

5. MEDIÇÕES DE DISTÂNCIAS HORIZONTAIS:

A medida da distância entre dois pontos, em Topografia, corresponde à medida da distância horizontal entre esses dois pontos.
Na Mensuração, o comprimento de um alinhamento pode ser obtido através de:

- Medidas diretas: uma medida é considerada ‘direta’ se o instrumento usado na medida apoiar-se no terreno ao longo do alinhamento, ou seja, se for aplicado no terreno ao longo do alinhamento;

- Medidas indiretas: uma medida é considerada ‘indireta’ no caso da obtenção do comprimento de um alinhamento através de medida de outras grandezas com ele relacionada matematicamente;

- Medidas eletrônicas: é o caso do comprimento de um alinhamento ser obtido através de instrumento que utilizam o comprimento de onda do espectro eletromagnético ou através de dados emitidos por satélites.

5.1. MEDIÇÃO DIRETA DE DISTÂNCIA HORIZONTAL:

Para a medição direta de distâncias utilizamos o diastímetro, onde os mais conhecidos são:

- Cadeia de agrimensor: tem grande facilidade de articulação e rusticidade, qualidades que a fazem prática para ser usada no campo. Cada barra com elo de cada lado mede 20 centímetros. De metro em metro, no elo correspondente, existe pendurado um pingente circular de latão onde está gravado o número equivalente à distância da origem ao elo. A primeira e última barra são diferentes, pois contêm manoplas as quais permitem a extensão com força suficiente para eliminar a curvatura que o peso próprio da corrente ocasiona (catenária). À manopla fixa-se a um pedaço de barra com rosca que permite pequenas correções no comprimento total da corrente. Têm comprimentos de 20 metros. Com o aparecimento das fitas (trenas) de fibras sintéticas muito mais leves, práticas e precisas, o seu emprego atual é limitado.

- Trenas de aço: são fitas graduadas em centímetros enroladas no interior de uma caixa circular através de manivela. Seus comprimentos variam de 20 ou 30 metros. Podem ocasionar pequenos erros, facilmente corrigidos matematicamente, em função da variação de temperatura, tensão de tração superior à indicada pelo fabricante. Podem enferrujar-se rapidamente, portanto a necessidade de limpá-las com querosene e a seguir, recomenda-se untá-las com vaselina ou óleo.

- Trenas de fibra de vidro: fabricadas com material sintético, não necessitam dos mesmos cuidados das trenas de aço, embora a precisão seja um pouco menor. Recomendadas para serviços onde não se necessita de grande precisão, principalmente para medidas secundárias de pouca responsabilidade, principalmente na medida de detalhes.

- Fio de invar: são feitas de uma liga de aço e níquel (36%); permitem precisão da ordem de 1 mm em 100 m até 1 mm em

1.000 m. Seu uso dá-se apenas em bases geodésicas.3.1.3. ACESSÓRIOS:

- Para efetuar uma medição, alem do diastímetro, utilizam-se ainda como acessórios que têm como finalidade a materialização do ponto topográfico no terreno, são eles:

- Balizas: são peças, geralmente de ferro ou alumínio, com 2 m de altura, de seção circular, pintadas, a cada 50 cm, em duas cores contrastantes (vermelho e brando) e tendo na extremidade inferior um ponteiro para facilitar a fixação no terreno. É um acessório indispensável para quaisquer trabalhos topográficos.

- Fichas: são peças de ferro, de seção circular, com diâmetro de ¼" ou 3/16", com cerca de 40 cm de altura; são pontiagudas na extremidade inferior, para cravação no solo e, na extremidade superior. As fichas destinam-se à marcação de um ponto sobre o solo, por curto período.

- Piquetes ou estacas: tem como finalidade principal de materializar o ponto da poligonal do levantamento topográfico. São de madeira (2,5x2,5 cm), com aproximadamente 25 cm e apontados de um dos lados.

5.1.1. MEDIÇÃO COM DIASTÍMETRO

Procedimento para medida de distância com trena:

Além da trena, deve-se utilizar também um jogo de onze fichas (hastes metálicas de 50 cm de comprimento com formato próprio para serem fincadas no chão) e deve-se proceder da seguinte maneira no campo:

Destacam-se dois auxiliares para segurar a trena sendo chamados de trena vante o auxiliar que vai puxando a trena na frente e trena ré o auxiliar que segura a trena na parte de trás da mesma, ou seja, aquele que segura o "zero" da trena.

Toda trenada deve ser feita com a trena esticada ao máximo próxima da horizontal. A medida é feita da seguinte maneira, supondo tratar-se de uma trena de comprimento igual a 30 metros:

- No ponto de partida (zero metros) deve-se deixar uma ficha fincada ao lado do marco zero;

- Ao dar a trenada, o trena vante finca uma outra ficha na posição exata da medida efetuada;

- A trena ré sai então da posição inicial recolhendo a ficha que lá houvera sido fincada e caminha até a posição que se encontra cravada a outra ficha. Portando, para cada trenada efetuado, haverá uma ficha na mão do trena ré;

- Depois de 10 trenadas, as ficha são devolvidas ao trena vante que anota a passagem das mesmas e inicia novamente o processo a partir da 11a ficha que ainda se encontra cravada no terreno. Até este ponto foram medidos no caso do exemplo 300 metros, ou seja:
  - fichas na mão do trena ré = 10 = número de trenadas;
  - comprimento da trena = 30 metros;
  - comprimento medido = 10 x 30 = 300 metros.

- Portanto, quando se chegar ao finas da linha, o comprimento medido será o número de fichas anotado pelo trena vante, multiplicado pelo comprimento da trena mais a fração inicial de trena lida na medida final. No caso do comprimento do alinhamento ser menor que 200 metros, a trena ré deixa fincada a última ficha e multiplica o número de fichas que estão em poder pelo comprimento da trena final.

5.1.2. MEDIÇÃO DIRETA DE ALINHAMENTO RETO ENTRE 2 PONTOS VISÍVEIS ENTRE SI:

Dizemos que se emprega o método direto quando, para se conhecer a distância AB, mede-se a própria distância AB[11].

Este é o caso mais fácil, exemplificado na figura 5.1. *A* primeira operação a realizar é demarcar os pontos extremos *A* e *B* do alinhamento com uma baliza. A seguir, um ajudante munido de uma outra baliza vai avançando em direção de *B* para *A* até uma determinada distância, onde, seguindo as indicações do operador que se encontra uns 2 metros atrás da baliza *A*, crava uma outra baliza *C*, verificando-se a verticalidade. Após de marcado o primeiro ponto intermediário, precede-se à mesma operação para o segundo, terceiro, etc., até chegar ao princípio do alinhamento.

O operador situado em *A* deve ver sobrepostas todas as balizas intermediárias até a última.

O método direto pode ser utilizado percorrendo-se a linha com qualquer tipo de diastímetro, aplicando-o sucessivamente até o final. Na medição exemplificada na figura 5.1, mediu-se a distância entre os pontos A e B com uma trena de 20 m. As balizas devem permanecer na vertical, enquanto as medidas com a trena sempre na horizontal. No exemplo, foi medido três (3) vezes a trena inteira; duas (2) vezes medidas de 10 metros (devido ao relevo) e uma distância fracionada de 8,20 m. Portanto, a distância total será 3 x 20,00 m + 2 x 10,00 m + 8,20 m = 88,20 m.

[11] É método indireto quando, para determinar AB, mede-se qualquer outra reta e determinados ângulos que permitem o cálculo por trigonometria..

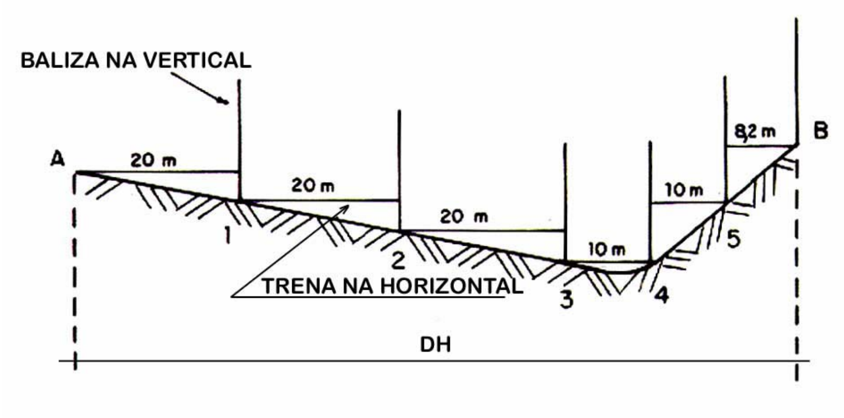


Figura 5.1 – Medição direta de distância – de "A" enxerga-se "B"
(Adaptado de Jelinek, A. Ritter – Material Didático)

Em TOPOGRAFIA, os alinhamentos são representados graficamente através de suas projeções num plano horizontal, uma vez que as medições dos comprimentos dos alinhamentos são feitas segundo um plano horizontal.

Quando a distância entre os pontos extremos AB são maiores que o comprimento do diastímetro, precisamos traçar previamente o seu alinhamento.

Consegue-se um alinhamento mais perfeito estacionando um teodolito em *A*, visando *B* (deve visar-se para o pé da baliza para evitar erro devido à possível falta de verticalidade da baliza).

5.1.3. MEDIÇÃO DIRETA DE ALINHAMENTO RETO ENTRE 2 PONTOS NÃO VISÍVEIS ENTRE SI:

Se A e B são os extremos do alinhamento que queremos estabelecer e entre eles há um obstáculo que impede que se vejam um ao outro, o procedimento a seguir para traçar o alinhamento é o seguinte:

- Coloca-se uma baliza em cada um dos extremos A e B;

- A seguir o ajudante que colocou a baliza em B dirige-se para um ponto C' que esteja mais próximo do alinhamento AB e de onde possa ver a baliza em A;

- O operador que colocou a baliza A dirige-se para C’ sem sair do alinhamento AC’ (seguindo as indicações do ajudante situado em C’), até que chega a um ponto D’ de onde possa ver a baliza situada em B;

- A seguir, o operador colocado em D’ dá indicações ao que está situado em C’, até o colocar num ponto C” alinhado em D’ e B;

- Repetindo estas operações sucessivamente, obtêm-se os pontos D”, C’”, cada vez mais próxima do alinhamento AB, até chegar a dois pontos D e C, estando D no alinhamento AC e C no alinhamento DB, ou seja, que ambos os pontos estejam no alinhamento AB.

Podemos utilizar este mesmo procedimento quando queremos traçar um alinhamento entre dois pontos inacessíveis ou nos quais não se possa colocar um operador, como por exemplo, as esquinas de dois edifícios.

5.2. MEDIÇÃO INDIRETA DE DISTÂNCIA HORIZONTAL:

O processo de medida é indireto quando a distância é obtida em função da medida de outras grandezas, não havendo, portanto, necessidade de percorrer a distância.

A medida indireta das distâncias é baseada na resolução de triângulos isósceles ou retângulos.

A taqueometria, do grego “takhys” (rápido), “metren” (medição), compreende uma série de operações que constituem um processo rápido e econômico para a obtenção indireta da distância horizontal e diferença de nível.

Este assunto será detalhado em capítulos futuros.

5.3. MEDIÇÃO ELETRÔNICA DE DISTÂNCIA HORIZONTAL:

O distanciômetro eletrônico (DE) é o instrumento utilizado na medição eletrônica de distâncias. O primeiro distanciômetro eletrônico surgiu em 1943, graças ao cientista sueco E. Bergstran, que projetou o primeiro DE, que recebeu o nome de Geodimiter NASM-2.

O aparecimento dos DEs facilitaram muito a medição de distâncias, além de aumentar a qualidade das medidas. A precisão das medidas de distâncias saltou da ordem do milímetro para décimos de milímetros.

O princípio de funcionamento de um distanciômetro eletrônico é baseado na medida da diferença de fase, isto é, a medida de tempo que uma onda eletromagnética leva para percorrer duas vezes a distância entre o aparelho receptor e um refletor instalado em outro extremo.

Ondas eletromagnéticas usadas na medida precisa de distâncias, de acordo

com o seu comprimento de onda, nas seguintes classes:

- Microondas, com comprimento de onda entre 1 e 10 cm;
- Luz visível, com comprimento de onda médio de 0,5 μm; e
- Infravermelho, com comprimento de onda entre 0,72 e 0,94 μm.

5.4. ERROS DE AFERIÇÃO DO DIASTIMETRO:

Quando medimos a distância entre dois pontos, descobrimos depois que a trena utilizada não tem o comprimento que deveria ter, o resultado estará errado. Para a correção analítica, usa-se uma “REGRA DE TRÊS INVERSA”, já que quanto maior for à trena, menos vezes ela caberá na distância a medir.

Em geral se prefere a correção analítica, por ser mais rápida e exata. Consiste em usar normalmente a corrente, corrigindo os valores obtidos.

$$l_r = \frac{c \times l_m}{l_n} \qquad (5.1)$$

onde:

l_r = comprimento real da linha;

c = comprimento da trena é o valor encontrado ao compará-la com uma trena correta;

l_m = comprimento medido com a trena não aferida;

l_n = comprimento nominal da trena represento o valor que ele deveria ter.

5.5. EXERCÍCIOS

1 - As distâncias seguintes foram medidas nominalmente com uma trena de 20 metros, que se verificou ter só 19,95 metros. Corrigir.

LINHA	DISTÂNCIA MEDIDA	DISTÂNCIA CORRIGIDA
1 - 2	32,42	32,34
2 - 3	129,33	
3 - 4	91,04	
4 - 5	76,71	
5 - 6	38,10	
6 - 7	49,37	

Resolução para a linha 1-2.

Sabemos que: c = 19,95;

l_m = 32,42;

l_n = 20,00.

Portanto: $$l_r = \frac{19{,}95}{20{,}00} \times 32{,}42 = 32{,}34$$

2 - A linha 13-14 medida com uma corrente de agrimensor de 19,94 metros, resultou 83,15 metros. O comprimento nominal da corrente é 20 metros. Corrigir o comprimento 13-14.

3 - A linha A-B medida com uma trena que media de 20,06 metros, resultou 92,12 metros. Qual o comprimento real da linha ?

CAPÍTULO 6

LEVANTAMENTOS REGULARES

6 – LEVANTAMENTOS REGULARES

6.1 – LEVANTAMENTO REGULAR A TEODOLITO E TRENA

Segundo (CORDINI, J.) desenvolver o levantamento topográfico de uma região requer a precisa determinação dos elementos necessários e suficientes ao desenho de sua planta. Esses elementos são as coordenadas (X,Y) dos diversos pontos de interesse, que definirão, no desenho, as posições planimétricas dos pontos topográficos levantados. Em altimetria, surgirá uma terceira coordenada: a cota ou altitude (h), possibilitando, assim, a representação tridimensional (planialtimétrica) do ponto.

As operações de campo constam de medições de distâncias horizontais com a trena (medição direta), por meio de cálculos trigonométricos (medição indireta) ou eletronicamente e ângulos horizontais com o teodolito. Para a orientação do levantamento e posterior desenho da planta, é necessária a determinação da meridiana verdadeira ou magnética.

No escritório é efetuado o ajustamento analítico de todas as medidas, bem como o cálculo das coordenadas dos pontos levantados, para posterior desenho da planta.

A utilização de métodos de levantamento e instrumentos de medida apropriados, que propiciem resultados satisfatórios, atendendo aos objetivos do trabalho, é fator que deve ser observado na execução do levantamento de uma determinada área de terreno, cujas forma, dimensão e disposição dos detalhes deverão ser representadas fielmente em planta.

É de suma importância determinar, no campo, a posição dos pontos notáveis que irão definir em planta a planimetria do terreno, bem como daqueles que permitirão representar o relevo.

Para bem se conduzir um levantamento topográfico, são três as fases a serem cumpridas:

- ***Reconhecimento da área***: o profissional responsável pelos trabalhos percorre a área a ser levantada escolhendo os principais vértices da poligonal de apoio e define o ponto de partida do levantamento. Neste ponto inicial será determinada a meridiana magnética e, para tal, este ponto deverá estar isento de qualquer influência magnética local. Nesta fase, deverão ainda ser tomadas as seguintes providências: dispor de piquetes e estacas em quantidade suficiente, organizar a equipe de campo (balizeiros, foiceiros e um encarregado do transporte do instrumento), providenciar junto ao proprietário a abertura de picadas e a limpeza das divisas e finalmente desenhar um croqui da área, que servirá para as anotações de campo e auxiliará os trabalhos de escritório.

- ***Levantamento da poligonal de apoio***: esta fase tem início no ponto de partida; percorre-se todo o contorno até o fechamento da poligonal. Nos levantamentos normais de Topografia, recomenda-se o uso de poligonais fechadas, porque estas fornecem os elementos necessários à comprovação dos cálculos e à verificação dos erros admissíveis. Determina-se a meridiana magnética no ponto de partida, utilizando-se teodolito com bússola acoplada. Todas as medidas de distâncias e ângulos, bem como o nome dos proprietários de terrenos confrontantes, devem ser cuidadosamente anotados em caderneta apropriada e no croqui do levantamento. A existência de detalhes importantes exige o desenho de croqui individual, garantindo a correta caracterização de sua forma e dimensão.

- *Levantamento dos detalhes*: é a fase de fechamento dos trabalhos de campo. Quando necessário, lançam-se poligonais auxiliares a partir de um dos vértices da poligonal de apoio para a amarração dos detalhes; ou, quando não, amarram-se os detalhes diretamente aos vértices da poligonal principal. Os levantamentos dos detalhes deverão ser acompanhados de croqui (desenho à mão livre do levantamento) e os dados obtidos devem ser anotados em caderneta de campo.

6.2 – INSTRUMENTOS E ACESSÓRIOS NECESSÁRIOS PARA UM LEVANTAMENTO REGULAR

Para a execução de um bom levantamento regular, necessita-se dos seguintes instrumentos e acessórios:

6.2.1. – INSTRUMENTOS

Teodolitos: Utilizado na leitura de rumos ou azimutes magnéticos, ângulos horizontais horários (ou anti-horários, dependendo do fabricante) e ângulos verticais (utilizados para medição indireta de distâncias).

Na figura 6.1 pode-se observar o Esquema de um Teodolito padrão repetidor com os parafusos de ajustes com as seguintes funções:

- *LIMBO*: Parte do teodolito onde se efetua a medição dos ângulos horizontais e verticais.
- *ALIDADE*: Dispositivo giratório e suporte dos elementos de visualização. Gira em torno de um eixo vertical.
- *LUNETA*: Constituída por ocular, objetiva e retículos.
- *EIXOS*: Os eixos do teodolito são: horizontal, vertical, focalizante e são perpendiculares entre si.
- *PARAFUSOS CALANTES*: Para centralizar as bolhas de ar dos níveis, para que o eixo principal do aparelho coincida com a vertical do local.
- *PARAFUSOS DE FIXAÇÃO*: Fixa o movimento em torno dos eixos.

- *__NONIOS OU VERNIERS__*: Possuem escalas para leituras mais precisas.
- *__PARAFUSOS DE FOCALIZAÇÃO__*: Para a focalização precisa dos pontos.
- *__NÍVEIS DE BOLHA__*: Servem para indicar a verticalidade do aparelho.
- *__TRIPÉ__*: Três pernas de altura regulável para apoio do teodolito.
- *__BÚSSOLA__*: Indicação do Norte Magnético.

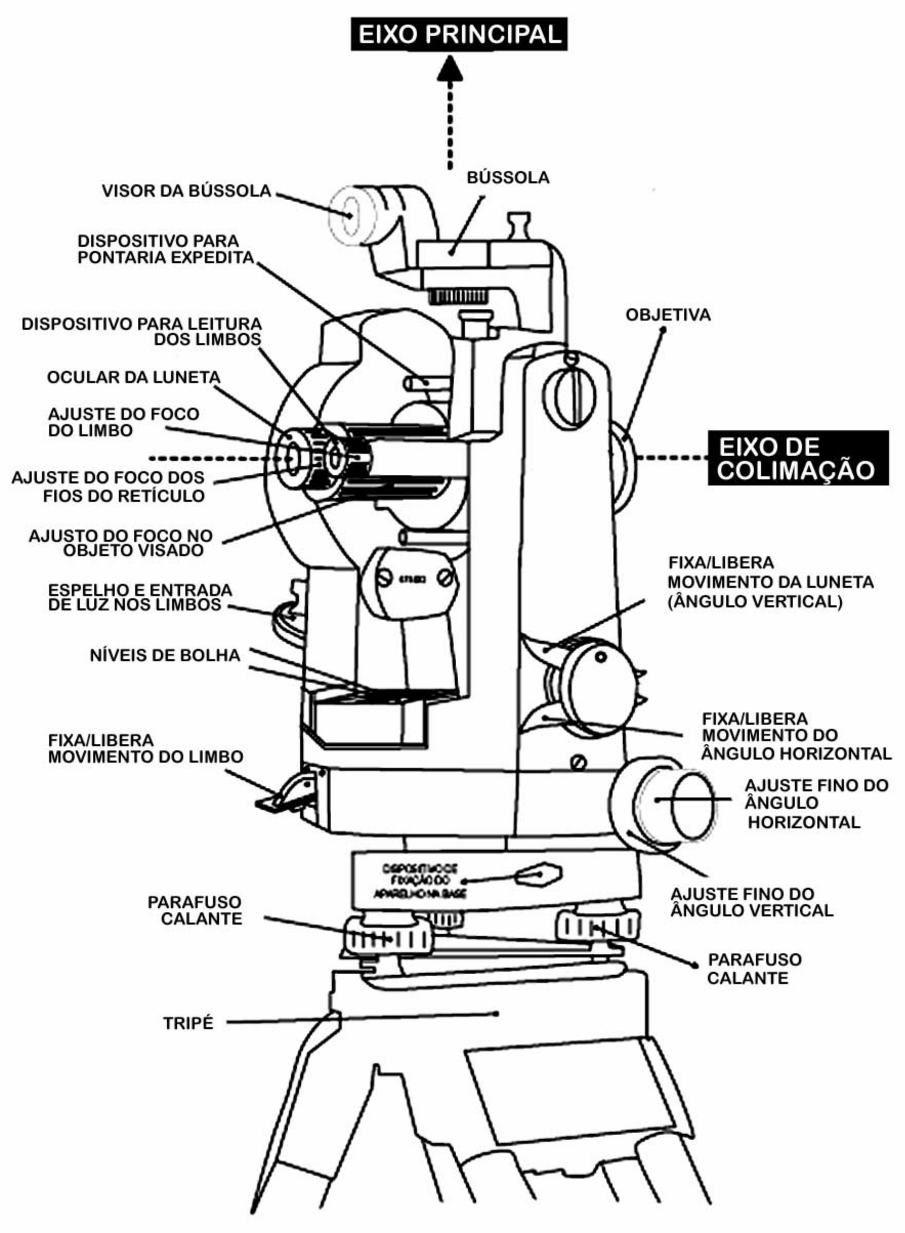


Figura 6.1 – Esquema de um Teodolito
(Adaptado de Baitelli/Weschenfelder – Topografia Aplicada à Agronomia)

6.2.2. – ACESSÓRIOS

Trena de aço: é uma fita de aço graduada em centímetros, enrolada no interior de uma caixa através de uma manivela. Geralmente o primeiro decímetro é milimetrado, para medidas de maior precisão. Ocorrem em comprimentos variados, até 50 m, sendo mais comuns as de 20 e 30 m.

Apesar de apresentar boa precisão nas medidas, a trena de aço é muito pouco prática no uso comum. Pode sofrer influência da variação de temperatura (dilatação e contração do aço); parte-se facilmente; pode enferrujar-se rapidamente, necessitando ao final de cada dia de trabalho, limpá-la com querosene e besuntá-la com vaselina; e não pode ser arrastada pelo solo, pois gastará a gravação dos números e dos traços que constituem sua marcação.

Fita de aço: são também trenas de aço, porém são enroladas em círculos descobertos munidos de um cabo de madeira. Não são gravadas de ponta a ponta, apenas o primeiro e o último decímetro são milimetrados, a parte intermediária é marcada a cada 50 cm, tendo nos metros inteiros uma chapinha com o número.

São mais rústicas que as trenas, permitindo serem arrastadas pelo solo sem maiores prejuízos.

Trena plástica: são fitas plásticas reforçadas com fibra de vidro. Tem diversos comprimentos, sendo que as mais utilizadas são as de 20 ou 30 m. São normalmente práticas e apresentam uma precisão razoável, o que as torna intensamente utilizadas.

6.3 – MEDIDAS DE ÂNGULOS COM O TEODOLITO

O ângulo medido deverá ser verificado em campo. Em hipótese alguma se admite a leitura isolada de um ângulo sem a respectiva verificação.

Em geral, nos levantamentos topográficos são empregados 5 processos de medição de ângulos horizontais:

- Medida simples (utilizado como apoio para a medição do ângulo duplo)
- Ângulo duplo;
- Fechamento em 360º;

- Repetição;
- Reiteração.

6.3.1. – MEDIDA SIMPLES

É o processo mais simples de medição de um ângulo, pois o valor do ângulo é medido uma única vez.

Considerando-se a Figura 6.2, seja medir o ângulo a entre dois alinhamentos 5-4 e 5-6.

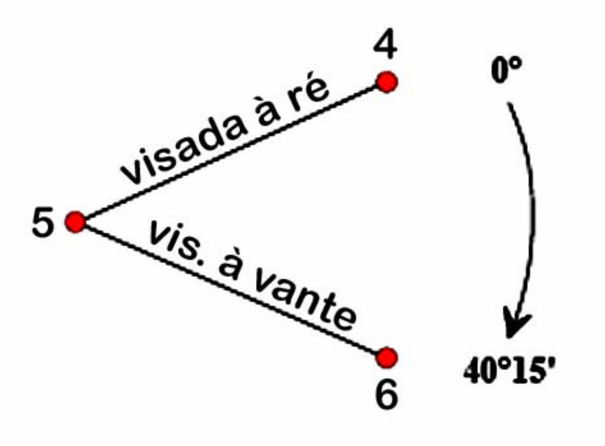


Figura 6.2 – Medição de ângulo simples
(Adaptado de Baitelli/Weschenfelder – Topografia Aplicada à Agronomia)

Procedimento:

1) Instalar e nivelar o teodolito no ponto 5;

2) Soltar os parafusos dos movimentos da alidade e do limbo;

3) Acertar, aproximadamente, o zero do vernier e o do limbo horizontal e fixar o parafuso de movimento do limbo;

4) Acertar, exatamente, zero a zero, usando o parafuso micrométrico do movimento do limbo;

5) Girar a alidade, visar o ponto 4 (visada à ré) com o auxílio da alça de mira e fixar o movimento da alidade;

6) Fazer a colimação perfeita do ponto 4 com o parafuso micrométrico do movimento da alidade;

7) Soltar os parafusos de movimento do limbo e da alidade e visar o ponto 6, com a alça de mira;

8) Fixar o parafuso do movimento da alidade e fazer a colimação perfeita do ponto 6 com o auxílio do parafuso micrométrico;

9) Fixar o parafuso do movimento do limbo e fazer a leitura do ângulo a. A realização da medida de ângulos horizontais é sempre feita no sentido horário, ou seja, da esquerda para a direita.

6.3.2. – ÂNGULO DUPLO ou MEDIDA DUPLA DO ÂNGULO

O procedimento e o mesmo efetuado na medição simples, do item 1 ao 9, com acréscimo:

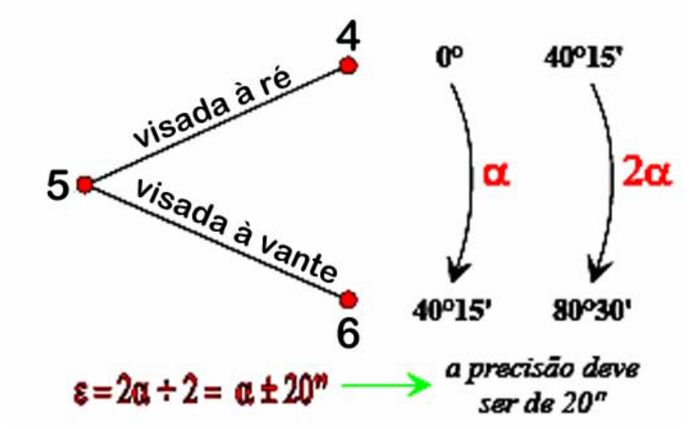


Figura 6.3 – Medição dupla do ângulo
(Adaptado de Baitelli/Weschenfelder – Topografia Aplicada à Agronomia)

Procedimento:

10) Depois de obter a leitura do ângulo a; solta-se o parafuso do movimento da alidade e mantém-se fixo o parafuso do movimento do limbo;

11) Visa-se novamente o ponto 4 e fixa-se o movimento da alidade;

12) Faz-se a perfeita colimação com o parafuso micrométrico;

13) Soltam-se os parafusos dos movimentos da alidade e do limbo e torna-se a visar o ponto 6; fixando-se então, o movimento da alidade;

14) Faz-se a colimação perfeita do ponto 6 com o parafuso micrométrico e então fixa-se o limbo;

15) O ângulo lido no limbo representa o duplo valor do ângulo procurado = 2α; podendo haver apenas o erro de precisão do instrumento.

6.3.3. – FECHAMENTO EM 360º

Consiste em medir o ângulo horário e o seu respectivo replemento (Figura 6.4).

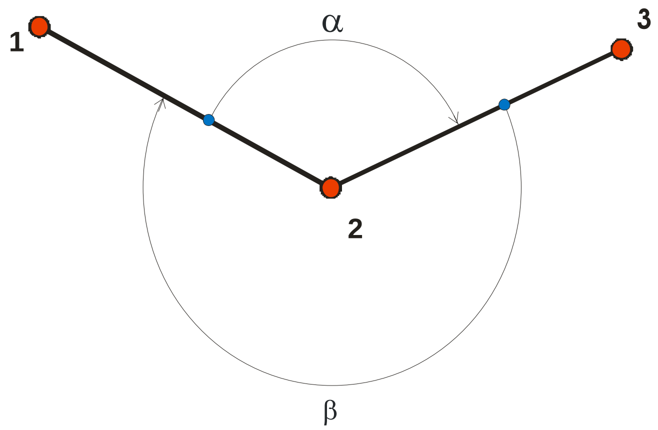


Figura 6.4 – Fechamento em 360º .

Procedimento:

1) Instalar e nivelar o teodolito no ponto 2;

2) Soltar os parafusos dos movimentos da alidade e do limbo;

3) Acertar, aproximadamente, o zero do vernier e o do limbo horizontal e fixar o parafuso de movimento do limbo;

4) Acertar, exatamente, zero a zero, usando o parafuso micrométrico do movimento do limbo;

5) Girar a alidade, visar o ponto 1 (visada à ré) com o auxílio da alça de mira e fixar o movimento da alidade;

6) Fazer a colimação perfeita do ponto 1 com o parafuso micrométrico do movimento da alidade;

7) Soltar os parafusos de movimento do limbo e da alidade e visar o ponto 3 (visada à vante), com a alça de mira;

8) Fixar o parafuso do movimento da alidade e fazer a colimação perfeita do ponto 3 com o auxílio do parafuso micrométrico;

9) Fixar o parafuso do movimento do limbo e fazer a leitura lendo-se o ângulo α.

10) Repetir a operação, agora com o aparelho zerado em "3" (vante), e medindo o ângulo horário até o ponto "1", lendo-se o ângulo β.

11) A soma de α + β teoricamente deve ser 360º. No entanto devido a erros alheios a vontade do operador, a soma fica bem próximo de 360º.

12) Considerando que o erro foi cometido nas duas leitura pode-se obter o ângulo compensado da seguinte forma:

- **Subtraindo do ângulo α metade do erro se a soma de (α + β) for superior a 360º.**
- **Somando-se ao ângulo α metade do erro se a soma de (α + β) for inferior a 360º.**

Exemplo:

E RÉ PV	ANGULO LIDO FECHAMENTO MÉDIA	DISTÂNCIA HORIZONTAL	CROQUI
2	123º 18' 16"	35,436	
1	236º 41' 40"		
3	123º 18' 18"		

α = 123º 18' 16" (ângulo à direita).
β = 236º 41' 40" (replemento).
α + β = 359º 59' 56"

Para um instrumento que permite uma leitura direta de 6" o erro pode ser admitido.
O ângulo compensado será:

$$\overline{\alpha} = \alpha + \frac{1}{2} erro \qquad (6.1)$$

Onde

$$erro = 360^{\circ} - (\alpha + \beta) \qquad (6.2)$$

Calculando-se: $erro$ = 360º – 359º 59' 56" = 4".
$\overline{\alpha}$ = 123º 18' 16" + 2" = 123º 18' 18".

6.3.4. – REPETIÇÃO

O processo da repetição para a medida de ângulos horizontais admite a existência de erros de graduação do limbo, resultantes das imperfeições do processo de gravação do círculo graduado.

Este processo ameniza estes erros, ao prever uma série de medições do ângulo pela utilização de regiões sucessivas do limbo graduado.

Procede-se da mesma maneira (figura 6.5) como foi explicado na medição do ângulo duplo e continua-se, repetindo-se sucessivamente a operação (5 repetições são o ideal).

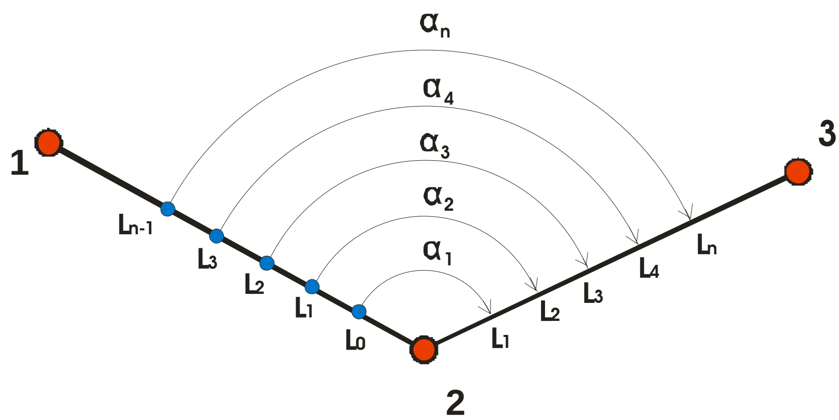


Figura 6.5 – Repetições
(Somente é possível a execução com aparelho repetidor)

Chamando-se as leituras de L0,L1, L2, L3,....., Ln-1, Ln, ter-se-á para cada ângulo:

$$\alpha 1 = L1 - L0$$

$$\alpha 2 = L2 - L1$$

$$\alpha 3 = L3 - L2$$

$$\alpha 4 = L4 - L3$$

$$\dots$$

$$\alpha n = L_n - L_{n-1}$$

Sendo $$\alpha = \frac{\alpha 1 + \alpha 2 + \alpha 3 + \alpha 4 + ... + \alpha n}{n} = \frac{L_n - L_0}{n} \quad (6.3)$$

6.3.5. – REITERAÇÃO

Segundo (CORRÊA, IRAN C.S.) [12] a medida de ângulos pelo método da reiteração consiste em medir cada ângulo em partes diferentes do limbo, atenuando assim prováveis erros que possam ocorrer na graduação dos limbos. Para eliminar prováveis erros de excentricidade do eixo óptico ou erro de inclinação do eixo horizontal, vamos aplicar a esse método a leitura do ângulo na posição direta (PD) e posição inversa (PI) da luneta.

O método a ser aplicado consiste em observar todas as direções a partir da estação, uma após outra, no sentido horário e em referir-se todas as direções observadas a uma dentre estas direções, escolhida como origem ou referência. As leituras são efetuadas, primeiramente, na posição direta da luneta (PD) e posteriormente na posição inversa da mesma (PI).

Para a determinação do arco de reiterações a ser aplicado na medida dos ângulos, é necessário se estabelecer o número de reiterações (n) pretendido. Supondo que se deseje efetuar 4 reiterações, o arco de reiteração será:

$$arco \cdot de \cdot reiteração = \frac{180^o}{n} = \frac{180^o}{4} = 45^o \qquad (6.4)$$

Estabelecido o arco de reiteração, este indicará o valor correspondente ao arco de afastamento entre cada uma das 4 série de medidas de ângulos.

A primeira reiteração partirá com a marcação do limbo em 0°, a segunda reiteração a partir de 45°, a terceira a partir de 90° e a quarta a partir de 135° como pode ser visto no quadro abaixo.

Reiteração	PD	PI
1ª	0°00'00"	180°00'00"
2ª	45°00'00"	225°00'00"
3ª	90°00'00"	270°00'00"
4ª	135°00'00"	315°00'00"

[12] Iran Carlos Stalliviere Corrêa – Topografia Aplicada à Engenharia Civil – Departamento de Geodésia – IG/UFRGS – 2007 / 9ª Edição.

Se o aparelho não apresentar nenhum erro sistemático e considerando que o operador não cometa erro acidental, a leitura a ser observada no limbo, quando da inversão da luneta para a leitura na posição inversa (PI), deverá diferir da leitura da posição direta (PD) de 180°.

A leitura da posição inversa (PI) não deve ser ajustada no limbo e sim anotar diretamente o valor lido.

O ângulo final a ser utilizado será a média entre a leitura da posição direta (PD) e da posição inversa (PI).

$$\hat{A}ngulo \cdot médio = \frac{PD + PI - 180^o}{2} \quad (6.5)$$

Convém salientar, que para executar a medida de um ângulo pelo processo da reiteração utiliza-se um teodolito geodésico, ou reiterador. Os teodolitos topográficos são repetidores, não podendo ser utilizados para a medição de um ângulo pelo processo da reiteração.

6.5 – POLIGONAL

É um conjunto de alinhamentos consecutivos constituído de ângulos e distâncias.

6.5.1. – CLASSIFICAÇÃO QUANTO À NATUREZA (TIPOS)

6.5.1.1. – POLIGONAL ABERTA

Segundo (NETO, OZÓRIO F. DE C.), uma poligonal aberta (figura 6.6) é aquela em que o ponto de partida não coincide com o de chegada. Pode estar apoiada[13] ou não na partida ou na chegada. Neste tipo de poligonal não há condições de se verificar a precisão (rigor) das medidas lineares e angulares, isto é, saber quanto foi o erro angular ou linear. Nos serviços, podemos aplicar essa poligonal é usada para o levantamento de canais, estradas, adutoras, redes elétricas, dentre outros sem muita importância global.

[13] Apoiada quer dizer um alinhamento em que se conhece a sua medida e/ou orientação, com precisão.

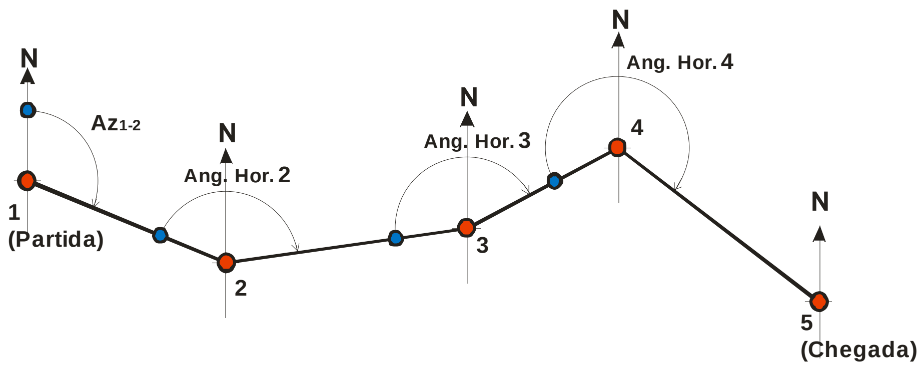


Figura 6.6 – Poligonal Aberta
(Adaptado Ozório Florêncio de C. Neto – SENAI)

6.5.1.2. – POLIGONAL FECHADA

É aquela em que o ponto de partida coincide com o de chegada. Pode estar apoiada ou não (partida). Nessa poligonal há condições de se verificar o rigor/precisão das medidas angulares e lineares, ou seja, podem-se determinar os erros cometidos e compará-los com erros admissíveis (tolerância). Nos trabalhos de campo, utiliza-se para projetos de loteamentos, Conjuntos habitacionais, levantamentos de áreas, usucapião, perímetros irrigáveis (figuras 6.7a e 6.7b).

Para Caminhamento no Sentido Horário, tem-se as medições dos ângulos externos (à direita), portanto:

$$\sum \angle externos = (n+2) \times 180^o \qquad (6.6)$$

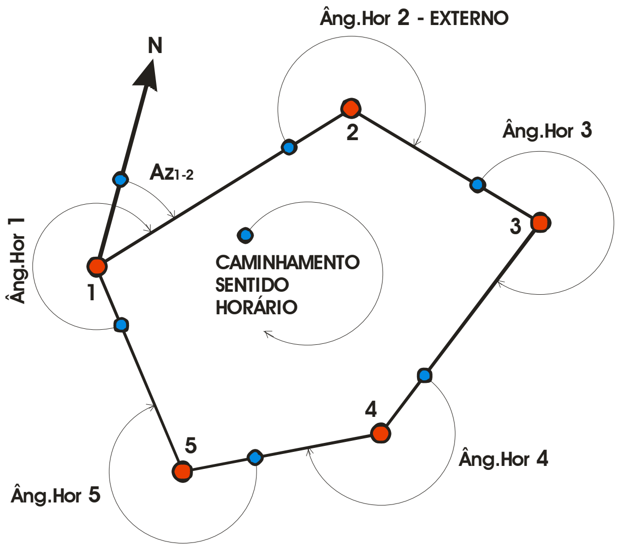


Figura 6.7a – Poligonal Fechada

Para Caminhamento no Sentido Anti-Horário, tem-se as medições dos ângulos internos (à direita), portanto:

$$\sum \angle internos = (n-2) \times 180^o \qquad (6.7)$$

Onde:

n = número de lados ou de vértices.

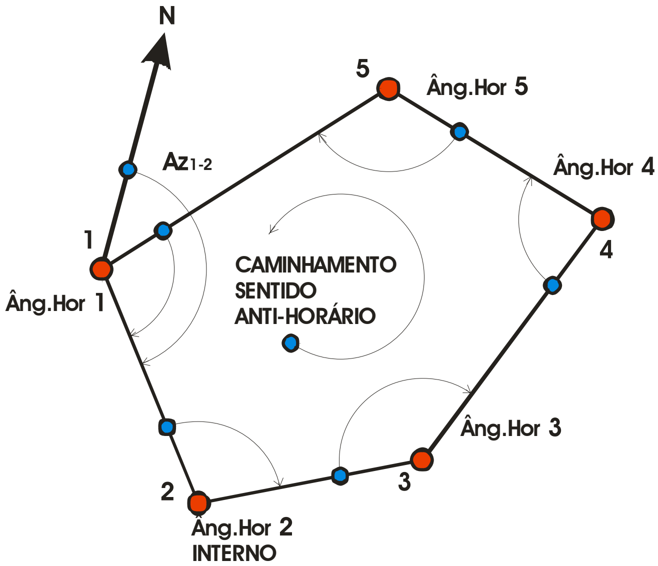


Figura 6.7b – Poligonal Fechada

6.5.1.3. – POLIGONAL SECUNDÁRIA, ENQUADRADA OU AMARRADA

É aquela em que o ponto de partida não coincide com o de chegada, porém são conhecidos elementos numéricos de posicionamento (coordenadas e orientação em relação à direção norte) na partida e na chegada. Portanto ela é uma poligonal bi-apoiada. Neste tipo de poligonal há condições de se verificar o rigor/precisão nas medidas de distâncias e de orientação (azimute/rumo).

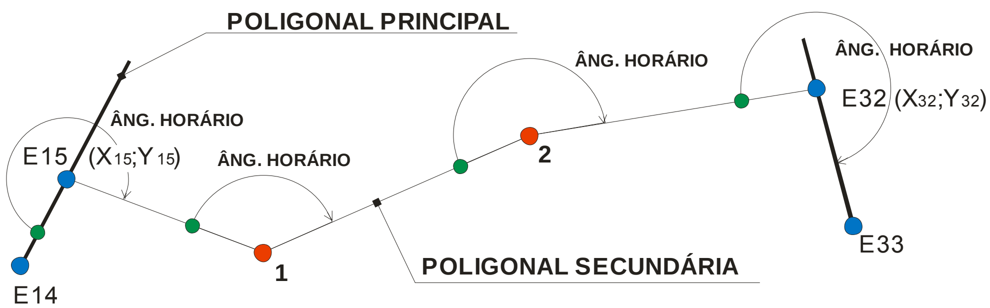


Figura 6.8 – Poligonal Secundária

6.6 – COORDENADAS CARTESIANAS E POLARES

6.6.1. – COORDENADAS CARTESIANAS

Se tivermos um ponto "A" num plano topográfico (horizontal), a sua situação neste plano pode ser determinada pelos valores "X_a" e "Y_a" ou pelo ângulo "α" e a distância "*d*", constituindo os primeiros as coordenadas retangulares (cartesianas) (Figura 6.9) e os segundos as polares (Figura 6.10).

O eixo horizontal indica as medidas positivas a partir de um ponto zero para Leste (*E*); é chamado de Eixo "*E*", "*x*" ou Eixos das Abscissas.

O eixo vertical indica as medidas positivas a partir de um ponto zero para Norte (*N*); é chamado de Eixo "*N*", "*y*" ou Eixos das Ordenadas.

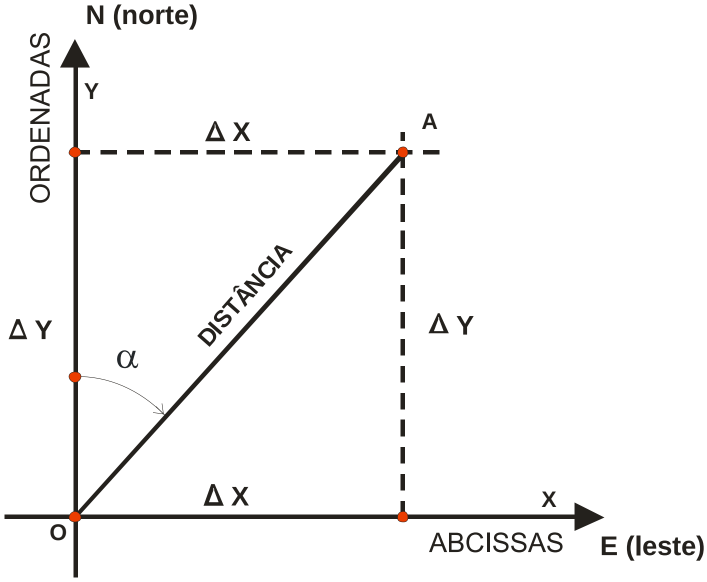


Figura 6.9 – Coordenadas Cartesianas

6.6.2. – COORDENADAS POLARES

Se tivermos um ponto "*O*" no plano e uma direção de referência "*OY*" (coincidente ou não com os eixos cartesianos) que passa por ele, qualquer outro ponto "*A*" do plano é determinado pelo ângulo que a direção "*OA*" forma com a referência e a distância "*d*" existente entre "*O*" e "*A*"; estes dois valores, ângulo "α" e a distância "*d*", constituem as coordenadas polares do ponto "*A*" e medem-se diretamente no terreno.

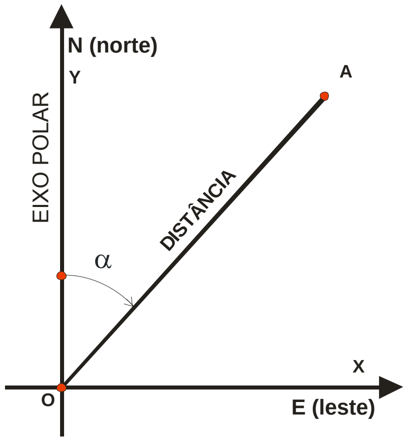


Figura 6.10 – Coordenadas Polares

Ao ponto "*O*", chama-se pólo, e também centro de irradiação, e à direção de referência "<u>eixo polar</u>".

6.7 – COORDENADAS RETANGULARES

Se tivermos um sistema cartesiano (eixos perpendiculares num plano), qualquer ponto "*A*" do mesmo é determinado pelas suas projeções "*Xa*" e "*Ya*" sobre os eixos, sendo "*Xa*" a abscissa e "*Ya*" a ordenada.

A origem "O" divide ambos os eixos em dois segmentos; e os eixos dividem o plano em quatro (4) quadrantes, conforme figura 6.11.

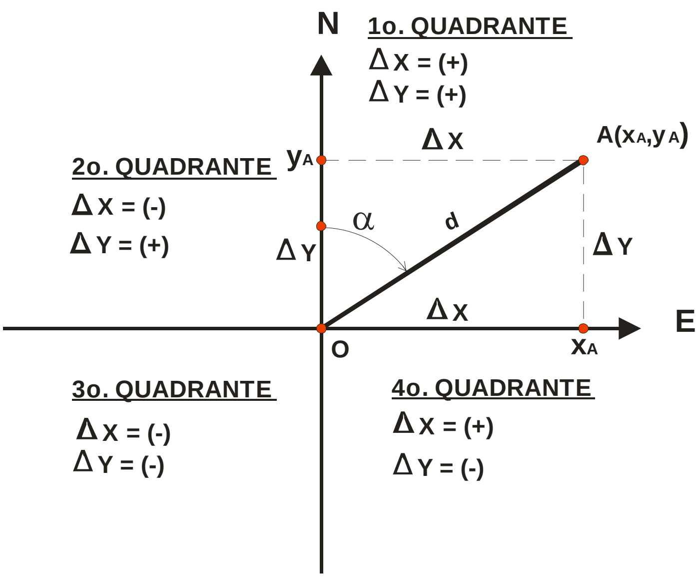


Figura 6.11 – Coordenadas Retangulares

Do triângulo OAyA deduz-se as fórmulas que nos servem para calcular as coordenadas retangulares ou cartesianas de um ponto do plano, em função das polares correspondentes:
Para o cálculo das projeções nos eixos x e y da linha O-A utilizamos as fórmulas (6.5) e (6.6):

$$\Delta X_{O-A} = d \times sen\alpha \quad (6.5)$$

$$\Delta Y_{O-A} = d \times \cos\alpha \quad (6.6)$$

6.8 - COORDENADAS RELATIVAS E ABSOLUTAS

Normalmente, num levantamento topográfico não se pode fazer o levantamento de todos os pontos a partir de uma só estação, mas o levantamento de um ponto com o "*C*" tem de ser feito a partir de um ponto "*B*" cujas coordenadas tenham sido previamente calculadas.

Calcula-se primeiramente as coordenadas do ponto "*B*" aplicadas a esses eixos. Mas para achar as de "*C*" temos de agir do seguinte modo: Supõe-se traçado por "*B*" um sistema de eixos paralelos ao geral que passa por "*A*". Calculam-se as coordenadas denominadas parciais ou relativas de "*C*", em relação a "*B*".

As coordenadas de "*C*" em relação a "*A*", denominada absolutas, obtêm-se somando algebricamente às absolutas de "*B*" às relativas de "*C*" em relação a "*B*". As coordenadas absolutas de "*C*" representam-se por "X_c" e "Y_c" (Figura 6.12).

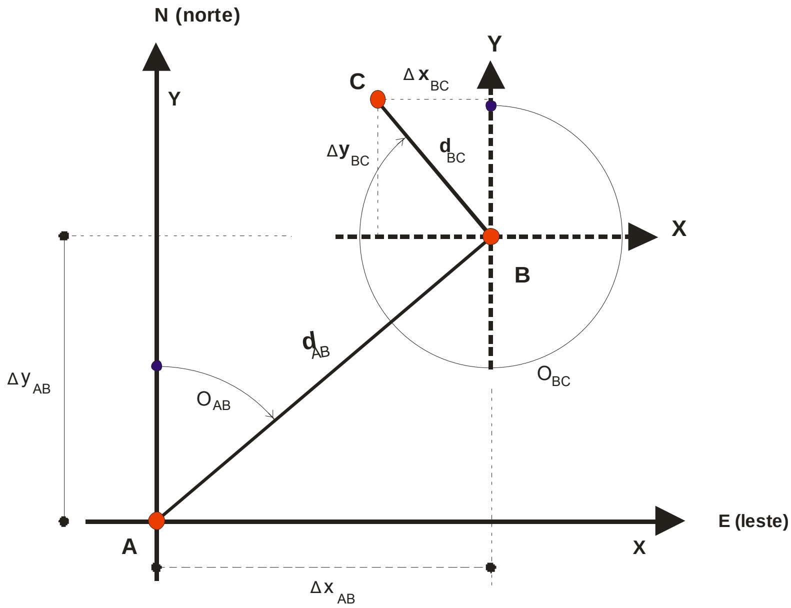


Figura 6.12 – Coordenadas Relativa e Absolutas

Onde:

O_{AB} = 50º
O_{BC} = 330º
d_{AB} = 100,00 metros.
d_{BC} = 42,00 metros.

Resolução:

1) Dos dados fornecidos pode-se afirmar:

O Azimute da linha A-B = 50°00'00"

O Azimute da linha B-C = 330°00'00"

As coordenadas do ponto A (0,000 ; 0,000), pois o ponto A está na origem do sistema cartesiano.

2) Cálculo da coordenada cartesiana do ponto B (X_B; Y_B). Das fórmulas (6.5) e (6.6) determina-se:

$$\Delta X_{AB} = X_B - X_A = d \times senAz_{AB}$$
$$X_B - 0{,}000 = 100{,}00 \times sen(50^o 00'00'')$$
$$X_B = 0{,}000 + 100{,}00 \times 0{,}76604 = 76{,}604 \text{ m}$$

$$\Delta Y_{AB} = Y_B - Y_A = d \times \cos Az_{AB}$$
$$Y_B - 0{,}000 = 100{,}00 \times \cos(50^o 00'00'')$$
$$Y_B = 0{,}000 + 100{,}00 \times 0{,}64279 = 64{,}279 \text{ m}$$

Portanto, o ponto B terá as coordenadas: B (76,604 ; 64,279).

3) Cálculo da coordenada cartesiana do ponto C (X_C; Y_C), partindo do ponto B cujas coordenadas foram calculadas acima.

$$X_C - 76{,}604 = 50{,}00 \times sen(330^o 00'00'')$$
$$X_C = 76{,}604 + 50{,}00 \times (-0{,}50000)$$
$$X_C = 51{,}604 \text{ m}$$

$Y_C - 64,279 = 50,00 \times \cos(330^o 00'00'')$

$Y_C = 64,279 + 50,00 \times (0,86603)$

$Y_C = 107,580$ m

Portanto, o ponto C terá as coordenadas: B (51,604 ; 107,580).

6.9 – CONVERSÃO DE COORDENADAS CARTESIANAS A POLARES

Freqüentemente surge um topografia o problema de, dados dois pontos pelas suas coordenadas cartesianas, calcular a orientação da reta que os une e a distância reduzida que os separa.

6.9.1. – ORIENTAÇÃO ENTRE DOIS PONTOS DADOS POR COORDENADAS

Como norma geral, para evitar confusões, deve-se utilizar sempre o rumo da linha (Figura 6.13).

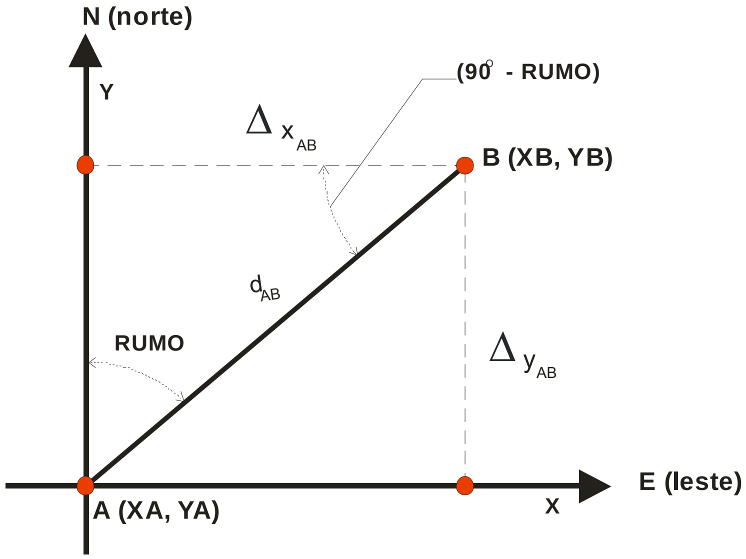


Figura 6.13 – Orientação entre dois pontos dados por coordenadas

O valor numérico do rumo é obtido, em valor absoluto, pela fórmula 6.7, observando-se a figura 6.9:

$$tg(rumo) = \frac{\Delta X_{AB}}{\Delta Y_{AB}} \tag{6.7}$$

Onde $rumo$ = rumo da linha

$\Delta X_{AB} = X_B - X_A$

$\Delta Y_{AB} = Y_B - Y_A$

Portanto:

$$rumo = arctg = \frac{\Delta X_{AB}}{\Delta Y_{AB}} \tag{6.8}$$

O valor obtido nos fornece apenas o valor numérico do rumo. Para se obter o quadrante, deve-se verificar a figura 6.7 que se encontra resumida na Tabela 6.1 que apresenta também a conversão de rumo para azimute:

$\Delta X > 0$	$\Delta Y > 0$	1º. QUADRANTE = NE	Azimute = Rumo
$\Delta X > 0$	$\Delta Y < 0$	2º. QUADRANTE = SE	Azimute = 180º – Rumo
$\Delta X < 0$	$\Delta Y < 0$	3º. QUADRANTE = SW	Azimute = 180º + Rumo
$\Delta X < 0$	$\Delta Y > 0$	4º. QUADRANTE = NW	Azimute = 360º – Rumo

Tabela 6.1 – Relação entre Rumo e Azimute

6.9.2. – DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS DADOS POR COORDENADAS

- LEI DOS SENOS:

$$\frac{d_{AB}}{1} = \frac{\Delta X_{AB}}{sen(rumo)} = \frac{\Delta Y_{AB}}{sen(90^\circ - rumo)} \tag{6.9}$$

- LEI DOS COSSENOS (PITÁGORAS).

$$d_{AB} = \sqrt{\Delta X_{AB}^2 + \Delta Y_{AB}^2} \tag{6.10}$$

CAPÍTULO 7

SEQÜÊNCIA DE CÁLCULOS DE UMA POLIGONAL REGULAR

7 – SEQÜÊNCIA DE CÁLCULOS DE UMA POLIGONAL REGULAR

Para a demonstração da seqüência de cálculos de uma poligonal regular pelo método do caminhamento, tomou-se um exemplo onde foram efetuados os diversos passos necessários para o cálculo de uma planilha completa.

A partir do levantamento de campo, composto dos ângulos à direita (sentido horário, azimute (magnético ou verdadeiro) da linha inicial e distância entre os pontos, descreve-se os passos necessários para a compensação da planilha.

Os passos necessários são descritos neste capítulo, composto de:

- DETERMINAÇÃO DO ERRO DE FECHAMENTO ANGULAR (Efa);
- DETERMINAÇÕES DOS AZIMUTES;
- TABELA DE CAMPO;
- CÁLCULOS DAS COORDENADAS PARCIAIS (x, y);
- CÁLCULO DO ERRO DE FECHAMENTO LINEAR ABSOLUTO (Ef);
- CÁLCULO DO ERRO DE FECHAMENTO LINEAR RELATIVO (M);
- DISTRIBUIÇÃO DO ERRO DE FECHAMENTO LINEAR;
- DETERMINAÇÕES DOS PONTOS MAIS A OESTE (W) E MAIS AO SUL (S);
- DETERMINAÇÕES DAS COORDENADAS TOTAIS;
- CÁLCULO DA ÁREA DO POLÍGONO;
- MEMORIAL DESCRITIVO:

EXEMPLIFICANDO:

Para o levantamento dado pela Planilha 7.1, efetuar os cálculos necessários, determinar as coordenadas totais ou de Gauss, determinar a área da poligonal e desenhar a área.

DADOS DE CAMPO:

SERVIÇO:
FAZENDA:
PROPRIETÁRIO:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
EST.	P.V.	ANGULO HORIZONTAL À DIREITA		ÂNGULO	AZIMUTE	DISTÂNCIA
		SIMPLES	DOBRADO	MÉDIO		(m)
	7					
1	2	59º 19’ 20”	118º 38’ 50”	**59º 19’ 25”**	40º 10’ 00”	878,10
	1					
2	3	211º 49’ 00”	63º 37’ 50”	**211º 48’ 55”**		439,60
	2					
3	4	74º 42’ 40”	149º 25’ 20”	**74º 42’ 40”**		702,65
	3					
4	5	198º 11’ 00”	36º 22’ 20”	**198º 11’ 10”**		385,75
	4					
5	6	60º 50’ 00”	121º 39’ 50”	**60º 49’ 55”**		607,90
	5					
6	7	169º 49’ 20”	339º 38’ 50”	**169º 49’ 25”**		611,95
	6					
7	1	125º 19’ 00”	250º 38’ 20”	**125º 19’ 10”**		894,50

OPERADOR: INSTRUMENTO UTILIZADO:

OBSERVAÇÕES:

Planilha 7.1 – Planilha de Campo pelo Método do Ângulo Dobrado.

NOTAS:

(1) PONTOS ONDE ESTACIONAMOS O TEODOLITO.

(2) PONTOS DE RÉ PARA VANTE NO SENTIDO HORÁRIO.

(3) LEITURA DO ÂNGULO SIMPLES ($\alpha_1 = L_1 - L_0$). Para $L_0 = 0º \Rightarrow \alpha_1 = L_1$

(4) LEITURA DO ÂNGULO DOBRADO ($\alpha_2 = L_2 - L_1$).

(5) DETERMINAÇÃO DO ÂNGULO HORIZONTAL MÉDIO ($\overline{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$).

(6) COLUNA DOS AZIMUTES OU RUMOS.

(7) COLUNA DAS DISTÂNCIAS.

7.1 – DETERMINAÇÃO DO ERRO DE FECHAMENTO ANGULAR (*Efa*)

Após a leitura dos ângulos à direita da poligonal (internos ou externo), faz-se uma verificação do fechamento angular.

ÂNGULOS HORÁRIOS MÉDIOS
59º 19' 25"
211º 48' 55"
74º 42' 40"
198º 11' 10"
60º 49' 55"
169º 49' 25"
125º 19' 10"
900º 00' 40"

Os valores teóricos são dados pelas fórmulas (7.1) e (7.2):

a – Para ângulos internos (A_i):

$$\sum A_i = 180^\circ(n-2) \qquad (7.1)$$

b – Para ângulos externos (A_e):

$$\sum A_e = 180^\circ(n+2) \qquad (7.2)$$

Onde: n = número de vértices da poligonal

Para o exemplo, têm-se ângulos internos à direita, onde n = 7.

$$\sum A_i = 180^\circ(7-2) = 900^o00'00''$$

Sabe-se que o erro de fechamento angular (Efa) e dado pela fórmula (7.3) quando o ângulo medido é interno; ou pela fórmula (7.4) quando o ângulo medido é externo:

$$Efa = \sum A_{CAMPO} - \sum A_i \qquad (7.3)$$

ou

$$Efa = \sum A_{CAMPO} - \sum A_e \qquad (7.4)$$

Portanto:

$$Efa = 900^o 00'40'' - 900^o 00'00'' = 40''$$

Como o aparelho utilizado no levantamento é da marca TOP CON com precisão angular de 20”, tem-se que o erro de fechamento angular admissível é dado pela fórmula (7.5).

$$\overline{Efa} = m\sqrt{n} \qquad (7.5)$$

onde m = 20” (precisão angular do aparelho).
n = 7 (número de vértices da poligonal).

Portanto:

$$\overline{Efa} = m\sqrt{n} = 20''\sqrt{7} \cong 53''$$

IMPORTANTE:

Como $\boldsymbol{Efa} < \overline{Efa}$ o levantamento satisfaz o fechamento angular.

Se o $\boldsymbol{Efa} > \overline{Efa}$ o levantamento NÃO SATISFAZ o fechamento angular. Deve-se voltar para o campo e determinar onde está o erro de fechamento angular.

Corrigindo-se os ângulos onde indicado na tabela a seguir, tem-se:

EST.	ÂNG. À DIREITA	CORREÇÃO (*)	ÂNG. DIREITA CORRIGIDO
1	59º 19’ 25”	– 5”	59º 19’ 20”
2	211º 48’ 55”	-15”	211º 48’ 40”
3	74º 42’ 40”	0”	74º 42’ 40”
4	198º 11’ 10”	0”	198º 11’ 10”
5	60º 49’ 55”	-15”	60º 49’ 40”
6	169º 49’ 25”	-5”	169º 49’ 20”
7	125º 19’ 10”	0”	125º 19’ 10”
Σ	900º 00’ 40”	-40”	900º 00’ 00”

(*) DISTRIBUIÇÃO ALEATÓRIA.

7.2 - DETERMINAÇÕES DOS AZIMUTES

Para o cálculo dos azimutes a partir dos ângulos à direita, procede-se utilizando-se a fórmula (3.4) demonstrada no Capítulo 3.

$$Az_n = Az_{n-1} + A_n \pm 180^\circ \qquad (3.4)$$

Parte-se do azimute da linha 1-2, Az_{1-2}=40º 10'00".

Para obter-se o azimute do alinhamento 2-3, soma-se ao azimute de 1-2 o ângulo a direita no ponto 2 e subtrai-se 180º .

Procede-se assim para cada vértice do polígono, obtendo-se os respectivos azimutes das linha.

A seguir demonstra-se os cálculos:

AZIMUTE	1 – 2	40º	10'	00"	(1)
Ângulo 2	+	211º	48'	40"	(2)
	–	180º	00'	00"	
AZIMUTE	2 – 3	71º	58'	40"	
Ângulo 3	+	74º	42'	40"	(3)
	–	180º	00'	00"	
		-33º	18'	40"	(4)
	+	360º	00'	00"	
AZIMUTE	3 – 4	326º	41'	20"	
Ângulo 4	+	198º	11'	10"	(5)
	–	180º	00'	00"	
AZIMUTE	4 – 5	344º	52'	30"	
Ângulo 5	+	60º	49'	40"	(6)
	–	180º	00'	00"	
AZIMUTE	5 – 6	225º	42'	10"	
Ângulo 6	+	169º	49'	20"	(7)
	–	180º	00'	00"	
AZIMUTE	6 – 7	215º	31'	30"	
Ângulo 7	+	125º	19'	10"	(8)
	–	180º	00'	00"	
AZIMUTE	7 – 1	160º	50'	40"	
Ângulo 1	+	59º	19'	20"	(9)
	–	180º	00'	00"	
AZIMUTE	1 – 2	40º	10'	00"	

NOTAS

(1) Azimute inicial medido no campo.

(2) Ângulo à direita em 2.

(3) Ângulo à direita em 3.

(4) Como o azimute negativo, soma-se 360º.

(5) Ângulo à direita em 4.

(6) Ângulo à direita em 5.

(7) Ângulo à direita em 6.

(8) Ângulo à direita em 7.

(9) Ângulo à direita em 1.

7.3 - TABELA DE CAMPO

Com os dados obtidos, prepara-se a tabela com os alinhamentos, seus azimutes (ou rumos) e distâncias para seqüências dos cálculos analíticos.

Portanto:

LINHA	AZIMUTE	DISTÂNCIA	COORDENADAS PARCIAIS			
			X		*Y*	
			E(+)	W(–)	N(+)	S(–)
1-2	40º 10' 00"	878,10				
2-3	71º 58' 40"	439,60				
3-4	326º 41' 20"	702,65				
4-5	344º 52' 30"	385,75				
5-6	225º 42' 10"	607,90				
6-7	215º 31' 30"	611,95				
7-1	160º 50' 40"	894,50				
SOMA		4.520,45				

7.4 - CÁLCULO DAS COORDENADAS PARCIAIS (x,y)

Utilizando-se o conceito de coordenadas polares, calcula-se para cada alinhamento as suas coordenadas relativas a um sistema cartesiano local localizado no primeiro ponto do alinhamento (Figura 7.1).

Portanto, para o alinhamento 1-2 tem-se:

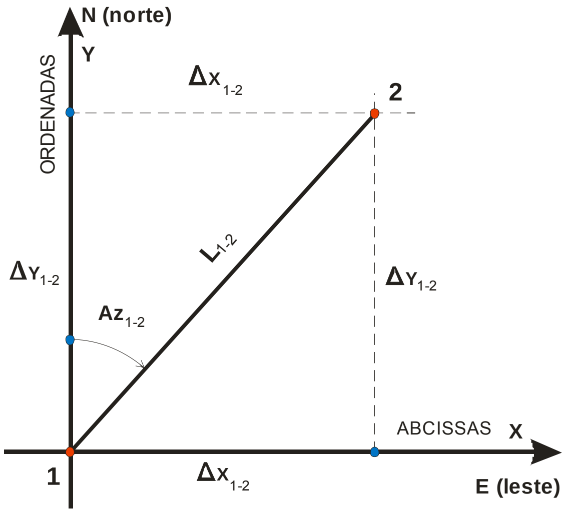


Figura 7.1 – Cálculo das Coordenadas Parciais

Tem-se que:

$$\Delta X_{1-2} = L_{1-2} \times sen \cdot (Az_{1-2}) \qquad (7.6)$$

$$\Delta Y_{1-2} = L_{1-2} \times \cos \cdot (Az_{1-2}) \qquad (7.7)$$

Linha 1-2

Dados: L_{1-2} = 878,10 m

Az_{1-2} = 40°10'00"

Cálculos:

$$\Delta X_{1-2} = X_2 - X_1 = L_{1-2} \times sen \cdot (Az_{1-2})$$
$$X_2 - 0{,}000 = 878{,}10 \times sen \cdot (40^{O}10'00'')$$
$$X_2 = 566{,}386 \text{ m}$$

$$\Delta Y_{1-2} = Y_2 - Y_1 = L_{1-2} \times \cos \cdot (Az_{1-2})$$
$$Y_2 - 0{,}000 = 878{,}10 \times \cos \cdot (40^{O}10'00'')$$
$$Y_2 = 671{,}019 \text{ m}$$

IMPORTANTE:

Para os cálculos das coordenadas parciais, adota-se as coordenadas dos pontos de partida igual a zero. O valor calculado em função do Azimute será distribuído na tabela 7.1 em função do sinal:

- Para $sen(Az_{n-n+1}) > 0{,}000$ →Coordenada Parcial X → E(+)
- Para $sen(Az_{n-n+1}) < 0{,}000$ →Coordenada Parcial X → W(-)
- Para $\cos(Az_{n-n+1}) > 0{,}000$ →Coordenada Parcial Y → N(+)
- Para $\cos(Az_{n-n+1}) < 0{,}000$ →Coordenada Parcial Y → S(-)

Se utilizar-se dos valores dos rumos para o cálculo das Coordenadas Parciais, a distribuição dar-se-á pelos quadrantes.

Analogamente para todos os alinhamento obtém-se a tabela 7.1:

LINHA	AZIMUTE	DISTÂNCIA	COORDENADAS PARCIAIS			
			X		*Y*	
			E(+)	W(-)	N(+)	S(-)
1-2	40º 10' 00"	878,10	566,386		671,019	
2-3	71º 58' 40"	439,60	418,032		136,006	
3-4	326º 41' 20"	702,65		385,885	587,205	
4-5	344º 52' 30"	385,75		100,652	372,387	
5-6	225º 42' 10"	607,90		435,090		424,546
6-7	215º 31' 30"	611,95		355,579		498,043
7-1	160º 50' 40"	894,50	293,516			844,973
SOMA		4.520,45	1.277,934	1.277,206	1.766,617	1.767,562

Tabela 7.1 - Cálculo das Coordenadas Parciais

7.5 - CÁLCULO DO ERRO DE FECHAMENTO LINEAR ABSOLUTO *(Ef)*

A soma dos valores *X* para leste (E) resultou 1.277,934 metros, enquanto que a soma dos valores *X* para oeste (W) foi de 1.277,206 metros. Isto significa que, partindo da estaca "1", anda-se 1.277,934 metros para leste (E) e retorna-se para oeste (W) apenas 1.277,206 metros, não atingindo a estaca de origem ("1"). A diferença obtida é uma distância de 0,728 metros deste ponto, cujo valor é denominado de erro cometido no eixo *X,* recebendo o nome de ERRO EM X (*ex*).

Analogamente para os valores Y obtemos o valor do ERRO EM Y (*ey*) igual a 0,945 metros. (Figura 7.2).

Logo:

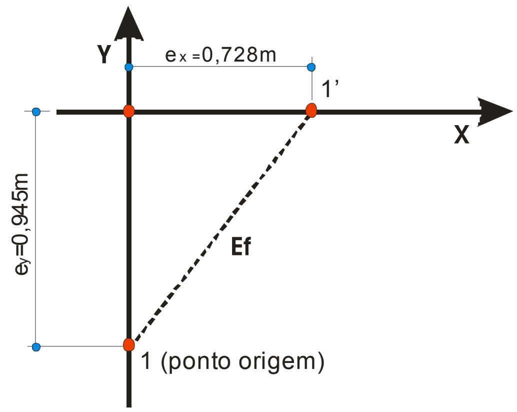


Figura 7.2 - Cálculo do Erro de Fechamento Linear Absoluto (Ef).

- <u>Erro em *x*:</u>

$$ex = \left|\sum E - \sum W\right| \tag{7.8}$$

$$ex = |1277{,}934 - 1277{,}206| = 0{,}728 \text{ m}$$

- <u>Erro em *y*:</u>

$$ey = \left|\sum N - \sum S\right| \tag{7.9}$$

$$ey = |1766{,}617 - 1767{,}562| = 0{,}945 \text{ m}$$

Com os valores *ex* e *ey*, por PITÁGORAS, calculamos o erro de fechamento linear absoluto (Ef).

Portanto:

$$Ef = \sqrt{ex^2 + ey^2} \tag{7.10}$$

$$Ef = \sqrt{0{,}728^2 + 0{,}945^2} = 1{,}193 \text{ m}$$

7.6 - CÁLCULO DO ERRO DE FECHAMENTO LINEAR RELATIVO *(M)*

Para que ter-se uma idéia da precisão do levantamento topográfico realizado, será necessário determinar-se o Erro de Fechamento Linear Relativo (*M*). Este erro é a comparação do erro absoluto (*Ef*) com o perímetro (*P*), conforme relacionado a seguir:

$$Ef \quad \rightarrow \quad P$$

$$1{,}00\ m \quad \rightarrow \quad M$$

Portanto:

$$M = \frac{P}{Ef} \tag{7.11}$$

Para o exemplo: P = 4.520,45 m Ef = 1,193 m

Logo:

$$M \cong 3.789$$

O erro relativo cometido foi de 1:3.789 , ou seja, o erro foi de 1,00 metro para cada 3.789 metros de perímetro.

Quando se faz levantamentos de poligonais com medidas obtidas com diastímetro (trena de aço ou corrente) e medidas de ângulos com trânsito (aparelhos capazes de ler até um minuto sexagesimal), a tolerância de erro de fechamento linear relativo é de 1:1.000. Para poligonais levantadas com bússola, com a corrente de agrimensor, a tolerância é em geral maior, ou seja 1:500. Para estações totais, os erros de fechamento linear relativo são pequenos, ficando em torno de 1:10.000.

7.7 – DISTRIBUIÇÃO DO ERRO DE FECHAMENTO LINEAR

Quando o erro é superior ao limite aceitável, só resta o recurso de refazer o trabalho total ou parcialmente. Quando, porém, o erro é aceitável, ainda assim, é necessário distribuir este erro, pois não podemos prosseguir no cálculo do polígono enquanto ele não fechar.

Dois sistemas podem ser utilizados. O primeiro as correções devem serem feitas nas abscissas (ou ordenadas) dos lados em função das somatórias das projeções nos eixos das abscissas (ou ordenadas).

Já o segundo leva em consideração o perímetro da poligonal.

Estudaremos neste curso apenas o primeiro método, conforme definido nos termos da proporção a seguir, conforme fórmulas 7.12 e 7.13.

$$\frac{C_{x1-2}}{\Delta X_{1-2}} = \frac{ex}{\sum x}$$

Onde:

C_{x1-2} = É a correção que deve ser feita na abscissa do lado 1-2;

ΔX_{1-2} = É a abscissa do lado 1-2;

ex = É o erro em x;

$\sum x$ = É a soma de todas as abscissas, quer seja para leste (E) ou para oeste (W). Ou seja: $\sum x = \sum E + \sum W$.

Portanto:

$$C_{x1-2} = \frac{ex}{\sum x} \times \Delta X_{1-2} \qquad (7.12)$$

Analogamente para o eixo *y*, temos:

$$C_{y1-2} = \frac{ey}{\sum y} \times \Delta Y_{1-2} \qquad (7.13)$$

Onde:

C_{y1-2} = É a correção que deve ser feita na ordenada do lado 1-2;

ΔY_{1-2} = É a ordenada do lado 1-2;

ey = É o erro em y;

$\sum y$ = É a soma de todas as ordenadas, quer seja para norte (N) ou para sul (S). Ou seja: $\sum y = \sum N + \sum S$.

Para o exemplo tem-se:

Linha	Coordenadas parciais							
	X				Y			
	E(+)	Cx	W(-)	Cx	N(+)	Cy	S(-)	Cy
1-2	566,386	-0,161			671,019	+0,179		
2-3	418,032	-0,119			136,006	+0,036		
3-4			385,885	+0,110	587,205	+0,157		
4-5			100,652	+0,029	372,387	+0,100		
5-6			435,090	+0,124			424,546	-0,114
6-7			355,579	+0,101			498,043	-0,133
7-1	293,516	-0,084					844,973	-0,226
Soma	1.277,934	-0,364	1.277,206	+0,364	1.766,617	+0,472	1.767,562	-0,473

Cálculos:

$Cx_{1-2} = 566{,}386 \times \frac{0{,}728}{2.555{,}140} = 0{,}161.$ $Cy_{1-2} = 671{,}019 \times \frac{0{,}945}{3.534{,}179} = 0{,}179.$

$Cx_{2-3} = 418{,}032 \times \frac{0{,}728}{2.555{,}140} = 0{,}119.$ $Cy_{2-3} = 136{,}006 \times \frac{0{,}945}{3.534{,}179} = 0{,}036.$

$Cx_{3-4} = 385{,}885 \times \frac{0{,}728}{2.555{,}140} = 0{,}110.$ $Cy_{3-4} = 587{,}205 \times \frac{0{,}945}{3.534{,}179} = 0{,}157.$

$Cx_{4-5} = 100{,}652 \times \frac{0{,}728}{2.555{,}140} = 0{,}029.$ $Cy_{4-5} = 372{,}387 \times \frac{0{,}945}{3.534{,}179} = 0{,}100.$

$Cx_{5-6} = 435{,}090 \times \frac{0{,}728}{2.555{,}140} = 0{,}124.$ $Cy_{5-6} = 424{,}546 \times \frac{0{,}945}{3.534{,}179} = 0{,}114.$

$Cx_{6-7} = 355{,}579 \times \frac{0{,}728}{2.555{,}140} = 0{,}101.$ $Cy_{6-7} = 498{,}043 \times \frac{0{,}945}{3.534{,}179} = 0{,}133.$

$Cx_{7-1} = 293{,}516 \times \frac{0{,}728}{2.555{,}140} = 0{,}084.$ $Cy_{7-1} = 844{,}973 \times \frac{0{,}945}{3.534{,}179} = 0{,}226.$

Determinação das coordenadas parciais corrigidas.

Linha	Coordenadas parciais corrigidas			
	X		Y	
	E(+)	W(-)	N(+)	S(-)
1-2	566,225		671,198	
2-3	417,913		136,042	
3-4		385,995	587,362	
4-5		100,681	372,487	
5-6		435,214		424,432
6-7		355,680		497,910
7-1	293,432			844,747
Soma	1.277,570	1.277,570	1.767,089	1.767,089

7.8 - DETERMINAÇÃO DO PONTO MAIS A OESTE (W) E MAIS AO SUL (S)

Tanto para o cálculo da área de um polígono como para desenhá-lo, é vantajoso que conheçamos qual de suas estacas é a que está mais a OESTE (W) e mais ao SUL (S). Com isso todas as coordenadas totais estarão no primeiro quadrante.

Adotando-se como origem provisória o ponto 1, atribuí-se a esta estaca o valor igual a zero. Portanto:

ESTACA	X	Y
1	0,000	*0,000*
	+ 566,225	+ 671,198
2	+ 566,225	+ 671,198
	+ 417,913	+ 136,042
3	+ 984,138	+ 807,240
	- 385,995	+ 587,362
4	+ 598,143	+ 1.394,602
	- 100,681	+ 372,487
5	+ 497,462	+ 1.767,089
	- 435,214	- 424,432
6	+ 62,248	+ 1.342,657
	- 355,680	- 497,910
7	*- 293,432*	+ 844,747
	+ 293,432	- 844,747
1	0,000	0,000

O ponto mais a oeste (+W) é a estaca "7", porque apresentou, nessa acumulação algébrica, o menor valor (*– 293,432*). Já o ponto mais ao sul (+S) é a estaca "1", por ser o menor valor (*0,000*).

7.9 – DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS TOTAIS

As coordenadas totais são as acumulações algébricas das coordenadas parciais, tomando-se um ponto qualquer como origem, porem, usa-se o ponto mais a oeste e mais ao sul como tal.

7.9.1. – DETERMINAÇÃO DAS ABCISSAS (X)

As abscissas totais são as acumulações algébricas das abscissas parciais, a partir do ponto mais ao oeste.

ESTACA	X
7	0,000
Coordenada X da Linha 7-1	+ 293,432
1	+ 293,432
Coordenada X da Linha 1-2	+ 566,225
2	+ 859,657
Coordenada X da Linha 2-3	+ 417,913
3	+ 1.277,570
Coordenada X da Linha 3-4	– 385,995
4	+ 891,575
Coordenada X da Linha 4-5	– 100,681
5	+ 790,894
Coordenada X da Linha 5-6	– 435,214
6	+ 355,680
Coordenada X da Linha 6-7	– 355,680
7	0,000

7.9.2. – DETERMINAÇÃO DAS ORDENADAS (Y)

As ordenadas totais são as acumulações algébricas das ordenadas parciais, a partir do ponto mais ao sul.

ESTACA	Y
1	0,000
	+ 671,198
2	+ 671,198
	+ 136,042
3	+ 807,240
	+ 587,362
4	+ 1.394,602
	+ 372,487
5	+ 1.767,089
	– 424,432
6	+ 1.342,657
	– 497,910
7	+ 844,747
	– 844,747
1	0,000

Portanto:

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS	
	X	Y
1	293,432	0,000
2	859,657	671,198
3	1.277,570	807,240
4	891,575	1.394,602
5	790,894	1.767,089
6	355,680	1.342,657
7	0,000	844,747

7.10 – CÁLCULO DA ÁREA DO POLÍGONO

Entre os diversos processos geométricos e trigonométricos de cálculo de área de polígonos, desenvolveremos apenas o mais utilizado, ou seja, o processo das coordenadas totais, também chamado de coordenadas dos vértices ou de Gauss.

7.10.1. – DEDUÇÃO DA FÓRMULA

Na (Figura 7.3), as distância *1'-1, 2'-2, 3'-3, 4'-4, 5'-5, 6'-6 e 7'-7* são as abscissas totais dos pontos, e as distâncias *1-A, 2-B, 3-C, 4-D, 5-E, 6-F* e *7-G* são as ordenadas totais dos mesmos pontos.

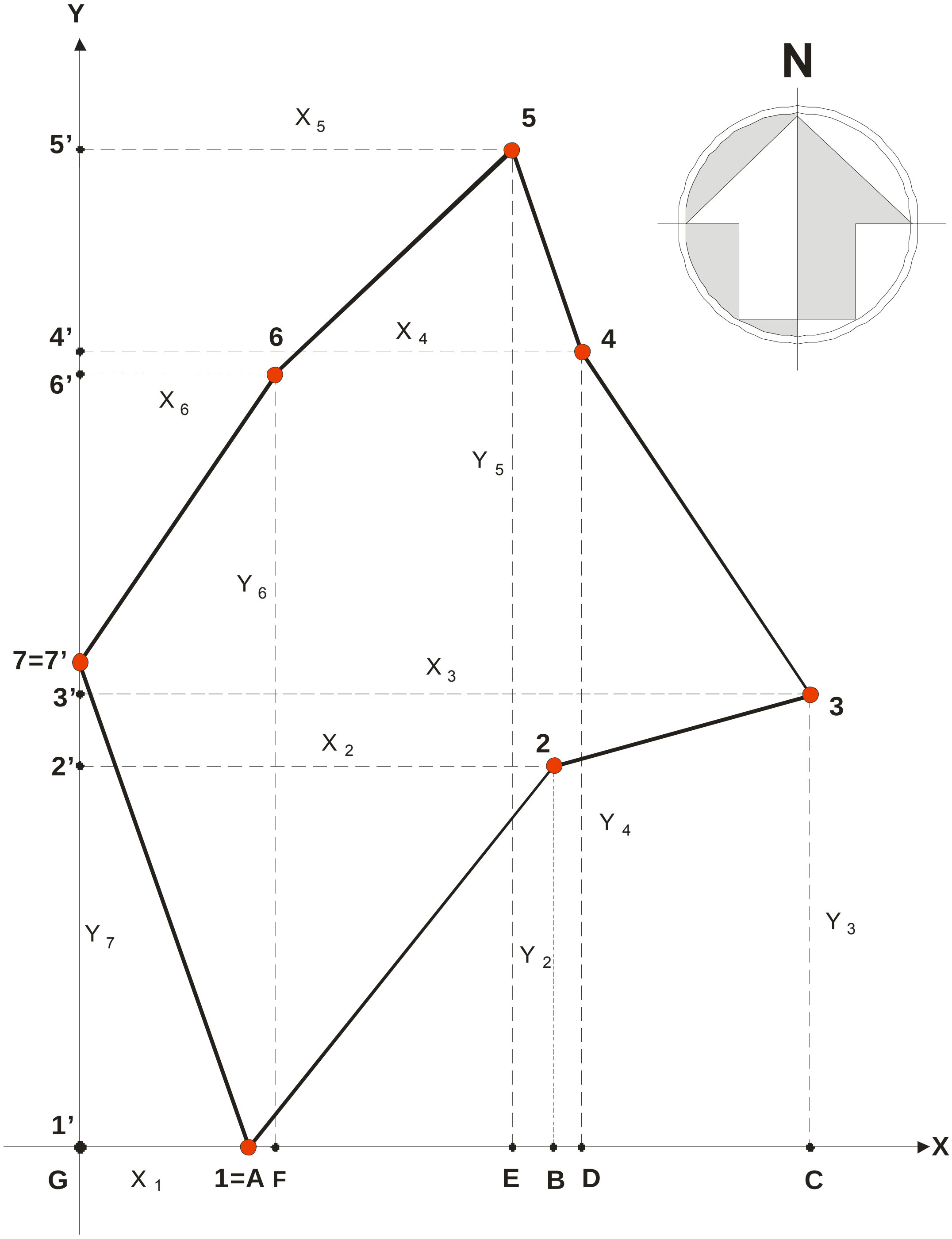


Figura 7.3 – Cálculo da Área da Poligonal

Área do polígono:

A = área 1'.1.2.2' + área 2'.2.3.3' + área 3'.3.4.4' + área 4'.4.5.5' – área 5'.5.6.6' – área 6'.6.7.7' – área 7'.7.1.1'

Mas as áreas parciais são dadas pela fórmula:

$$\text{área } 1'.1.2.2' = \frac{X_2 + X_1}{2} \times (Y_2 - Y_1) \qquad (7.14)$$

Analogamente:

$$A = \frac{X_2 + X_1}{2} \times (Y_2 - Y_1) + \frac{X_3 + X_2}{2} \times (Y_3 - Y_2) + \frac{X_4 + X_3}{2} \times (Y_4 - Y_3)$$
$$+ \frac{X_5 + X_4}{2} \times (Y_5 - Y_4) + \frac{X_6 + X_5}{2} \times (Y_6 - Y_5) + \frac{X_7 + X_6}{2} \times (Y_7 - Y_6) + \frac{X_1 + X_7}{2} \times (Y_1 - Y_7)$$

Efetuando-se os produtos:

$$2A = (X_2Y_2 - X_2Y_1 + X_1Y_2 - X_1Y_1) + (X_3Y_3 - X_3Y_2 + X_2Y_3 - X_2Y_2) +$$
$$(X_4Y_4 - X_4Y_3 + X_3Y_4 - X_3Y_3) + (X_5Y_5 - X_5Y_4 + X_4Y_5 - X_4Y_4) +$$
$$(X_6Y_6 - X_6Y_5 + X_5Y_6 - X_5Y_5) + (X_7Y_7 - X_7Y_6 + X_6Y_7 - X_6Y_6) +$$
$$(X_1Y_1 - X_1Y_7 + X_7Y_1 - X_7Y_7)$$

Simplificando e agrupando os termos positivos de um lado e os negativos de outro:

$$2A = (X_1Y_2 + X_2Y_3 + X_3Y_4 + X_4Y_5 + X_5Y_6 + X_6Y_7 + X_7Y_1) - (X_2Y_1 + X_3Y_2 + X_4Y_3 + X_5Y_4 + X_6Y_5 + X_7Y_6 + X_1Y_7)$$

Ou:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i Y_{i+1} - \sum_{i=1}^{n} X_{i+1} Y_i}{2} \quad \text{para } X_{n+1} = X_1 \text{ e } Y_{n+1} = Y_1.$$

Ou:

$$A = \frac{\left| \sum PRODUSTOS..POSITIVOS - \sum PRODUTOS..NEGATIVOS \right|}{2}$$

7.10.2. – CÁLCULO DA ÁREA

EST.	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS					
	X	Y	POSITIVOS			NEGATIVOS		
1	293,432	0,000				859,657x	0,000 =	0,00
2	859,657	671,198	293,432x	671,198 =	196950,97	1.277,570x	671,198 =	857502,43
3	1.277,570	807,240	859,657x	807,240 =	693949,52	891,575x	807,240 =	719715,00
4	891,575	1.394,602	1.277,570x	1.394,602 =	1781701,70	790,894x	1.394,602 =	1102982,40
5	790,894	1.767,089	891,575x	1.767,089 =	1575492,40	355,680x	1.767,089 =	628518,22
6	355,680	1.342,657	790,894x	1.342,657 =	1061899,40	0,000x	1.342,657 =	0,00
7	0,000	844,747	355,680x	844,747 =	300459,61	293,432x	844,747 =	247875,80
1	293,432	0,000	0,000x	0,000 =	0,00			
SOMATÓRIO					5.610.453,50			3.556.593,80

Logo:

$$A = \frac{|5.610.453{,}50 - 3.556.593{,}80|}{2} = 1.026.929{,}90 \text{ m}^2$$

Ou 102,6929 hectares,
Ou 42,43 alqueires paulista.

7.11 - DETERMINAÇÕES DAS DISTÂNCIAS E AZIMUTES (OU RUMOS) CORRIGIDOS

Partindo da tabela de Coordenadas Totais apresentada na tabela 7.2, não podemos esquecer que os seguintes cálculos já foram realizados:

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS	
	X	Y
1	293,432	0,000
2	859,657	671,198
3	1.277,570	807,240
4	891,575	1.394,602
5	790,894	1.767,089
6	355,680	1.342,657
7	0,000	844,747

Tabela 7.2 – Coordenadas Totais

7.11.1. - DETERMINAÇÕES DAS DISTÂNCIAS

- Distâncias:

$$d_{1-2} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} \qquad (13.1)$$

Onde:

$$\Delta X = X_{n+1} - X_n \qquad (13.2)$$

$$\Delta Y = Y_{n+1} - Y_n \qquad (13.3)$$

- Cálculos:

Distância 1-2 X1 = 293,432 Y1 = 0

X2 = 859,657 Y2 = 671,198

$\Delta X =$ 566,225 $\Delta Y =$ 671,198

$$d_{1-2} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 878{,}13m$$

Distância 2-3

X2 = 859,657 Y2 = 671,198

X3 = 1.277,57 Y3 = 807,24

$\Delta X =$ 417,913 $\Delta Y =$ 136,042

$$d_{2-3} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 439{,}50m$$

Distância 3-4

X3 = 1.277,57 Y3 = 807,24

X4 = 891,575 Y4 = 1.394,60

$\Delta X =$ -385,995 $\Delta Y =$ 587,362

$$d_{3-4} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 702{,}840m$$

Distância 4-5

X4 = 891,575 Y4 = 1.394,60

X5 = 790,894 Y5 = 1.767,09

$\Delta X =$ -100,681 $\Delta Y =$ 372,487

$$d_{4-5} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 385{,}85m$$

Distância 5-6

X5 = 790,894 Y5 = 1.767,09

X6 = 355,68 Y6 = 1.342,66

$\Delta X =$ -435,214 $\Delta Y =$ -424,432

$$d_{5-6} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 607{,}91m$$

Distância 6-7

X6 = 355,68 Y6 = 1.342,66

X7 = 0 Y7 = 844,747

$\Delta X =$ -355,68 $\Delta Y =$ -497,91

$$d_{6-7} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 611{,}90m$$

Distância 7-1

X7 = 0 Y7 = 844,747

X1 = 293,432 Y1 = 0

$\Delta X =$ 293,432 $\Delta Y =$ -844,747

$$d_{7-1} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 894{,}26m$$

7.11.2. - DETERMINAÇÕES DOS RUMOE E AZIMUTES

- Rumos e Azimutes:

$$\alpha = arctg\frac{\Delta X}{\Delta Y} \tag{13.4}$$

Para determinação do Rumo ou Azimute de cada linha utilizar o procedimento resumido na tabela 7.3.

ΔX	ΔY	Quadrante	Rumo	Azimute
$\Delta X > 0$	$\Delta Y > 0$	NE	$R = \alpha NE$	$Az = \alpha$
$\Delta X > 0$	$\Delta Y < 0$	SE	$R = \lvert\alpha\rvert SE$	$Az = 180^o - \lvert\alpha\rvert$
$\Delta X < 0$	$\Delta Y < 0$	SW	$R = \alpha SW$	$Az = 180^o + \alpha$
$\Delta X < 0$	$\Delta Y > 0$	NW	$R = \lvert\alpha\rvert NW$	$Az = 360^o - \lvert\alpha\rvert$

Tabela 7.3 - Determinação de Rumos ou Azimutes

Rumo ou Azimute 1-2

X1 = 293,432 Y1 = 0

X2 = 859,657 Y2 = 671,198

ΔX= 566,225 ΔY = 671,198

$$\alpha_{1-2} = arctg\frac{\Delta X}{\Delta Y} = arctg\frac{566,225}{671,198} = 40,15109698°$$

Como $\Delta X > 0$ e $\Delta Y > 0$ $\xrightarrow{TABELA\cdot 13.2}$ $R_{1\text{-}2}$ = 40° 09' 04" NE

$Az_{1\text{-}2}$ = 40° 09' 04"

Rumo ou Azimute 2-3

X2 = 859,657 Y2 = 671,198

X3 = 1.277,57 Y3 = 807,24

ΔX= 417,913 ΔY= 136,042

$$\alpha_{2-3} = arctg\frac{\Delta X}{\Delta Y} = arctg\frac{417,913}{136,042} = 71,96852807°$$

Como $\Delta X > 0$ e $\Delta Y > 0$ $\xrightarrow{TABELA\,13.2}$ $R_{2\text{-}3}$ = 71° 58' 07" NE

$Az_{2\text{-}3}$ = 71° 58' 07"

Rumo ou Azimute 3-4

X3 = 1.277,57 Y3 = 807,24

X4 = 891,575 Y4 = 1.394,60

ΔX= -385,995 ΔY= 587,362

$$\alpha_{3-4} = arctg\frac{\Delta X}{\Delta Y} = arctg\frac{-385,995}{587,362} = -33,31160212°$$

Como $\Delta X < 0$ e $\Delta Y > 0$ $\xrightarrow{TABELA\,13.2}$ $R_{3\text{-}4}$ = 33° 18' 42" NW

$Az_{3\text{-}4}$ = 326° 41' 18"

Rumo ou Azimute 4-5

X4 = 891,575 Y4 = 1.394,60

X5 = 790,894 Y5 = 1.767,09

ΔX= -100,681 ΔY= 372,487

$$\alpha_{4-5} = arctg\frac{\Delta X}{\Delta Y} = arctg\frac{-100,681}{372,487} = -15,12527419°$$

Como $\Delta X < 0$ e $\Delta Y > 0$ $\xrightarrow{TABELA\,13.2}$ $R_{4\text{-}5}$ = 15° 07' 31" NW

$Az_{4\text{-}5}$ = 344° 52' 29"

Rumo ou Azimute 5-6

X5 = 790,894 Y5 = 1.767,09

X6 = 355,68 Y6 = 1.342,66

ΔX= -435,214 ΔY= -424,432

$$\alpha_{5-6} = arctg\frac{\Delta X}{\Delta Y} = arctg\frac{-435{,}214}{-424{,}432} = 45{,}71858731°$$

Como $\Delta X < 0$ e $\Delta Y < 0$ $\xrightarrow{TABELA\,13.2}$ R_{5-6} = 45° 43' 07" SW

Az_{5-6} = 225° 43' 07"

Rumo ou Azimute 6-7

X6 = 355,68 Y6 = 1.342,66

X7 = 0,00 Y7 = 844,747

ΔX= -355,68 ΔY= -497,91

$$\alpha_{6-7} = arctg\frac{\Delta X}{\Delta Y} = arctg\frac{-355{,}680}{-497{,}910} = 35{,}53996363°$$

Como $\Delta X < 0$ e $\Delta Y < 0$ $\xrightarrow{TABELA\,13.2}$ R_{6-7} = 35° 32' 24" SW

Az_{6-7} = 215° 32' 24"

Rumo ou Azimute 7-1

X7 = 0 Y7 = 844,747

X1 = 293,432 Y1 = 0

ΔX= 293,432 ΔY= -844,747

$$\alpha_{7-1} = arctg\frac{\Delta X}{\Delta Y} = arctg\frac{293{,}432}{-844{,}747} = -19{,}15522319°$$

Como $\Delta X > 0$ e $\Delta Y < 0$ $\xrightarrow{TABELA\,13.2}$ R_{7-1} = 19° 09' 19" SE

Az_{7-1} = 160° 50' 41"

Portanto:

Linha	Distância (m)	Rumo Corrigido	Azimute Corrigido
1-2	878,13	40° 09' 04" NE	40° 09' 04"
2-3	439,50	71° 58' 07" NE	71° 58' 07"
3-4	702,84	33° 18' 42" NW	326° 41' 18"
4-5	385,85	15° 07' 31" NW	344° 52' 29"
5-6	607,91	45° 43' 07" SW	225° 43' 07"
6-7	611,90	35° 32' 24" SW	215° 32' 24"
7-1	894,26	19° 09' 19" SE	160° 50' 41"

TABELA 7.4 - Distância, Rumos e Azimutes corrigidos.

Observando-se as distâncias e Azimutes da Tabela 7.1 e o da Tabela 7.4 nota-se a existência de pequenas variações que são provenientes das correções efetuadas.

7.11.3. - CROQUI A GLEBA.

Após todos os cálculos tem-se o croqui apresentado na figura 7.4.

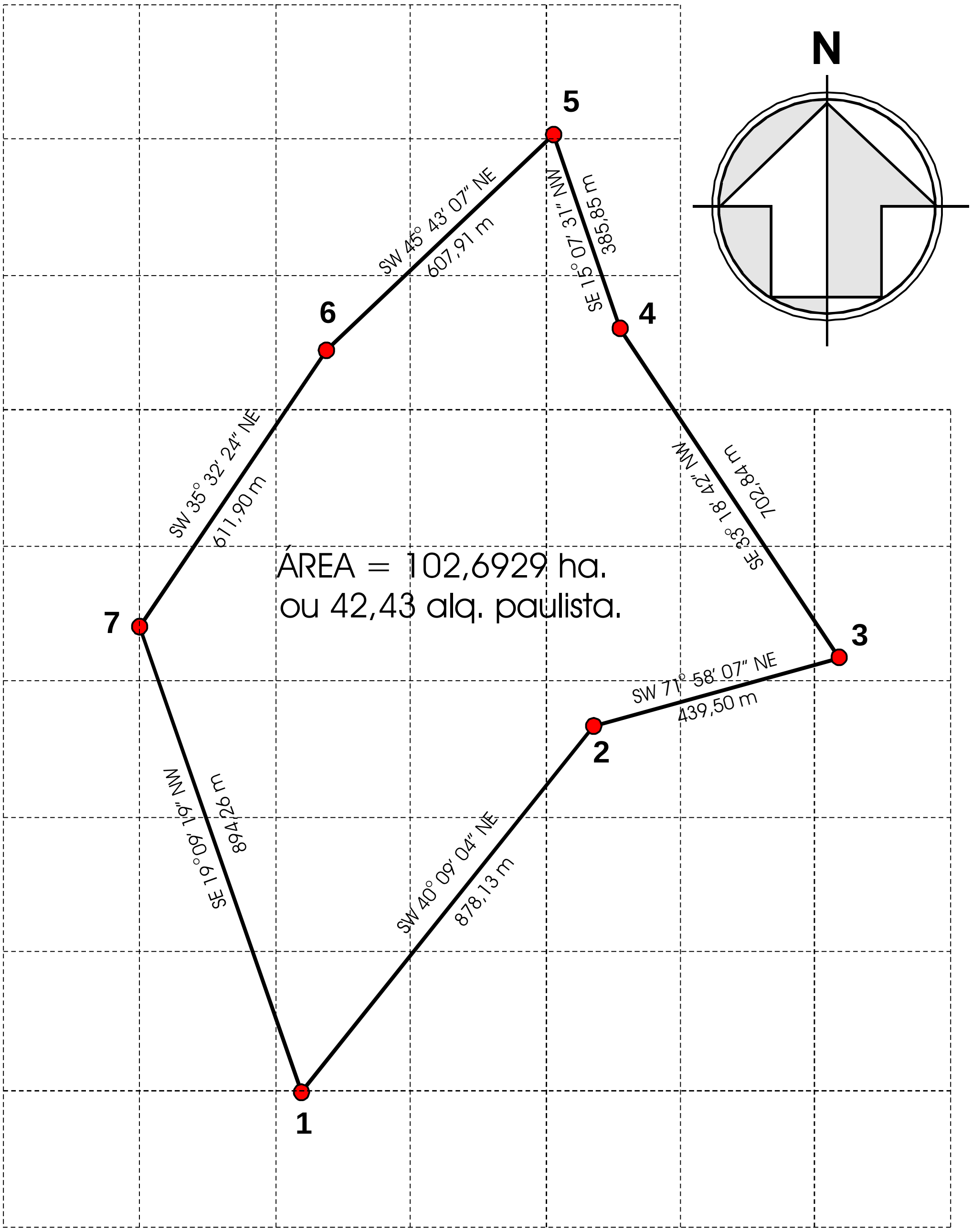


FIGURA 7.4 - Croqui da Área.

7.12 – DESENHO TOPOGRÁFICO POR COORDENADAS

Segundo (NETO, O.F.) consiste em desenhar os elementos calculados e resultantes da caderneta, através das coordenadas (topográficas ou UTM), ou seja, poligonais (vértices-estações) e cadastro (pontos levantados das ocorrências físicas). Para o cadastro pode ser optativo, desenhar com transferidor e escalímetro. O desenho por coordenadas garantirá uma melhor precisão na realização do mesmo.

Então, de posse dos cálculos das coordenadas (X,Y) ou (E,N), devem-se seguir alguns procedimentos para a realização do desenho. As coordenadas são marcadas como num sistema cartesiano (plano), abscissa e uma ordenada.

7.12.1. – PROCEDIMENTOS PARA O DESENHO

- De acordo com o tamanho do levantamento (extensão, área) é escolhida a escala do mesmo e define-se o tamanho do papel (A-4, A-3, A-2, A-1 e A-0);

- Fazer um reticulado (quadriculado) de lado igual a 10 cm, segundo orientação dos eixos cartesianos x e y; deve-se observar que a direção Norte é referente ao eixo y;

- Com a escala definida, determinar a variação de cada quadrícula em metros (10 cm é igual a quantos metros?);

- Devem-se observar as maiores e menores coordenadas, em X e em Y, de forma que os pontos não caiam fora do papel;

- As quadrículas devem ser referenciadas e denominadas por valores inteiros e ficam na parte inferior/superior e direita/esquerda do desenho;

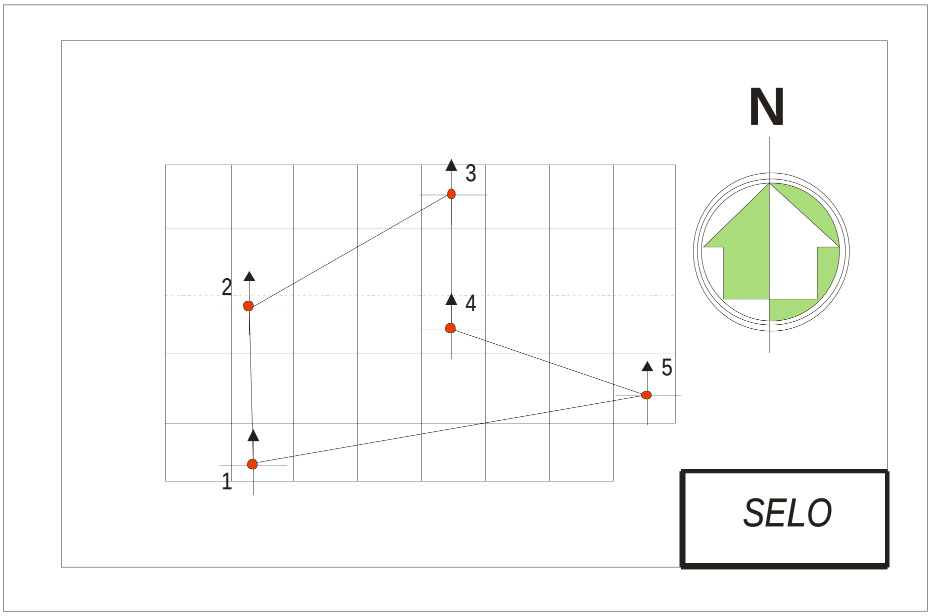


Figura 7.5 – Desenho

7.13 – ROTEIRO DO MEMORIAL DESCRITIVO

Para o Memorial Descritivo de uma propriedade rural, devemos relacionar as seguintes informações:

- O nome da propriedade e do Bairro, Distrito, Município e Estado onde se encontra a área levantada;
- Sua área, obrigatoriamente em unidades métricas (hectares, ares, centiares) e facultativamente em alqueires ou outra unidade de medida local.
- A posição de um de seus vértices em relação a um ponto notório das vizinhanças;
- A descrição do seu perímetro, que deverá mencionar:

  ♦ – *O sentido em que vai ser percorrido (horário ou anti-horário);*

  ♦ – *Se as medidas (rumos ou azimutes e distâncias) são exatas ou aproximadas, e se os rumos ou azimutes são magnéticos ou verdadeiros.*

  ♦ – *O ponto onde tem início;*

  ♦ – *As deflexões, isto é, mudanças de direção na passagem de um lado para o outro (para direita ou para a esquerda).*

  ♦ – *A caracterização de cada lado:*

- pelo agente divisório (cerca, vale, córregos,...);
- pelo seu rumo ou azimute (magnético ou verdadeiro);
- pelos nomes dos confrontantes;
- pelo comprimento dos lados;
- por outras menções esclarecedoras.

7.14 – TABELAS

7.14.1. – TABELA DE COORDENADAS PARCIAIS

LINHA	COORDENADAS PARCIAIS							
	X				y			
	E(+)	Cx	W(–)	Cx	N(+)	Cy	S(–)	Cy
SOMA								

7.14.2. – TABELA DE COORDENADAS PARCIAIS CORRIGIDAS

LINHA	COORDENADAS PARCIAIS CORRIGIDAS			
	x		y	
	E(+)	W(–)	N(+)	S(–)
SOMA				

7.14.3. – TABELA DE COORDENADAS TOTAIS

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS	
	X	Y

7.15 – EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1

Sendo conhecidas e fornecidas as coordenadas parciais de uma poligonal, bem como as coordenadas gerais do vértice 1 (N= 235,918 e E=104,749), pede-se calcular:

a) Os azimutes, as distâncias e o perímetro;
b) O erro linear e o erro relativo de fechamento;
c) As coordenadas gerais dos demais vértices.

LINHA	X				Y			
	E(+)	Cx	W(–)	Cx	N(+)	Cy	S(–)	Cy
1-2	30,271				25,006			
2-3	30,958				18,587			
3-4			42,353		14,922			
4-5			37,419				20,957	
5-1	18,511						37,596	
SOMA								

EXERCÍCIO 2

A caderneta abaixo descrita é fruto da mensuração de uma granja no interior de Estado de São Paulo. Pede-se calcular as coordenadas corrigidas da poligonal, o erro de fechamento linear e a área da granja. Se você fosso o dono da granja aceitaria os resultados apresentados, uma vez que o topógrafo mensurou o terreno a partir de um teodolito com precisão de 10”? Justifique sua resposta.

LINHAS	AZIMUTES	DISTÂNCIAS (em cintas de 20 m)
1-2	260º 29' 30"	34,464
2-3	213º 04'00"	25,493
3-4	146º 13' 15"	33,934
4-5	87º 58' 15"	28,625
5-1	0º 27' 00"	54,235

Obs.: A linha 1-2 tem a seguinte distância: 34,464 x 20,00 = 689,28 m.

EXERCÍCIO 3

Numa poligonal aberta caminhou-se de A a E com o intuito de se obter o comprimento e o azimute da linha que não pode ser determinada diretamente, apresentando os resultados a seguir. Calcule a informação requerida.

Linha	AB	BC	CD	DE
Comprimento (m)	1025,0	1087,0	925,0	1250,0
Azimute	261°41'	9°06'	282°22'	71°31'

EXERCÍCIO 4

Considere uma poligonal de três lados ABC, cujos dados são dispostos abaixo:

Linha	AB	BC	CD
Comprimento (m)	527,120	774,608	864,496
Azimute	81°14'45"		

Ângulo externo B = 279°11'49"

Ângulo externo C = 322°59'37"

Calcular as coordenadas de B e C sabendo que as de A são: E_A = 112.538,190 m, N_A = 415.183,880 m. Deve-se calcular a poligonal saindo das coordenadas de A, para as de B, e em seguida C, para finalmente fechar em A, verificando se há erros de fechamento nas direções E e N. Se houver, dever ser aferidas as devidas modificações para as coordenadas intermediárias.

EXERCÍCIO 5

AB é um muro circular de uma barragem de irrigação (figura 7.6). Esses pontos foram ligados por uma poligonal A1234B. Atribuíram-se as coordenadas E_A = 10.000 m, N_A = 10.000 m e cota = 10,25 m ao ponto A. Calcular a distância AB (em linha reta) a partir dos dados apresentados a seguir:

CADERNETA DE CAMPO			
Estação	Ponto Visado	Ângulo Horizontal	Distância (m)
1	A	0°00’00”	20,10
1	2	113°18’36”	18,90
2	1	0°00’00”	
2	3	194°37’30”	9,05
3	2	0°00’00”	
3	4	198°48’36”	12,65
4	3	0°00’00”	
4	B	114°18’00”	27,10

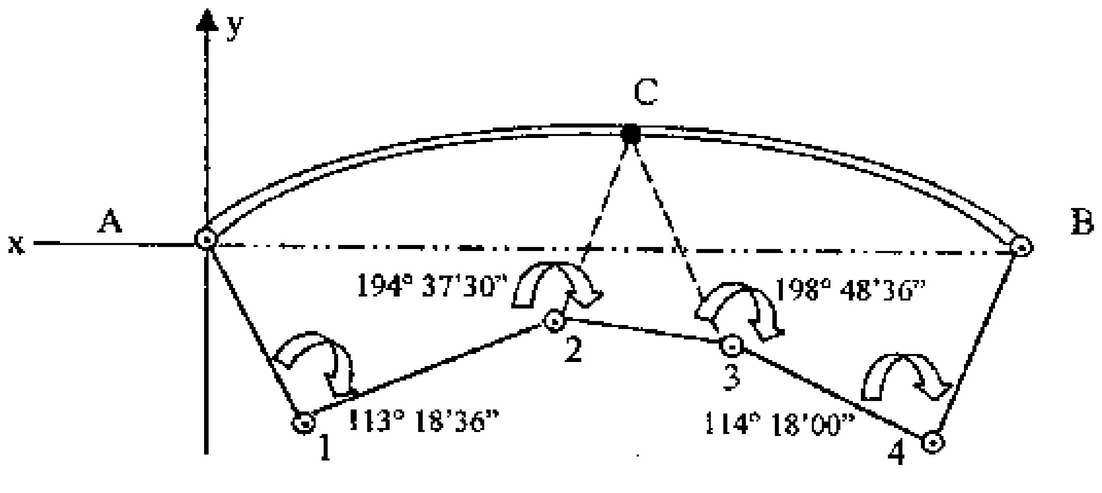


Figura 7.6

EXERCÍCIO 6

Deseja-se construir um túnel em linha reta entre os pontos 27 e 31. Para tanto, mediu-se uma poligonal aberta partindo dos pontos 24 e 25 de coordenadas conhecidas. Calcule qual deve ser o ângulo de partida em relação à direção 27-28 e a distância que se deve para alcançar o ponto 31.

CADERNETA DE CAMPO			
Estação	Ponto Visado	Ângulo Horizontal	Distância (m)
25	24	0,0000°	
	26	162,4736°"	79,410
26	25	0,0000°	
	27	187,2936°	102,394
27	26	0,0000°	
	28	135,2245°	138,914
28	27	0,0000°	
	29	195,3110°	131,061
29	28	0,0000°	
	30	236,2359°	127,311
30	29	0,0000°"	
	31	189,2212°	159,155
31	30	0,0000°"	
	32	147,4650°	311,362

Coordenadas: 24: E=7.570,662m , N=4.877,457m
25: E=7.675,274m , N=4.928,242m

EXERCÍCIO 7 (*)

1) Calcular o erro de fechamento angular da poligonal e verificar se é tolerável.

ESTAÇÃO	PONTO VISADO	ÂNGULO LIDO
1	0	
	2	82° 07' 00"
2	1	
	3	114° 28' 00"
3	2	
	4	202° 04' 00"
4	3	
	5	88° 43' 00"
5	4	
	0	178° 50' 00"
0	5	
	1	53° 46' 00"

EXERCÍCIO 8 (*)

A partir das coordenadas dos vértices da poligonal, calcular a área da mesma.

ESTAÇÃO	COORDENADAS TOTAIS	
	LONGITUDE (X)	LATITUDE (Y)
1	0	0
2	6	2
3	7	-3
4	16	7
5	11	14
6	3	8

EXERCÍCIO 9 (*)

Calcular o comprimento e o azimute do lado 3-4 de uma poligonal aberta da qual é conhecido o valor das coordenadas totais dos vértices 3 e 4:

X3 = 351,47 X4 = -123,69

Y3 = 67,23 Y4 = 61,35

EXERCÍCIO 10 (*)

Conhecidas as coordenadas dos vértices de um alinhamento MN:

XM = 15,06 XN = -40,92

YM = 10,18 YN = -19,71

Calcule:

a. Rumo do alinhamento MN

b. Azimute do alinhamento MN

c. Comprimento do alinhamento MN

d. Projeção do alinhamento MN sobre o eixo dos x e y

EXERCÍCIO 11 (*)

Dadas as coordenadas de três vértices de uma poligonal:

XQ = -27,03 XR = -4,10 XS = -24,60

YQ = -5,52 YR = -22,81 YS = -10,67

Calcule:

a. Rumo e azimute dos alinhamentos SR e RQ

b. Comprimento dos alinhamentos SR e RQ

c. Projeção dos alinhamentos SR e RQ

d. Valor do ângulo interno no vértice R

EXERCÍCIO 12 (**)

Em uma poligonal ABCDE, levantada pelo método do caminhamento, foram lidos o Azimute inicial do alinhamento AB=158°30', e os ângulos entre os alinhamentos: ABC=120°55'; BCD=147°30' e CDE=81°40'. Registrou-se também, a extensão de cada alinhamento: AB=53,10m; BC=60,80m; CD=76,05m e DE=63,00m. Adotar para a estação "A", as seguintes coordenadas retangulares absolutas: XA=10.000,00m e YA=10.000,00m. O caminhamento foi efetuado no sentido anti-horário (Caminhamento a direita).

Solicita-se:

a)calcular os azimutes de todos os alinhamentos;
b)calcular as projeções naturais dos alinhamentos;
c)calcular as coordenadas retangulares absolutas dos demais vértices dessa poligonal;
d)calcular a extensão do alinhamento EA;
e)calcular o azimute do alinhamento EA.

EXERCÍCIO 13 (***)

A partir dos dados e da Caderneta de levantamento Topográfico Planimétrico abaixo, Pede-se:
a)Determinar se houve erro angular, seu valor e corrigir os ângulos do levantamento;
b)Calcular os azimutes dos alinhamentos;
c)Determinar se houve erro linear, suas magnitudes, e corrigir esses erros;
d)Determinar as coordenadas finais dos pontos levantados (Poligonal e irradiações);

Dados: Rumo AB= 21° 30' 00" NW, Coordenadas A (10.000 ; 10.000)metros

Estação	PV	Âng.horário			Dist.(est)	Âng.corr.	Azimute
A	E	0	00	00			
	B	137	07	00	15+6,10		
B	A	0	00	00			
	C	64	24	00	31+6,55		
C	B	0	00	00			
	D	142	07	00	16+17,20		
D	C	0	00	00			
	E	80	03	00	19+2,60		
E	D	0	00	00			
	A	116	20	00	251+12,45		

EXERCÍCIO 14 (***)

Determinar a área formada pelos vértices da poligonal A,B,C, D. Caso não tenha conseguido responder o item d da questão 01, criar coordenadas hipotéticas para os vértices e determinar a área compreendida entre os vértices A,B,C, D e E.

EXERCÍCIO 15 (***)

A Partir dos dados de campo abaixo, demonstrar matematicamente e/ou calcular as coordenadas as coordenadas do ponto 2 (X2; Y2).

(*) Exercícios propostos pela ***Profa. Andréa Jelinek* curso de Topografia I da UFRGS**

(**) Exercícios propostos pelo *Prof. Iran Carlos Stalliviere Corrêa* – Curso de Topografia Aplicada à Engenharia Civil – UFRGS.

(***) Exercícios propostos pelo Prof. Carlos Augusto Uchoa da Silva – Topografia – U.F.Ceará

CAPÍTULO 8

MAGNETISMO TERRESTRE

8 – MAGNETISMO TERRESTRE

8.1 – DECLINAÇÃO MAGNÉTICA:

A direção para onde aponta a agulha imantada varia no correr dos tempos. Para estudar essa variação, escolheu-se como linha de comparação o meridiano geográfico que passa pelo eixo vertical de rotação da agulha.
O ângulo formado entre os dois meridianos, geográfico e magnético, chama-se declinação magnética, que é ocidental quando contada do meridiano geográfico para oeste (W), e oriental quando contada para leste (E). A declinação magnética é sempre medida na ponta NORTE e sempre do NORTE VERDADEIRO (NV) para o NORTE MAGNÉTICA (NM). Inverter qualquer sentido é errado.

Até o momento, quando falamos em rumos ou azimutes não especificamos a sua referência, a partir do Norte Verdadeiro (NV) ou Norte Magnético (NM).
Quando o rumo é medido a partir da direção NORTE/SUL Verdadeiro ou geográfica, o rumo é verdadeiro (RV); quando medido a partir da direção NORTE/SUL magnética, o rumo é magnético.
As variações de declinação podem ser assim discriminadas:

8.1.1. – GEOGRÁFICA

A declinação varia com a posição geográfica do lugar que é observada.
O lugar geométrico dos pontos da superfície terrestre que tem o mesmo valor de declinação magnética (DM) para certa data considerada, recebe o nome de

LINHAS ISOGÔNICAS. As mesmas têm direção aproximada NORTE/SUL, ou seja, a DM varia em função da longitude considerada.

Para o Brasil a DM varia de -21,5º p/ W na região nordeste até + 3º p/ E no Estado do Acre.

A linha do mapa isogônico que liga os pontos de declinação magnética nula, ou seja, o NM coincide com o NV recebe no nome de LINHA AGÔNICA.

8.1.2. - SECULAR

No decorrer dos séculos, o norte magnético desloca-se para oeste e depois para leste. Observou-se na França em Paris, que em 1580 a declinação magnética era de 9º oriental (E); diminuiu, sucessivamente, até ser nulo em 1.663; daí por diante passou a ser ocidental (W). Caminhou para o ocidente até 1.814, atingindo o valor de 22º30' voltando novamente para Leste (E).

Existem outras variações que afetam a declinação, todas elas, porém, de valor numérico muito reduzido, sendo levadas em conta em trabalhos de grande precisão:

- VARIAÇÕES DIURNAS: Seguem uma determinada lei, apresentando valores bem sensíveis. Atinge os maiores valores em julho e dezembro, por ocasião dos solstícios, verificando-se que o maior valor é obtido em junho.

Há declinações magnéticas diferentes para diferentes horas do dia. Essas diferenças são muito reduzidas sendo que as maiores atingem cerda de 3', porém, na maior parte dos casos, não alcançam um minuto.

- VARIAÇÕES LOCAIS: São perturbações da declinação, motivadas por circunstâncias locais, tais como a presença de minérios de ferro (magnetita, eligisto), linhas de transmissão e por alguns vegetais (pau d'alho).

- VARIAÇÕES ACIDENTAIS: São provocadas por tempestades magnéticas, em decorrência de manchas solares.

No Brasil imprimem-se os Anuários do Observatório Nacional. A carta isogônica que anexamos é do ano de 1990,00, isto é, de primeiro de janeiro de 1.991. O sinal negativo significa que a declinação magnética é para oeste (W) e o sinal positivo para leste (E).

Existe também uma carta denominada MAPA ISOPÓRICO que é o lugar geométrico dos pontos de superfície da terra que tem a mesma variação de declinação magnética, ou seja, mesma velocidade anual de deslocamento da agulha imantada.

Vejamos os exemplos:

<u>EXEMPLO 1</u>

O rumo verdadeiro de AB = 45º 00’ NE.

A declinação magnética (DM) é de 10º para oeste (W). Qual o rumo magnético (RM) da linha AB.

<u>RESOLUÇÃO:</u>

a) A figura 8.1 mostra o esquema proposto no exercício. Pede-se observar que o RM_{AB}=45°00’+10°00’=55°00’.

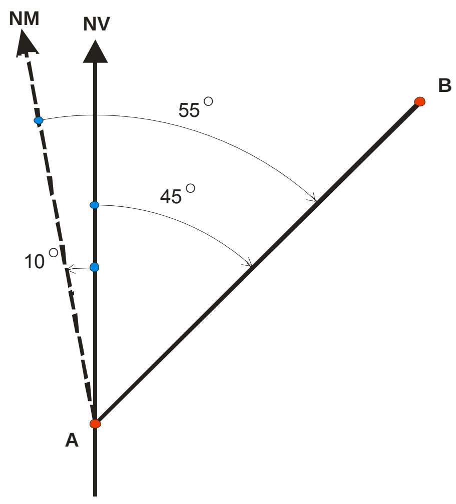


Figura 8.1

<u>EXEMPLO 2</u>

De um mapa isogônico determinou-se que a <u>DM</u> de certo local para certa data era de -14º. Do mapa isopórico tirou-se que para o mesmo local a variação da <u>DM</u> era -10º 30’ para a mesma data. Interpretar estes valores.

RESOLUÇÃO:

a)- DM = - 14º significa DM = 14º para oeste (W).

b)- ΔDM = -10º 30' significa ΔDM = 10º 30' para oeste (W)

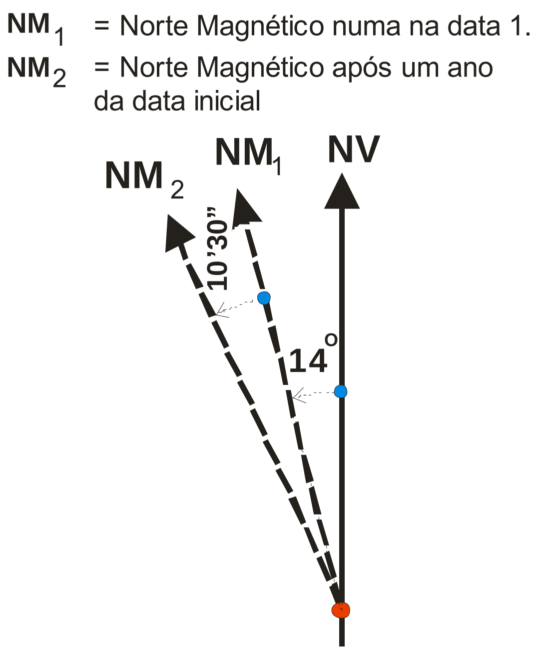


Figura 8.2

Portanto, com a ajuda dos mapas isogônicos e isopóricos podemos determinar a DM e a variação da DM e, qualquer lugar e numa determinada data.

Por esta razão, a DM deve sempre que possível figurar nas plantas, nas quais, OBRIGATORIAMENTE deverá constar a DATA em que foi feita a medição, para que se possa, desta forma, desde que se conheça a DM, a variação anual e a data do levantamento, determinar-se o Rumo ou Azimute Magnético de uma linha em outra data qualquer. Também se utilizando estes valores podemos determinar o Azimute Verdadeiro da linha considerada.

8.2 – AVIVENTAÇÃO DE RUMOS:

É a operação que se faz para determinar em data mais recente, os rumos dos alinhamentos de um levantamento feito em data anterior.
Para tanto devemos utilizar informações sobre a DM e a variação da DM extraídas dos mapas isogônicos e isopóricos respectivamente.

Na prática, várias situações podem ocorrer, tais como:

a) - A planta apresenta rumos magnéticos e deseja-se calcular o rumo verdadeiro, sendo que se dispõe da declinação magnética (DM).
b) - A planta apresenta rumos magnéticos em uma data qualquer e para aviventá-los, dispõe-se de valores de declinações magnéticas em épocas diferentes.
c) - A planta apresenta rumos magnéticos e deseja-se calcular o rumo verdadeiro, conhecendo-se a declinação magnética em uma data qualquer e a variação anual.
d) - A planta apresenta o rumo verdadeiro e deseja-se aviventar o magnético, conhecendo-se a declinação magnética em determinada data e a variação anual.

EXERCÍCIOS:
1) - O Rumo Magnético (RM) de uma linha (A-B) era igual a 35º 20' NW em 1º. de outubro de 1.973. Determinar o Rumo Magnético desta mesma linha em 1º. de abril de 1.996.

RESOLUÇÃO:
a) Localizar num mapa geográfico o ponto (A) da linha (A-B) e determinar as suas coordenadas geográficas:

Para o ponto (A) tem-se: - Longitude = 40º 30' W_G.
- Latitude = 05º 00' S.

b) Interpolar as coordenadas geográficas do ponto (A) nos mapas isogônicos e isopóricos, locando-o assim nos dois mapas. Observar que os mapas são de 1º. de janeiro de 1.966 (1965,00).

c) Determinar por interpolação gráfica a DM do ponto (A) no mapa isogônico da seguinte maneira:
c.1) Pelo ponto (A), locado no mapa isogônico, traçar uma linha que seja aproximadamente perpendicular às linhas isogônicas mais próximas. Para o caso do exemplo teríamos a seguinte situação no mapa (Figura 8.3):

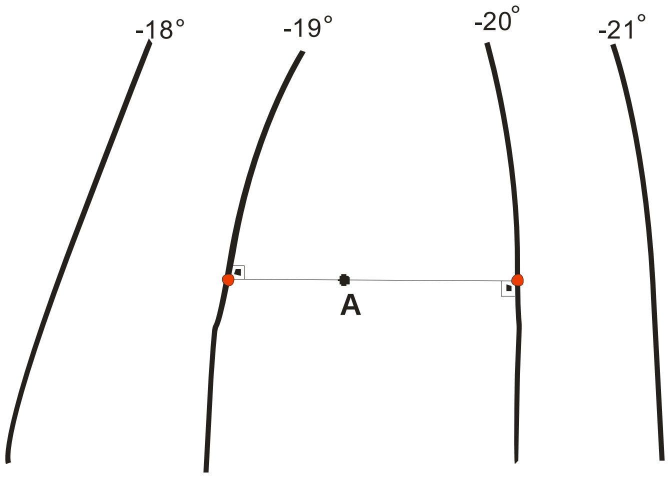


Figura 8.3

c.2) Divide-se este alinhamento em 10 partes iguais (Figura 8.4).

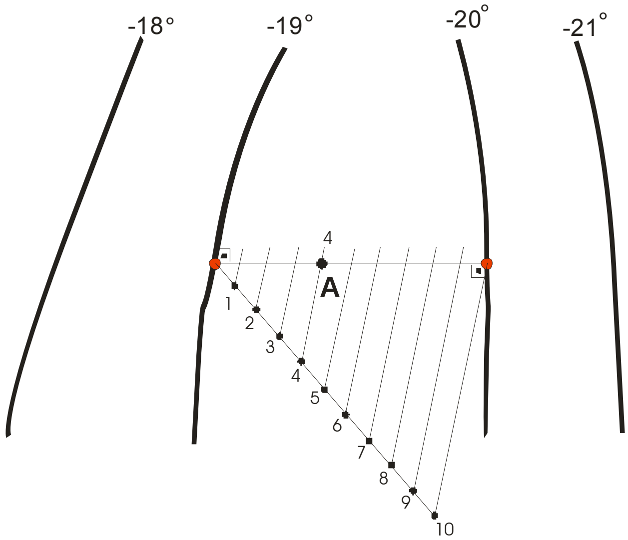


Figura 8.4

c.3) Como o ponto (A) está na 4ª. parte do segmento, teremos:

$$DM_{(A)} = \cdot -19^o - \frac{4}{10} \times 60' = \cdot -19^o 24'$$

Como o sinal é negativo, concluímos que a DM do ponto (A) em 1o. de janeiro de 1.966 (1.965,00), data do mapa utilizado era igual a:

$$DM_{(A)} = 19^o 24' \, para \cdot Oeste \cdot (W) \cdot em \cdot 1.965{,}00$$

d) Determinar por interpolação a variação da DM no ponto (A) no mapa isopórico da mesma maneira que se fez para obtenção da DM no mapa isogônico, conforme demonstrado na Figura 8.5:

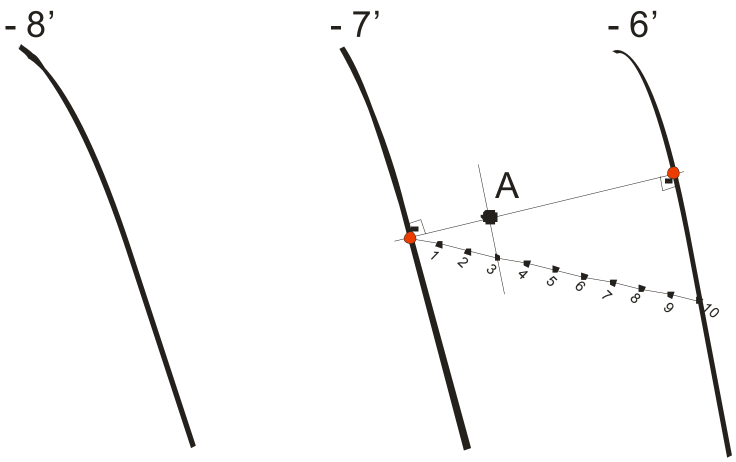


Figura 8.5

Portanto, a variação da DM será:

$$\Delta DM_{(A)} = -6' - 7 \times \frac{60''}{10} = -6'42''$$

O sinal negativo implica que a variação é para Oeste (W), ou seja, em 1o. de janeiro de 1.966 (1.965,00) a agulha imantada da bússola no ponto (A) apresentava um deslocamento de (6’ 42”) para Oeste (W) por ano.
Portanto:

$$\Delta DM = 6'42'' \cdot para \cdot Oeste \cdot (W) / ano$$

e) Com os dados fornecidos pelo problema e com os dados coletados nos mapas magnéticos, passamos aos cálculos definitivos.
Resumos dos dados:

RM(A–B) = 35º 20’ NW (1.972,75).
RM(A–B) = ? (1.995,25).
DM(A)= 19º 24’ / W(1.965,00).
ΔDM(A) = 6’42” W/ano (1.965,00).

f) Esquematizando graficamente os dados relacionados no item anterior:

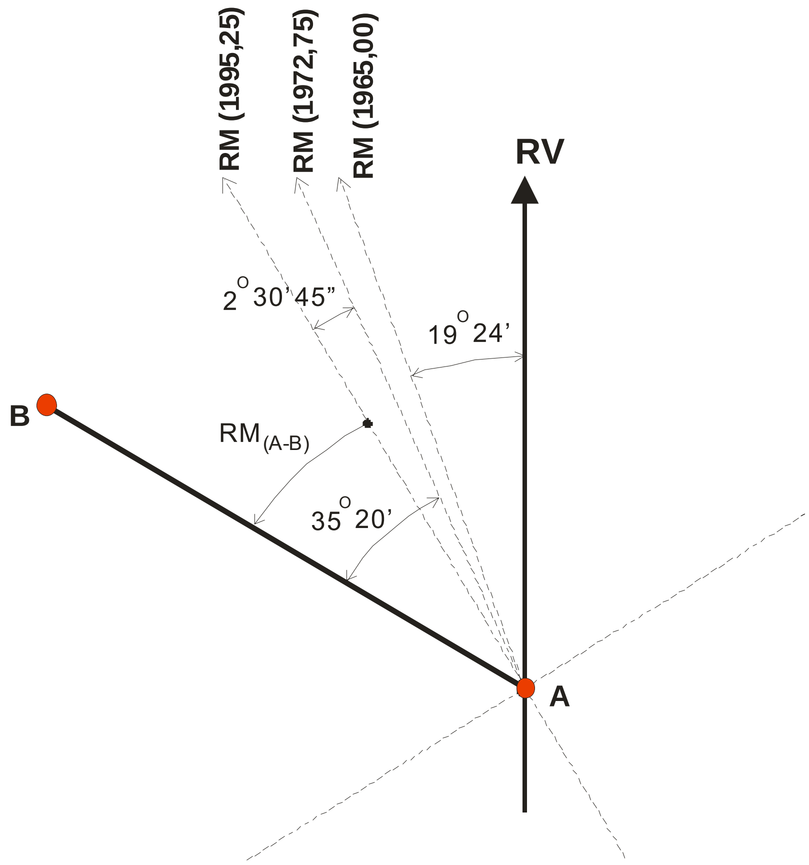


Figura 8.6

Desenhamos o NM (1.995,25) à Oeste do NM (1.975,75) porque em 1.965,00 a variação da DM era para oeste, logo o NM (1.995,25) só pode estar também a Oeste do NM (1.972,75).
Logo, basta determinarmos o ângulo (α) para solucionarmos o problema:

g) Determinação do ângulo (α):
De (1.972,75) até (1.995,25) teremos uma diferença de: (1.995,25 – 1.972,75 = 22,50 anos.

Como a variação da DM em (A) é de 6'42" para W/ano, teremos a variação total neste intervalo de tempo igual a:

α = 22,50 anos x (6' 42")/ano = 2º 30'45"

Portanto:

$$\alpha = 2^{\circ}\ 30'45''$$

h) Portanto o Rumo (A-B) em (1.995,25) será:

$$RM_{(A-B)} = (35^{o}20') - (2^{o}30'45'') = 32^{o}49'15''\ NW$$

<u>EXERCÍCIO 1:</u>

O rumo magnético de uma linha AB foi 56º 20'SE em 1º. de abril de 1.953. Achar o rumo magnético da linha em 1º. de outubro de 1.958.

Dados:

- Declinação Magnética (DM) em 1º de janeiro de 1.952, igual a 12º 50' para W.
- Declinação Magnética (DM) em 1º de janeiro de 1.958, igual a 12º 08' para W.

<u>EXERCÍCIO 2:</u>

O rumo magnético de uma linha CD foi 73º 10'W em 1º. de junho de 1.954. Determinar o rumo verdadeiro (RV) da linha.

Dados:

- Declinação Magnética (DM) em 1º de janeiro de 1.951, igual a 01º 30' para E e pela isopórica correspondente, a variação anual da DM = 6' para W/ano.

<u>EXERCÍCIO 3:</u>

O rumo magnético de uma linha 1-2, foi 35º 20' NW em 1º. de julho de 1.956. Determinar:

a) O rumo verdadeiro da linha;

b) O rumo magnético de 1-2 e, 1º. de outubro de 1.962.

Pelos mapas isogônico e isopórico achamos:

DM em 1º. de janeiro de 1.955 = 11º 50’ para W.
Variação anual da DM = 6’ para E.

EXERCÍCIO 4:

O rumo magnético de uma linha na cidade de São Paulo, era em 1º de julho de 1.907, equivalente a 42º 18’ SW. Pede-se o rumo verdadeiro da mesma linha. Consultando o anuário do Observatório Nacional do Rio de Janeiro, verificamos que em São Paulo a declinação magnética teve os seguinte valores:

Em 1.904,20 ....5º 23’W.
Em 1.910,00 ....6º 40’W.

EXERCÍCIO 5:

Utilização do Mapa Magnético do Brasil fornecido pelo IBGE.
Calcular para Jataí (GO) a inclinação (*IN*) para a data de 17/Abril/1991.
Sabe-se que a utilizando-se a fórmula (7.1) pode-se calcular a inclinação:

$$IN = Cic + [(A + Fa) \times Cip] \tag{7.1}$$

Onde: *IN* = Inclinação;
Cic = Curva Isóclina ou Isogônica (valor interpolado);
Cip = Curva Isopórica (valor interpolado);
A = Ano de Observação - 1990 (MAPA MAGNÉTICO DO BRASIL);
Fa = Fração do Ano.

Para o cálculo da fração do ano utilizamos a tabela 7.1.

FRAÇÃO DO ANO					
01 jan a 19 jan	20 jan e 24 fev	25 fev a 01 abr	02 abr a 07 mai	08 mai a 13 jun	14 jun a 19 jul
,0	,1	,2	,3	,4	,5
FRAÇÃO DO ANO					
20 jul a 25 ago	26 ago a 30 set	01 out a 06 nov	07 nov a 12 dez	13 dez a 31 dez	
,6	,7	,8	,9	1,0	

TABELA 7.1 - FRAÇÃO DO ANO (FONTE IBGE-DIRETORIA DE GEOCIÊNCIAS)

EXERCÍCIO 6 (*):

O rumo verdadeiro de um alinhamento é 4°35'NW, sabendo-se que a declinação magnética local é de 8°11'W, calcule o azimute magnético.

<u>EXERCÍCIO 7 (*):</u>

O rumo magnético de um alinhamento é de 84°30'SW. Sendo a declinação magnética local de 13°30'E, calcular o rumo verdadeiro do alinhamento e os azimutes verdadeiro e magnético.

<u>EXERCÍCIO 8 (*):</u>

O rumo magnético de um alinhamento era 45015'SE em 1947. Sabendo-se que a declinação magnética em 1945 era 1040'E e a variação anual é de 8'E, calcule o rumo verdadeiro.

<u>EXERCÍCIO 9 (*):</u>

O rumo verdadeiro de um alinhamento é de 80015'NW. Sabendo-se que declinação magnética atual é de 13000'W e a variação anual é de 11'W, calcule o rumo magnético em 1977.

<u>EXERCÍCIO 10 (*):</u>

Reaviventar o rumo magnético de um alinhamento, 32010'NW, medido em 1968, para 1996 e calcule, também, o seu rumo verdadeiro. Sabe-se que a declinação magnética local para o ano de 1990 é de 13012'W e a variação anual da declinação é de 6'W.

<u>EXERCÍCIO 11 (*):</u>

Reaviventar o rumo magnético de 25°27'NW ocorrido em 1940, sabendo-se que o valor da declinação magnética era de 10°02'W. O valor atual da declinação magnética do local é de 15°30'W.

<u>EXERCÍCIO 12 (*):</u>

Reaviventar para o ano de 1973, um rumo magnético de 25°30'NW, demarcado em 1931. Sabe-se que a variação média anual da declinação magnética, para o local é de 0°10', e que neste período a declinação cresceu continuamente para W.

(*) Exercícios propostos pela ***Profa. Andréa Jelinek*** **curso de Topografia I da UFRGS**

CAPÍTULO 9

ALTIMETRIA

9 – ALTIMETRIA

9.1 – NIVELAMENTO GEOMÉTRICO – INTRODUÇÃO

Trata-se de um levantamento altimétrico com o objetivo básico de determinar *COTAS* ou *ALTITUDES* de pontos sobre uma superfície qualquer.

Quando as distâncias verticais são referidas à superfície média dos mares (NÍVEL VERDADEIRO) são chamadas de ALTITUDES. Se forem referidas à superfície de nível arbitrária, acima ou abaixo do Nível Médio das Marés (N.M.M), são chamadas de COTAS. (NÍVEL APARENTE)

Quando este PHR é definido pelo nível médio das mares, ele, o plano, recebe o nome de PLANO DATUM ou PLANO ORIGEM. (Figura 9.1).

O Nível Médio dos Mares coincide com a superfície GEOIDAL.
INFLUÊNCIA DA FORMA DA TERRA E REFRAÇÃO ATMOSFÉRICA NOS NIVELAMENTOS – será visto no nivelamento Trigonométrico e não faz parte de nosso curso.

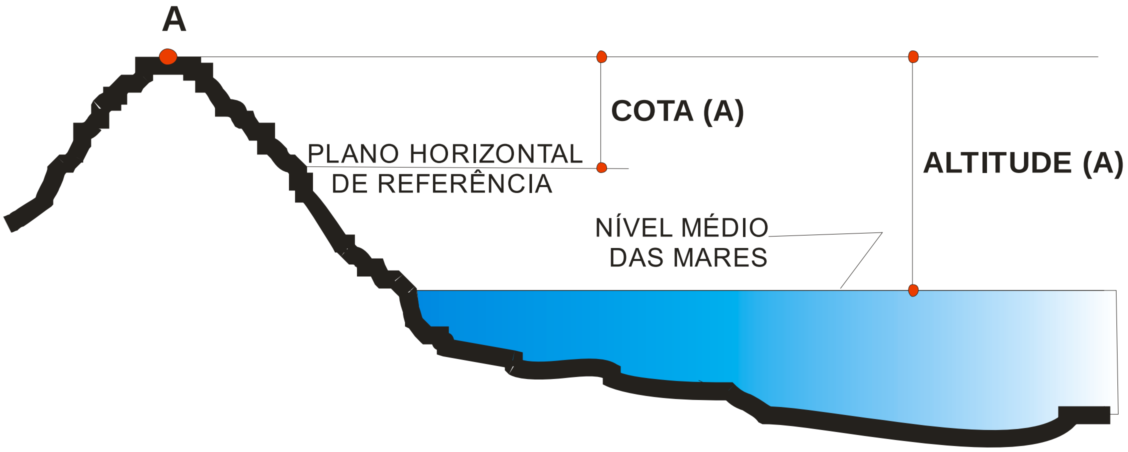


Figura 9.1 – Cotas e Altitudes

9.1.1. – APARELHOS NECESSÁRIOS

9.1.1.1. – NÍVEL TOPOGRÁFICO

É um aparelho que consta de uma luneta telescópica com um ou dois níveis de bolha, sendo este conjunto instalado sobre um tripé. A característica principal do NÍVEL é o fato do mesmo possuir movimento de giro somente em torno de seu eixo principal (figura 9.2).

Figura 9.2 – Nível Topográfico

9.1.1.2. – MIRA ESTADIMÉTRICA

É uma peça com 4,00 metros de altura, graduada de centímetro em centímetro, destinada a ser lida através da luneta do aparelho. A mira é graduada de forma especial que permite a sua leitura mesmo que se possa ver apenas uma pequena parcela do seu comprimento; por esta razão, a separação de centímetro em centímetro, em lugar de ser feita com traços como numa escala comum de desenho, é feita com faixas, uma branca e outra preta, cada uma delas com a largura de um centímetro; isto aumenta a visibilidade (figura 9.3)

Figura 9.3 – Mira Estadimétrica
(Régua de madeira,alumínio ou PVC, graduada em metros, decímetros, centímetros e milímetros)

9.1.1.3. – LEITURAS NA MIRA ESTADIMÉTRICA

A menor célula gráfica de uma mira estadimétrica é o cm; são numeradas de dm em dm, sendo que os metros são indicados por pontos ou números romanos.

Sempre se lê 4 dígitos : metro (m), decímetro (dm), centímetro (cm) e milímetro (mm).

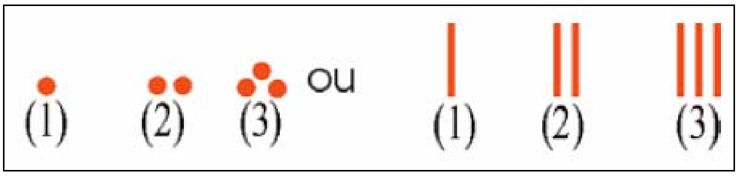


Figura 9.4 – Indicação de metros de uma mira estadimétrico

O primeiro número, m (metro), é identificado na mira por algarismos romanos (ou barras verticais) – I, II, III, posicionadas no início de cada metro correspondente, e por pontos vermelhos (um, dois, três ou quatro), conforme figura 9.4.

O segundo número, dm (decímetro), é identificado pelos algarismos arábicos 1,2, 3, 4, ... 7, 8, 9. Representam a divisão do metro em dez partes iguais, 1 m = 10 dm, conforme figura 9.5.

O terceiro número, cm (centímetro), é identificado pela divisão do decímetro correspondente em dez partes iguais, (branca/preta). Onde a divisão branca, significa centímetro par (0,2,4,6,8) e a preta centímetro ímpar (1,3,5,7,9), conforme figura9.5.

O quarto número, mm (milímetro): é identificado pela divisão do centímetro correspondente em dez partes iguais, e é feita por aproximação. Deve-se atentar para não cometer um erro de leitura maior que dois milímetros, para mais ou para menos, conforme figura 9.5.

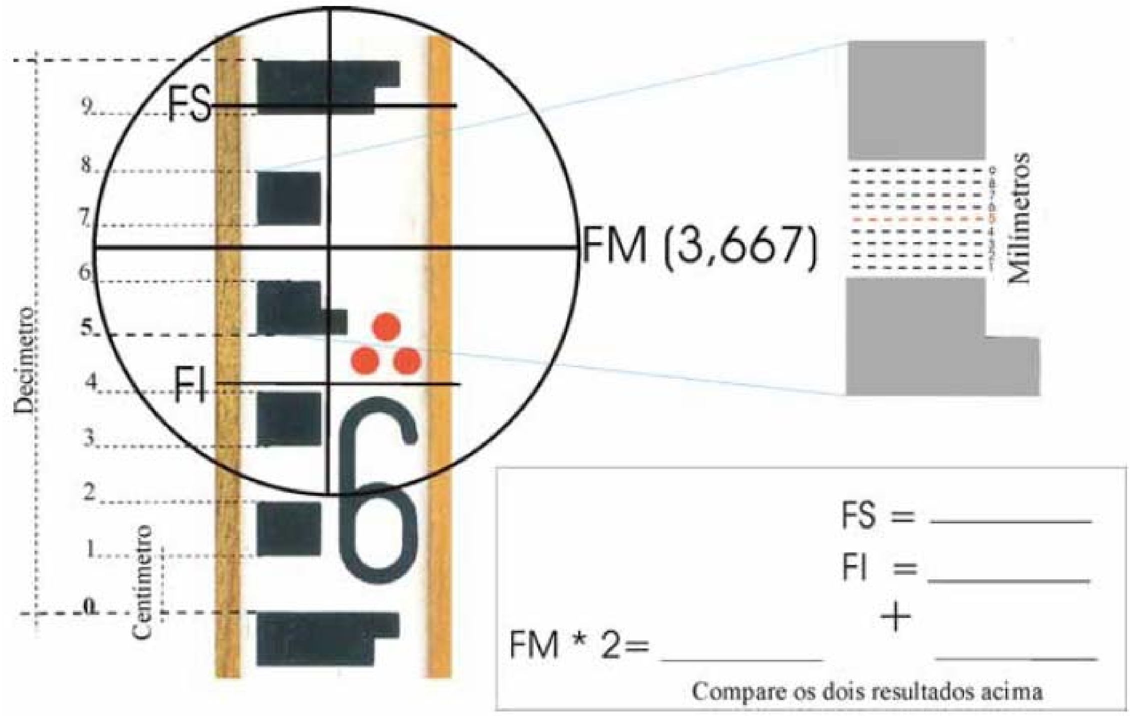


Figura 9.5 – Indicação da leitura de milímetros de uma mira estadimétrico.
(Adaptado – Silva, J.L.Barbosa – UFRGS – Instituto de Geociências)

Portanto, lê-se:

- Para o Fio Médio (FM) = três, seis, seis, sete, que representa três mil, seiscentos e sessenta e sete milímetros = 3,667 m;
- Para o Fio Superior (FS) = três, seis, nove, dois, que representa três mil, seiscentos e noventa e dois milímetros = 3,692 m;
- Para o Fio Inferior (FI) = três, seis, quatro, um, que representa três mil, seiscentos e quarenta e um milímetros = 3,642m

Compara-se o resultado:

$$FM \times 2 = 3{,}667 \times 2 = 7{,}334m \qquad FS + FI = 3{,}692 + 3{,}642 = 7{,}334m$$

(FS + FI) ÷ 2 = FM ± 1mm

IMPORTANTE:

Devido à existência de vários modelos de Mira, é importante a sua interpretação prévia para fazer a leitura corretamente.

Para um nivelamento geométrico com boa precisão, a tolerância é dada pela fórmula 9.1.

$$\frac{(FS + FI)}{2} = FM \pm 1mm \qquad (9.1)$$

9.2 - DETERMINAÇÃO DA COTA DE UM PONTO

Seja a figura 9.6:

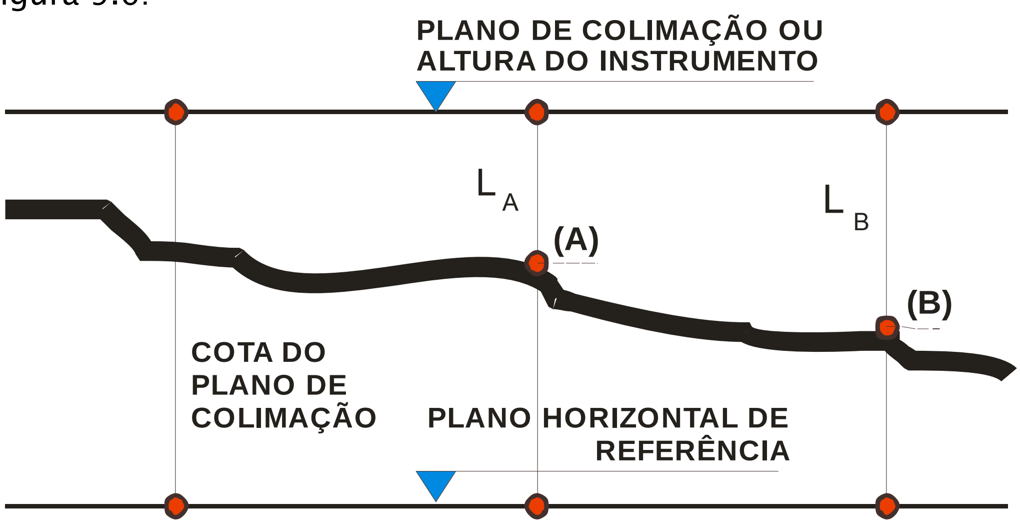


Figura 9.6 - Determinação da Cota de um ponto.

Cota da ponto “A” = Adotada ou conhecida.
Cota do ponto “B” = Deseja-se determinar.

Da figura 9.6 conclui-se que:
A igualdade ($COTA_A + L_A = COTA_B + L_B$) representa o desnível entre o plano de colimação e o plano horizontal de referência.

Portanto:

$$COTA_B = COTA_A + L_A - L_B \tag{9.2}$$

O desnível geométrico entre “*A*” e “*B*” será:

$$D_{A-B} = \left|COTA_A - COTA_B\right| = \left|L_A - L_B\right| \tag{9.3}$$

Portanto, se desejarmos determinar a cota de um ponto “*B*” qualquer, basta fazermos duas leituras sobre a mira. Uma leitura (L_A) estado a mira colocada sobre o ponto de cota conhecida ou adotada (o qual, chamamos de Referência de Nível – *RN*); e uma outra leitura tomada na mira estacionada agora sobre o ponto (L_B), do qual se deseja determinar a cota (Figura 9.7).

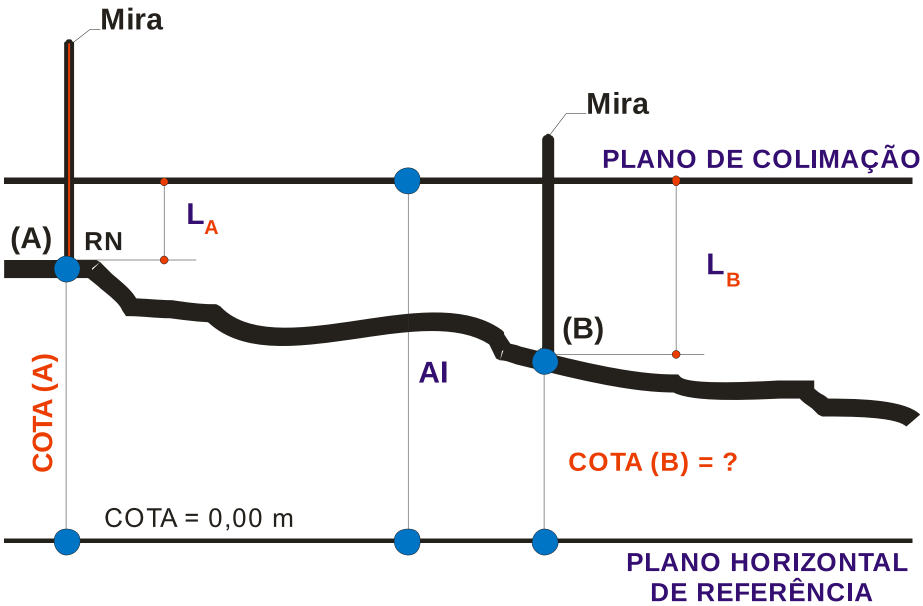


Figura 9.7 – Determinação da Cota de um ponto.

Seja: Cota (A) = 10,000 m
L_A = 1,564 m
L_B = 3,697 m

9.2.1. – DEFINIÇÕES E CÁLCULOS

9.2.1.1. – PLANO DE COLIMAÇÃO (PC) ou ALTURA DO INSTRUMENTO (AI)

É a distância vertical entre dois (2) planos horizontais: o de cota zero (PHR) e o plano do aparelho, isto é, aquele que contém a linha de vista do nível; a rigor, altura do instrumento (*AI*) é a cota do aparelho. Observar, portanto, que não é a altura do próprio aparelho (tripé), e sim a cota da sua linha de vista (Plano de Colimação).

$$AI = COTA_{RN} + VISADA_{RÉ} = COTA_{RN} + L_A \tag{9.4}$$

Observando a figura 9.7 com as informações fornecidas, conclui-se:

O ponto (A) é a Referência de Nível (RN) e apresenta cota de 10,000 m.
A $VISADA_{RÉ}$ = L_A = 1,564 m

Portanto:

$$AI = 10,000 + 1,564 = 11,564 \text{ m}$$

9.2.1.2. – VISADA À RÉ

Pode ser feita para frente, para trás, ou para os lados, portanto não é a direção da visada que faz com que ela seja *a ré*, e sim sua finalidade. *Visada a ré* é aquela que é feita para um ponto de cota ou altitude conhecida, com a finalidade de determinarmos a ***Cota do Plano de Colimação (PC) ou Altura do Instrumento (AI).***

Para o cálculo das demais cotas utiliza-se uma derivação formada pelas fórmulas (9.2) e (9.4):

$$COTA_B = AI - L_B \tag{9.5}$$

Onde L_B é a VISADA À VANTE

Portanto:

$$COTA_B = 11{,}564 - 3{,}697 = 7{,}867 \text{ m}$$

9.2.1.3. – VISADA À VANTE

Também não depende da direção e sem do seu objetivo. Por isto, chamamos visada a vante àquela que é feita com o intuito de se determinar a cota do ponto onde está a mira. As visadas à vante podem ser de mudança ou intermediária:

- VISADA À VANTE INTERMEDIÁRIA: Assim como a visada a vante de mudança, serve para a determinação da cota do ponto onde está a mira; a diferença é que, na visada à vante intermediária, o ponto não receberá uma visada à ré. Afeta apenas a cota do ponto visado; um erro praticado na visada a vante intermediária afeta apenas a cota do ponto visado (o erro morre aí).

- VISADA À VANTE DE MUDANÇA: A visada à vante de mudança vem a receber posteriormente uma visada à ré porque o instrumento mudou de posição. A diferenciação é que a visada à vante de mudança influencia a cota final.

9.2.1.4. – PONTO INTERMEDIÁRIO

É um ponto sobre o qual se toma somente a leitura da visada a vante de mudança, com o objetivo de se determinar a cota do mesmo. Assim como o Ponto de Mudança, a cota do ponto intermediário interessa ao projeto.

9.2.1.5. – PONTO AUXILIAR

Trata-se também de um ponto de mudança mas com uma diferença fundamental: sua cota não interessa ao projeto. Ela é determinada para auxiliar na continuidade do nivelamento, quando a mudança do aparelho for obrigatória devido às condições desfavoráveis do relevo que não permitem visar o próximo ponto.

9.3 – CÁLCULO DA PLANILHA DE UM NIVELAMENTO GEOMÉTRICO:

9.3.1. – DADOS DE CAMPO E CÁLCULOS

Dados de Campo

Nivelamento – RN_A = 10,000

Piquetes a cada 20,00 metros.

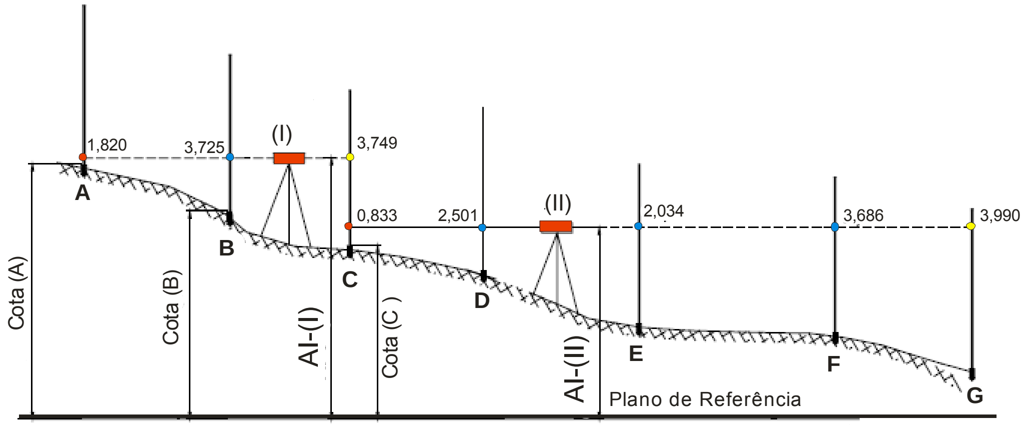


Figura 9.8 – Nivelamento Geométrico – ida

Contranivelamento

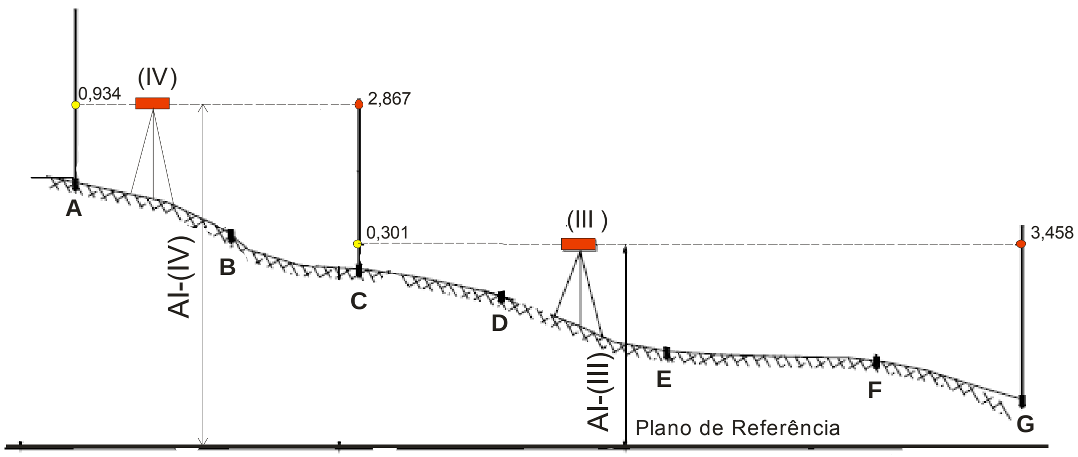


Figura 9.9 – Contranivelamento Geométrico – volta

Tabela – NIVELAMENTO e CONTRA-NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

PONTO	VISADA À RÉ	ALTURA DO INSTRUMENTO	VISADA A VANTE		COTA (m)	DISTÂNCIA AO RN
			INTERM.	MUDANÇA		
NIVELAMENTO						
A					**RN = 10,000**	0,00
(I)	**1,820**	**11,820**				
B			**3,725**		**8,095**	20,00
C				**3,749**	**8,071**	40,00
(II)	**0,833**	**8,904**				
D			**2,501**		**6,403**	60,00
E			**2,034**		**6,870**	80,00
F			**3,686**		**5,218**	100,00
G				**3,990**	**4,914**	120,00
SOMA	**2,653**			**7,739**		
CONTRA-NIVELAMENTO						
G					**4,914**	
(III)	**3,458**	**8,372**				
C				**0,301**	**8,071**	200,00
(IV)	**2,867**	**10,938**				
A				**0,934**	**10,004**	240,00
SOMA	**6,325**			**1,235**		

Fórmulas:

Para o cálculo da Altura do Instrumento: $AI = COTA_{RN} + VISADA_{RÉ}$

Para o cálculo da cota de um ponto: $COTA_B = AI - L_B$

Adotado a cota do ponto (A) = RN = 10,000

Cálculos – Nivelamento:

1) Aparelho estacionado na posição (I):

$AI_I = 10{,}000 + 1{,}820 = 11{,}820$ m, que é a cota do Plano de Colimação (PC) ou Altura do Instrumento (AI) na posição (I),

$COTA_B = 11{,}820 - 3{,}725 = 8{,}095$ m;

$COTA_C = 11{,}820 - 3{,}749 = 8{,}071$ m. Após a leitura à vante ao ponto “C”, mudou-se o aparelho para a posição (II)

2) Aparelho estacionado na posição (II):

$AI_{II} = 8{,}071 + 0{,}833 = 8{,}904$ m;

$COTA_D = 8{,}904 - 2{,}501 = 6{,}403$ m;

$COTA_E = 8{,}904 - 2{,}034 = 6{,}870$ m;

$COTA_F = 8{,}904 - 3{,}686 = 5{,}218$ m;

$COTA_G = 8{,}904 - 3{,}990 = 4{,}914$ m, onde conclui-se o nivelamento.

3) Prova de cálculo para o nivelamento:

É utilizada para se verificar se não houve erros na efetuação dos cálculos, usa-se a fórmula 9.6.

$$COTA_{final} = COTA_{inicial} + \sum V.RÉ - \sum VVM \tag{9.6}$$

$COTA_G = 10{,}000 + 2{,}653 - 7{,}739 = 4{,}914$ m, que é igual a cota calculada na tabela para o ponto (G)

Conclui-se que não houve erro de cálculo no nivelamento.

Cálculos - Contranivelamento:

Partindo da cota calculada para o ponto G = 4,914 m.

4) Aparelho estacionado na posição (III):

$AI_{III} = 4{,}914 + 3{,}458 = 8{,}372$ m;

$COTA_C = 8{,}372 - 0{,}301 = 8{,}071$ m;

5) Aparelho estacionado na posição (IV):

$AI_{IV} = 8{,}071 + 2{,}867 = 10{,}938$ m;

$COTA_A = 10{,}938 - 0{,}93{,}4 = 10{,}004$ m; que é a cota do ponto (A) após o contranivelamento.

6) Prova de cálculo para o contranivelamento:

$COTA_A = 4{,}914 + 6{,}325 - 1{,}235 = 10{,}004$ m, que é igual a cota calculada na tabela para o ponto (A)

Conclui-se que não houve erro de cálculo no contranivelamento.

9.3.2. - PRECISÃO PARA O NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

9.3.1.1. - CÁLCULO DO ERRO DE FECHAMENTO VERTICAL (Efv)

Para o cálculo do erro de fechamento vertical, utiliza-se a fórmula (9.7).

$$Efv = \left| C_i - C_f \right| \tag{9.7}$$

Onde:

C_i = Cota do Rn_0 (adotada ou conhecida).

C_f = Cota ao fechar o Nivelamento Geométrico

Para o exemplo:

$$Efv = |10{,}000 - 10{,}004| = 0{,}004 \text{ m}$$

9.3.1.2. - CÁLCULO DO ERRO VERTICAL MÉDIO (ev)

Na prática demonstrou-se que o erro de fechamento vertical (*Efv*) cometido é função inclusive da distância nivelada, não considerando os enganos acidentais, tornando-se necessário portanto que se conheça o afastamento de cada um dos seus pontos ao Rn_o. Em função disto, concluiu-se que o erro por quilometro (e_v) cometido no nivelamento será:

- Para Poligonal Fechada:

$$e_v = \frac{Efv}{P} \tag{9.8}$$

onde:

Efv = Erro de fechamento vertical, em metros.

P = comprimento total nivelado, em km, a partir do Rn_o (perímetro).

e_v = erro vertical em *m/km*.

- Para Poligonal Aberta:

$$e_v = \frac{Efv}{2L} \tag{9.9}$$

Onde:

Efv = Erro de fechamento vertical, em metros.

2*L* = comprimento total do nivelamento e contranivelamento, em km, a partir do Rn_o.

e_v = erro vertical em *m/km*.

9.3.1.3. - PRECISÃO PARA O NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

- **NIVELAMENTO APROXIMADO**

É o que se faz nos levantamentos de investigação. Visadas até 300 metros, leituras na mira, até centímetros.

Portanto:

$$0{,}024 \leq \overline{e_v} \langle 0{,}096 \ \frac{m}{km} \tag{9.10}$$

- **NIVELAMENTO COMUM**

Maioria dos trabalhos de engenharia. Visadas até 150 metros, leituras até milímetros.

Portanto:

$$0{,}012 \le \overline{e_v} \langle 0{,}024 \ \frac{m}{km} \qquad (9.11)$$

- **NIVELAMENTO MUITO BOM**

Visada até 90 metros, leituras em milímetros, mira provida de bolha de nível. Os pontos de mudança são bem firmados. Tripé perfeitamente apoiado sobre o terreno.

Portanto:

$$\overline{e_v} \langle 0{,}012 \ \frac{m}{km} \qquad (9.12)$$

Para o exemplo:

$$e_v = \frac{0{,}004}{2 \times 0{,}120} \cong 0{,}017 \frac{m}{km} \Rightarrow \text{NIVELAMENTO COMUM}$$

9.3.3. – CÁLCULOS DAS COTAS COMPENSADAS

Para os cálculos das cotas compensadas aplicam-se as fórmulas (9.13), (9.14) e (9.15) para poligonal fechada ou poligonal aberta.

- **POLIGONAL FECHADA**

$$Cc_i = Co_i \pm e_v \times d_o \qquad (9.13)$$

Onde:

Cc_i = Cota compensada do ponto *i.*

Co_i = Cota original do ponto *i.*

d_o = distância do ponto (*i*) ao RN_0.

- **POLIGONAL ABERTA: NIVELAMENTO**

$$Cc_{Ni} = Co_{Ni} \pm e_v \times n_i \qquad (9.14)$$

- **POLIGONAL ABERTA: CONTRA-NIVELAMENTO**

$$Cc_{Ci} = Co_{Ci} \pm e_v \times (n_o + L) \qquad (9.15)$$

Onde:

Cc_{Ni} = Cota do ponto (i) compensada no nivelamento;
Co_{Ni} = Cota do ponto (i) obtida no nivelamento;
Cc_{Ci} = Cota do ponto (i) compensada no contranivelamento;
Co_{Ci} = Cota do ponto (i) obtida no contranivelamento;
n_i = distância do ponto (i) ao RN_o.
n_o = distância do ponto (i) ao RN_f.
L = comprimento do nivelamento.

Após o cálculo da cota corrigida no nivelamento e contranivelamento, efetua-se o cálculo da cota média, conforme fórmula (9.16).

- **COTA MÉDIA**

$$C_{i_{final}} = \frac{Cc_{Ni} + Co_{Ci}}{2} \tag{9.16}$$

No exemplo a poligonal é aberta, portanto:

- **NIVELAMENTO**

$$Cc_{N-B} = 8{,}095 - \frac{0{,}004}{2 \times 0{,}120} \times 0{,}020 = 8{,}095 \text{ m}$$

$$Cc_{N-C} = 8{,}071 - \frac{0{,}004}{2 \times 0{,}120} \times 0{,}040 = 8{,}070 \text{ m}$$

$$Cc_{N-D} = 6{,}403 - \frac{0{,}004}{2 \times 0{,}120} \times 0{,}060 = 6{,}402 \text{ m}$$

$$Cc_{N-E} = 6{,}870 - \frac{0{,}004}{2 \times 0{,}120} \times 0{,}080 = 6{,}869 \text{ m}$$

$$Cc_{N-F} = 5{,}218 - \frac{0{,}004}{2 \times 0{,}120} \times 0{,}100 = 5{,}216 \text{ m}$$

$$Cc_{N-G} = 4{,}914 - \frac{0{,}004}{2 \times 0{,}120} \times 0{,}120 = 4{,}910 \text{ m}$$

- **CONTRA-NIVELAMENTO**

$$Cc_{C-C} = 8{,}071 - \frac{0{,}004}{2 \times 0{,}120_v} \times (0{,}080 + 0{,}120) = 8{,}068 \text{ m}$$

$$Cc_{C-A} = 10{,}004 - \frac{0{,}004}{2 \times 0{,}120_v} \times (0{,}120 + 0{,}120) = 10{,}000 \text{ m}$$

- **COTA MÉDIA**

$$C_{C_{final}} = \frac{Cc_{N-C} + Co_{C-C}}{2} = \frac{8{,}070 + 8{,}068}{2} = 8{,}069\,\text{m}$$

- **TABELA FINAL**

PONTO	COTA (m)
A	10,000
B	8,095
C	8,069
D	6,402
E	6,869
F	5,216
G	4,910

- **CROQUI – NIVELAMENTO GEOMÉTRICO**

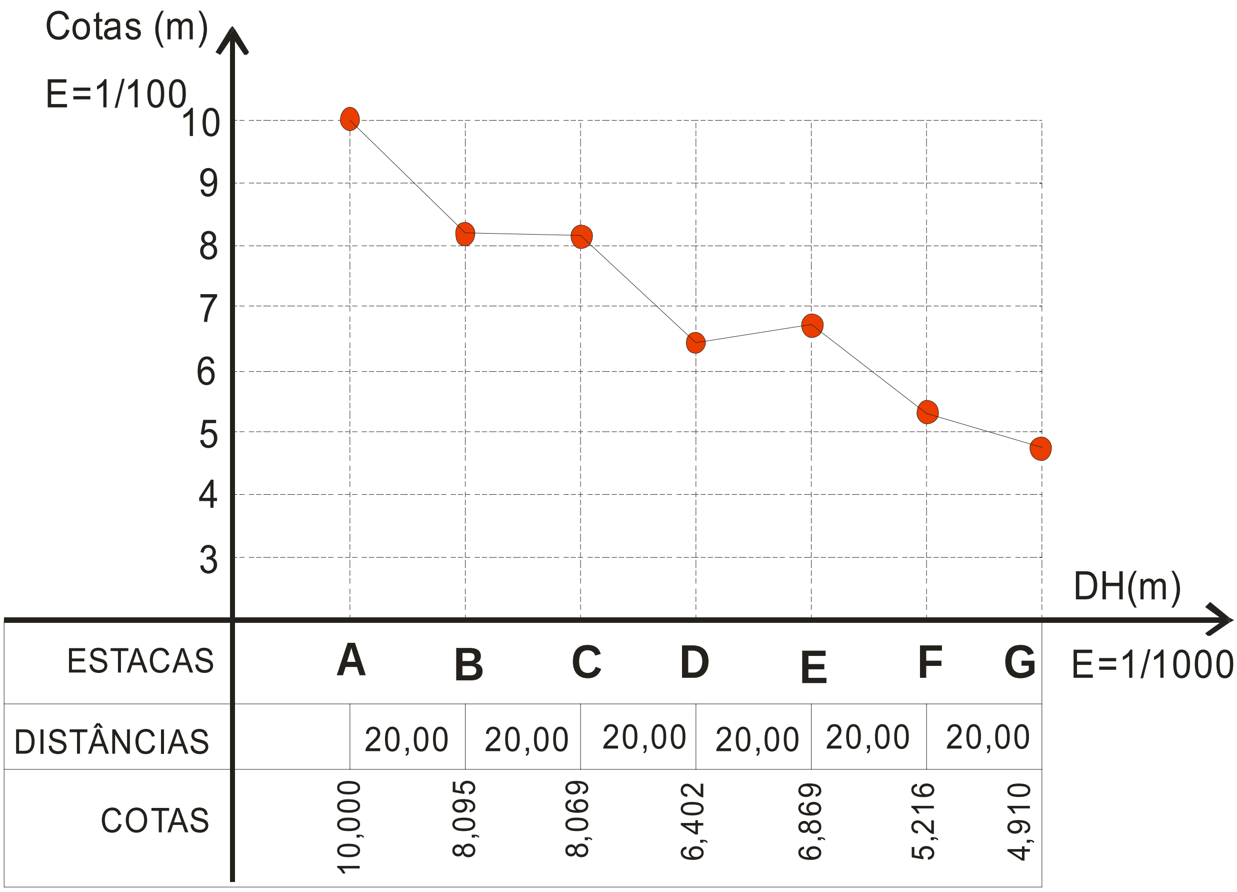


Figura 9.10 – Croqui – Nivelamento Geométrico
(Adaptado – Silva, J.L.Barbosa – UFRGS – Instituto de Geociências)

9.4 – EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1 (*)

Em um nivelamento geométrico, em determinado lugar a altura do plano de visada (Ai) foi igual a 112,438m e sobre um ponto foi lido na mira o valor de 1,737m. Calcular a cota deste ponto.

EXERCÍCIO 2 (*)

Supondo-se que a cota de um ponto M = 12,72m e a de um ponto P = 33,92m. Estando o instrumento instalado em M; Ai = 1,47m, FM = 1,780m e DHMP = 88,15m. Calcule o valor do ângulo zenital.

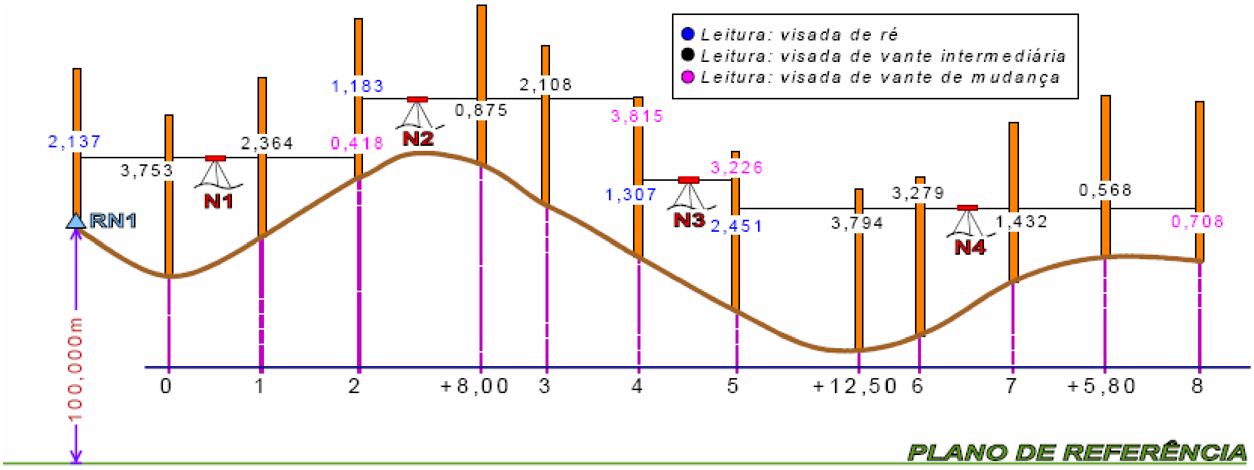
EXERCÍCIO 3 (*)

Com os dados da planilha abaixo, resultante de um nivelamento geométrico, calcule as cotas dos pontos nivelados, sabendo-se que a cota do ponto 1 = 50,000m.

PONTO	VISADA À RÉ	ALTURA DO INSTRUMENTO	VISADA A VANTE		COTA (m)
			INTERM.	MUDANÇA	
1					RN = 50,000
(I)	0,812				
2			1,604		
3			1,752		
4				2,626	
(II)	0,416				
5				2,814	
(III)	3,712				
6			1,248		
7			2,409		
8				3,706	
SOMA					

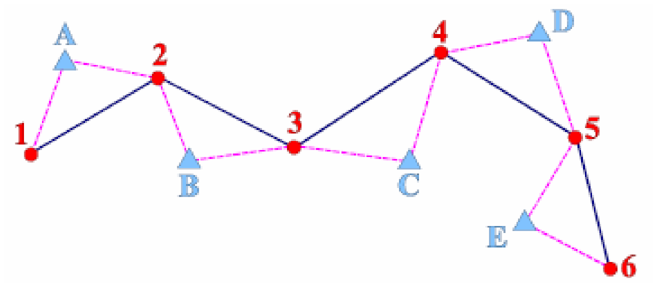
EXERCÍCIO 4 (**)

Para a figura ao lado, preparar a tabela de nivelamento geométrico e efetuar a prova de cálculo.



EXERCÍCIO 5 (**)

Dados o croqui e a caderneta de campo de um nivelamento, efetuar os cálculos das altitudes:



ESTAÇÃO – ESTACA	VISADA	
	RÉ	VANTE
A – 1	0,628	-
A – 2	-	0,757
B – 2	2,780	-
B – 3	-	0,266
C – 3	3,459	-
C – 4	-	3,676
D – 4	2,327	-
D – 5	-	2,075
E – 5	2,912	-
E – 6		3,495

CAPÍTULO 10

TAQUEOMETRIA

10 – TAQUEOMETRIA ou ESTADIMETRIA

Do grego takhys (rápido) e metren (medição), a taqueometria compreende uma série de operações que constituem um processo rápido e econômico para se obter dados que permitam a representação do relevo de um terreno através de planos cotados.

A taqueometria estuda os processos de levantamentos planialtimétricos realizados com o teodolito. Atualmente todos os teodolitos são dotados de fios estadimétricos em sua luneta, o que permite a avaliação indireta das distâncias.

Com o auxílio de uma mira colocada em um determinado ponto, obtém-se um número gerador, o qual, aliado ao ângulo vertical e através de cálculos trigonométricos, fornece a distância horizontal.

Como indicado na figura 10.1, a estádia do teodolito é composta de:

- Três (3) fios estadimétricos horizontais (FS, FM, FI);
- Um (1) fio estadimétrico vertical.

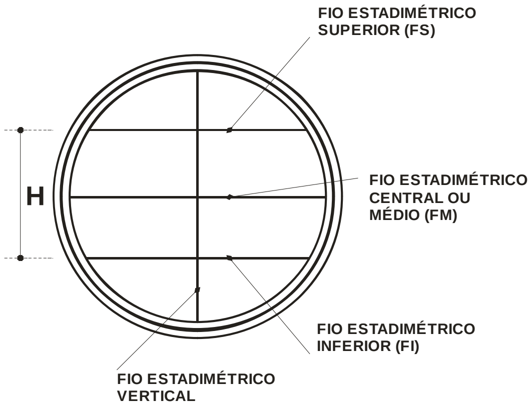


Figura 10.1 – Fios Estadimétricos

10.1 – PRINCIPIOS GERAIS DA TAQUEOMETRIA

10.1.1. – DISTÂNCIA HORIZONTAL – VISADA HORIZONTAL

Com os fios estadimétricos da luneta é possível efetuar leituras sobre uma mira graduada e relacioná-las com os valores constantes do instrumento. Mediante considerações geométricas determina-se com facilidade a distância horizontal aparelho-mira.

Na figura 10.2 observa-se que a distância horizontal (DH) entre os pontos PQ será deduzida da relação existente entre os triângulos a'b'F e ABF , que são semelhantes e opostos ao vértice, somando-se com constantes de fabricação do taqueômetro.

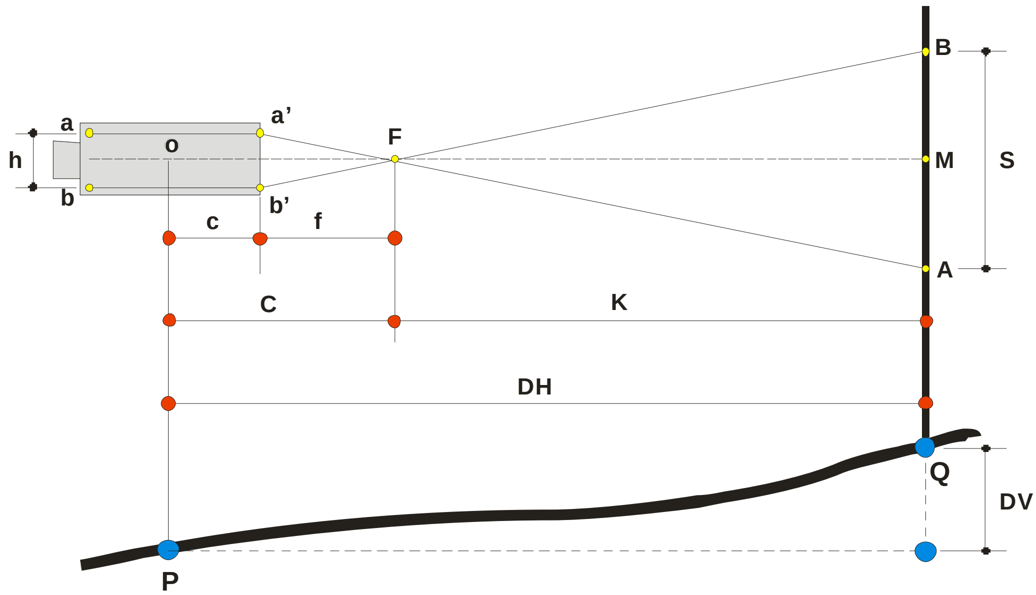


Figura 10.2 – Princípio da Estadimétrica.

(Distância Horizontal – Visada Horizontal)

Observando a figura 10.2, pode-se afirmar que:

$$DH = C + K \qquad (10.1)$$

Onde:

DH = Distância Horizontal;

C = constante de Reichembach, dado por; $C = c + f$. Esta constante assume valor 0,0 cm para equipamentos com lunetas analíticas e valores que variam de 25 à 50 cm para lunetas aláticas.

f = distância focal da objetiva;

F = foco exterior à objetiva;

c = distância do centro ótico do aparelho à objetiva;

K = distância do foco à régua graduada (mira);

S = diferença entre as leituras dos fios estadimétricos;

M = Leitura do fio estadimétrico médio (FM).

Mas:

$$S = \overline{AB} = FS - FI \qquad (10.2)$$

Pela regra de semelhança de triângulos, tem-se que Δa'b'F é semelhante ao ΔABF, portanto:

$$\frac{a'b'}{f} = \frac{\overline{AB}}{K} \Rightarrow K = \frac{f}{a'b'} \times \overline{AB} \qquad (10.3)$$

A relação $\frac{f}{a'b'}$ é conhecida como constante multiplicativa. O valor desta relação é, normalmente, igual a 100. Substituindo na fórmula 10.3, tem-se:

$$K = 100 \times S$$

Portanto:

$$DH = 100 \times S \qquad (10.4)$$

10.1.2. - DISTÂNCIA HORIZONTAL - VISADA INCLINADA

Ao inclinar-se a luneta, a situação passa a ser observada na figura 10.3., onde:

$$Z + \alpha = 90^o$$

CUIDADO:

Segundo (BORGES, A.C., 1977) os taqueômetros europeus em geral não usam o valor zero do círculo vertical para a luneta horizontal, porque poderá causar engano de sinal na leitura do ângulo vertical α. Preferem colocar o valor zero no zênite ou no nadir. Portanto, no campo sempre são lidos os ângulos zenitais (ou nadirais) e será necessário transformá-los conforme definido na fórmula a seguir:

$$\alpha = 90^o - Z$$

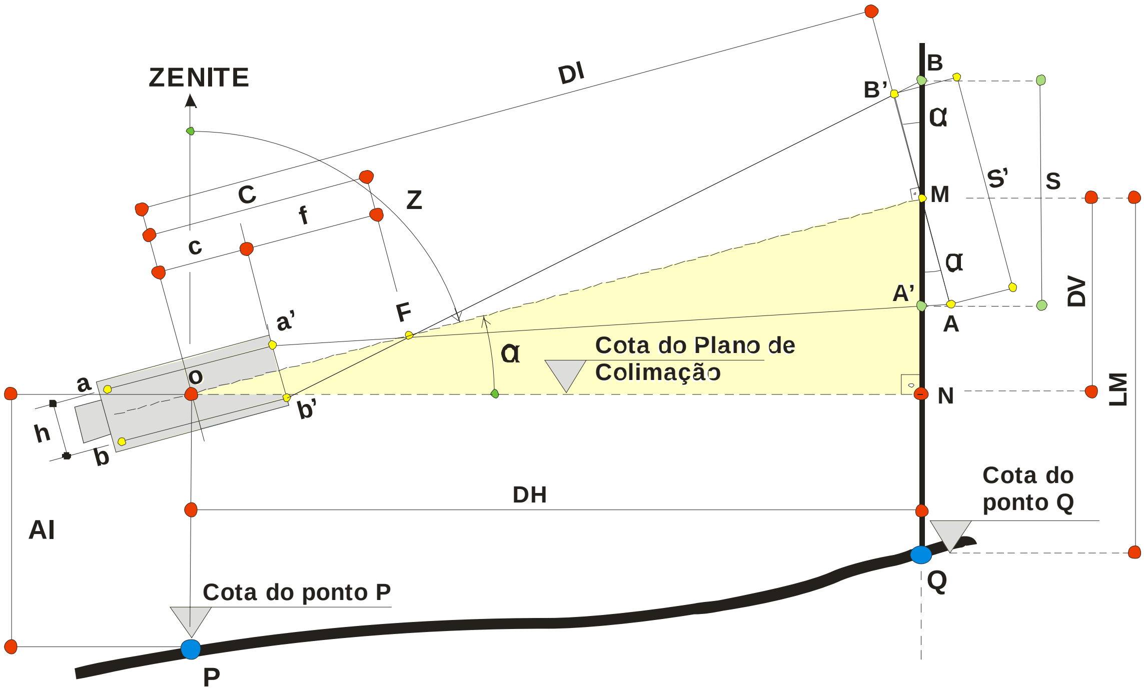


Figura 10.3 – Princípio da Estadimétrica.

(Distância Horizontal – Visada Inclinada)

$$DI = C \times S' = 100 \times S'$$

Se: $\overline{B'M} = \overline{BM} \times \cos\alpha$ e $\overline{A'M} = \overline{AM} \times \cos\alpha$

Então: $S' = S \times \cos\alpha$

Logo: $DI = 100 \times S \times \cos\alpha$

Sabes-se que do ΔoMN:

$$DH = DI \times \cos\alpha = 100 \times S \times \cos\alpha \times \cos\alpha$$

Portanto:

$$DH = 100 \times S \times \cos^2\alpha \qquad (10.5)$$

Ou

$$DH = 100 \times S \times sen^2 Z \qquad (10.6)$$

<u>IMPORTANTE:</u>

Por intermédio da fórmula (10.5), calcula-se a distância horizontal (DH) utilizando-se do ângulo de inclinação da luneta (α). Já a formula (10.6) determina-se o valor da distância horizontal (DH) utilizando-se do ângulo zenital (*Z*)

10.1.3. - DISTÂNCIA VERTICAL

Observando a figura (10.3), definiu-se que a distância horizontal (DH) é dada pelas fórmulas (10.5) e (10.6). A distância vertical (DV) será deduzida pela fórmula (10.7) a seguir:

Do △OMN tem-se:

$$tg\alpha = \frac{DV}{DH} \Rightarrow DV = DH \times tg\alpha$$

A distância horizontal (DH) é dada pela fórmula (10.5). Substituindo:

$$DV = 100 \times S \times \cos^2 \alpha \times tg\alpha = 100 \times S \times \cos^2 \alpha \times \frac{sen\alpha}{\cos \alpha}$$

$$DV = 100 \times S \times sen\alpha \times \cos \alpha \qquad (10.7)$$

Mas, da trigonometria tem-se que $sen(a+b) = sena \times \cos b + senb \times \cos a$. Substituindo $a = b = \alpha$, conclui-se que $sen(2\alpha) = 2 \times sen\alpha \times \cos \alpha$.

Portando:

$$sen\alpha \times \cos \alpha = \frac{sen(2\alpha)}{2} \qquad (10.8)$$

Substituindo (10.8) em (10.7):

$$DV = 50 \times S \times sen(2\alpha) \qquad (10.9)$$

Sugerimos, seguindo o mesmo raciocínio deduzir a fórmula para o cálculo da DV com o ângulo Zenital (Z), com o resultado final indicado na fórmula (10.10)

$$DV = 50 \times S \times sen(2Z) \qquad (10.10)$$

10.2 – DETERMINAÇÃO DA COTA DE UM PONTO

Verificando a figura 10.3 pode-se relacionar a cota do ponto P com a cota do ponto Q pela fórmula (10.11):

$$Cota_Q = Cota_P + AI + DV - LM \qquad (10.11)$$

O valor da AI (altura do aparelho ou instrumento) é a distância vertical entre o ponto P e o ponto O. Na prática esse valor pode ser obtido de três formas diferentes:

- Pode ser medido com uma pequena trena de bolso;
- Pode ser obtido com a própria mira, colocando-a apoiada sobre a estaca do ponto P e procurando verticalizá-la o mais possível;
- Ou ainda com certos taqueômetros que possuem uma barra cilíndrica no lugar do fio de prumo; esta barra, quando abaixada até encostar na estaca P, permite a leitura da altura do aparelho (AI).

Segundo (BORGES, A.C., 1977) as cotas obtidas através de taqueometria constituem o chamado nivelamento trigonométrico, que é menos preciso do que o nivelamento geométrico, porém mais rápido, principalmente nos levantamento por irradiação.

10.3 – EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1

Calcular as cotas dos pontos indicados na tabela 10.1.

Estaca	Ponto Visado	Leitura do Círc. Hor.	Leituras de mira			Ângulo Zenital (Z)	DH	DV	Cota
			LI	LM	LS				
A/1,52									100,000
	1	32° 12’	1,000	1,242	1,484	86° 00’	48,16	+6,74	107,02
	2	46° 53’	0,600	1,111	1,623	97° 12’	100,69	-12,72	87,69
	3	115° 14’	1,200	1,635	2,070	91° 14’	86,98	-1,87	98,02
	4	86° 30’	1,278	1,500	1,722	79° 38’	43,68	+7,86	107,88
	5	145° 24’	1,715	2,000	2,285	82° 56’	56,07	+6,96	106,48
	6	120° 08’	1,000	1,142	1,284	93° 53’	28,33	-1,92	98,46
	7	208° 33’	1,260	1,630	2,000	98° 21’	73,22	-10,92	88,97
	8	275° 10’	1,805	2,002	2,200	105° 14’	38,11	-10,01	89,51
	9	304° 58’	1,000	1,333	1,665	81° 10’	65,71	+10,09	110,28
	10	320° 45’	0,800	1,040	1,280	86° 44’	47,92	+2,73	103,21

Tabela 10.1 - Dados de Campo de um Levantamento Taqueométrico.

(Adaptado - BORGES, A. C. -Topografia - 1977)

Notas:

1 - O Taqueômetro possui as constante multiplicativa $\frac{f}{a'b'}$ = 100 e a constante aditiva $C = c + f$ =0,00.

2 - O valor 1,52 m é a altura do aparelho (AI).

3 - O Taqueômetro foi estacionado na estaca A e irradiou visadas para dez pontos (de 1 a 10).

serão calculadas somando-se algebricamente a cota fornecida às DN calculadas para os pontos de vante a partir da mesma estação.

RESOLUÇÃO:

Será realizado apenas para as linha A-1 e fornecer os resultados para os demais pontos.

Observando a tabela, o ângulo vertical é zenital (Z), portanto utilizar-se-á a fórmula 10.6 para o cálculo da DH e a fórmula 10.10 para o cálculo da DV.

$$DH = 100 \times S \times sen^2 Z$$

$$DH = 100 \times (1{,}484 - 1{,}000) \times sen^2 (84^o 00') = 48{,}16 \text{ m}$$

$$DV = 50 \times S \times sen(2Z)$$

$$DV = 50 \times (1{,}484 - 1{,}000) \times sen(2 \times 84^o 00') = +6{,}74 \text{ m}$$

Observação:

O sinal, positivo ou negativo de DV, depende do valor do ângulo zenital (Z) ou do sinal do ângulo α, conforme definido na tabela 10.2

	ÂNGULO VERTICAL (α)		ÂNGULO VERTICAL ZENITAL (Z)	
	+ (POSITIVO)	– (NEGATIVO)	< 90° 00' 00"	> 90° 00' 00"
DH	+ (POSITIVO)	+ (POSITIVO)	+ (POSITIVO)	+ (POSITIVO)
DV	+ (POSITIVO)	– (NEGATIVO)	+ (POSITIVO)	– (NEGATIVO)

Tabela 10.2 – Sinais das Distâncias Horizontais e Verticais e função do ângulo vertical.

$$Cota_1 = Cota_A + AI + DV - LM$$

$$Cota_1 = 100{,}000 + 1{,}520 + 6{,}740 - 1{,}242 = 107{,}018 \text{ m}$$

EXERCÍCIO 2

Com os elementos dados na planilha abaixo, calcule as distâncias horizontais, diferenças de nível e cotas dos pontos.

A cota do ponto A = 50,00m e Ai = 1,75m.

Estaca	Ponto Visado	Leitura do Círc. Hor.	Leituras de mira			Ângulo Zenital (Z)	DH	DV	Cota
			LI	LM	LS				
A/1,75									50,000
	1		1,100	1,745	2,390	97° 47'			
	2		1,000	1,740	2,480	101° 25'			
	3		0,700	1,615	2,530	81° 27'			
	4		1,000	1,805	2,610	84° 23'			

EXERCÍCIO 3

Supondo-se que a cota de um ponto M = 12,72m e a de um ponto P = 33,92m. Estando o instrumento instalado em M; Ai = 1,47m, FM = 1,780m e DH_{MP} = 88,15m. Calcule o valor do ângulo zenital.

CAPÍTULO 11

CURVAS DE NÍVEL

11 – CURVAS DE NÍVEL

11.1 – GENERALIDADES

Curva de nível é uma linha que liga pontos na superfície do terreno de mesma cota (altitude). Esta linha é dada pela intersecção de planos horizontais com a superfície do terreno, sendo uma forma de representação gráfica de extrema importância.

Portanto, as curvas de nível, no sistema que estamos estudando, são dadas pela projeção sobre um plano de referência adotado (para cotas) ou plano Datum (para altitudes) das interseções de superfície física considerada, com planos horizontais eqüidistantes entre si.

Enquanto a planimetria possui uma forma de representação gráfica perfeita, que é a planta (projetada num plano horizontal de referência), onde os ângulos, aparecem com sua verdadeira abertura e as distância exatas, naturalmente reduzidas pela escala do desenho, na altimetria só conta com a representação gráfica em perfil. Mas o perfil só representa a altimetria de uma linha (seja reta, curva ou quebrada) e não de uma área. Então, a visão geral fica altamente prejudicada, pois precisaríamos de um número imenso de perfis do mesmo terreno em posições e direções diferentes, para termos uma visão panorâmica e nunca poderíamos visualizá-los todos ao mesmo tempo.

A projeção das várias interseções sobre o plano horizontal de referência (plano topográfico), vão nos dar aproximadamente a forma do relevo na área levantada. A esta plano topográfico com estas curvas desenhadas em escala reduzida é que damos o nome de planta topográfica planialtimétrica.

A interpretação do terreno, representado por curvas de nível na planta, é feita pelas distâncias horizontais que separam as curvas de nível. Curvas de nível muito afastadas umas das outras indicam que a topografia do terreno é suave; se estiverem muito próximas, trata-se de topografia acidentada e, portanto, de terreno fortemente inclinado. Sendo assim, o maior declive de um terreno ocorre no local em que aparece a menor distância horizontal entre duas curvas de nível.

11.2 – CONDIÇÕES QUE AS CURVAS DE NÍVEL DEVEM REUNIR:

Para completar o tema, temos de dizer que as curvas de nível podem adotar as mais diversas formas, consoante a configuração do terreno, mas todas elas têm de ter determinadas condições, que, a seguir, vamos enumerar e que temos de ter em conta quando vamos desenhar o plano:

- **Toda curva de nível devem ser cheias (linha contínua) e ser fechada (figura 11.1);**

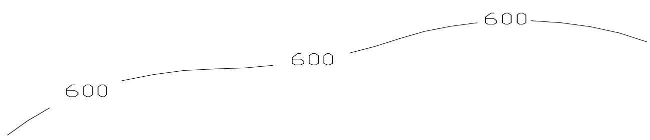


Figura 11.1 - Representação de um trecho de uma curva de nível.

- **Duas curvas de nível de cotas diferentes não podem cortar-se, porque disto resultaria um único ponto com duas cotas diferentes, o que é um absurdo. (figura 11.2).**

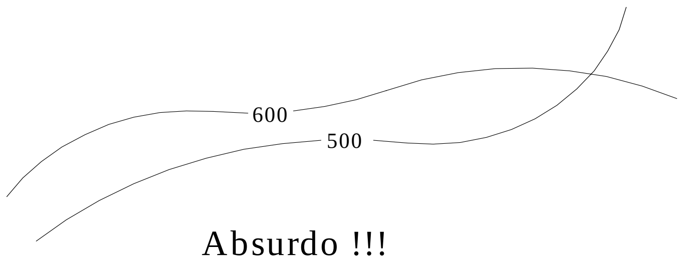


Figura 11.2 - Cota 500 e 600 para um mesmo ponto.

- **Duas curvas de nível não podem se encontrar e continuarem numa só, porque teríamos duas curvas de nível superposta e para isto acontecer deveríamos ter um plano vertical. Vemo-nos então perante uma escarpa. Quando o terreno é de rocha viva, chama-se escarpado. Neste caso as várias curvas podem chegar a ser tangentes (figura 11.3).**

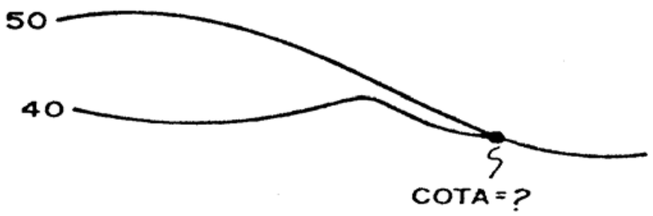
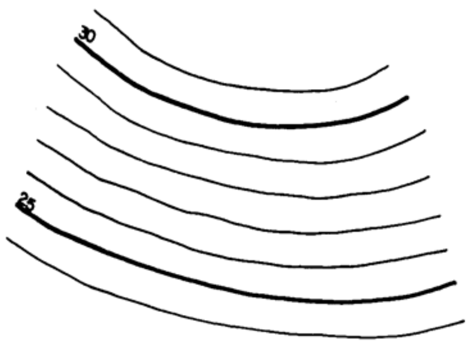


Figura 11.3 - (Adaptado de Apostila de Topografia - E.E. Lins.)

- **Representar as curvas múltipla de 5 ou de 10 metros com traços mais fortes, assinalando o valor das cotas somente nestas curvas (somente curvas de cotas inteiras). (figuras 11.4a e figura 11.4b)**



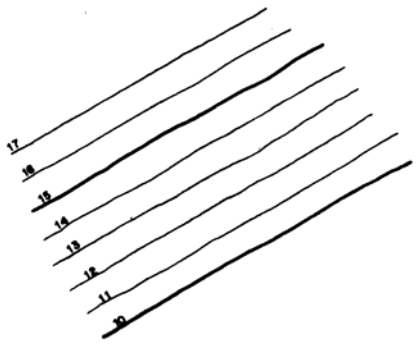


Figura 11.4a

Representa um terreno em curva, porém com

Inclinação uniforme e intervalo = 1 metro

Figura 11.4b

Representa um terreno em plano

uniformemente inclinado

(Adaptado de Alberto de Campos Borges - vol 2 - 1.992.)

- **Quando não é possível fechar-se o desenho de certa curva de nível dentro da planta por causa das dimensões do papel, deve-se anotar o valor de sua cota em ambas as extremidades da curva. Caso ela se feche dentro dos limites do papel (margem), então anota-se o valor de sua cota sobre a própria linha (figura 11.5).**

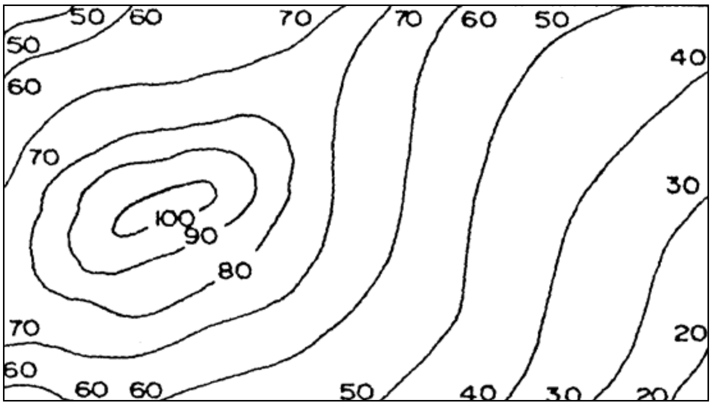


Figura 11.5 - (Adaptado de Apostila de Topografia - E.E. Lins.)

- **Quando uma curva de nível atravessa uma região do levantamento em que não pode ser determinada (leito do rio, edificações, etc.), pode nessa travessia, deixar de ser traçada ou ser figurada por linha interrompida.**
- **Pela figura 11.6 vemos que trata-se de um vale. O que é impossível é fundo do vale coincidir com a cota 37 em toda sua extensão, ou seja, tratar-se de um vale cujo fundo ("talveg") é horizontal para esquerda e para a direita. Não existe terreno com esta forma, mesmo porque, se fosse o caso, as águas da chuva ficariam retidas e formaria um lago no local.**

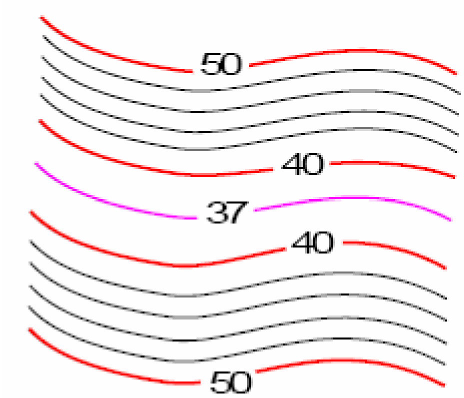


Figura 11.6 - (Adaptado de Baitelli / Weschenfelder)

- **Uma curva de nível não pode bifurcar-se.**

- **Se por um ponto da curva de nível traçarmos uma perpendicular à tangente a esse ponto, essa perpendicular representará até chegar a outra curva de nível a linha de maior inclinação do terreno (figura 11.7)**

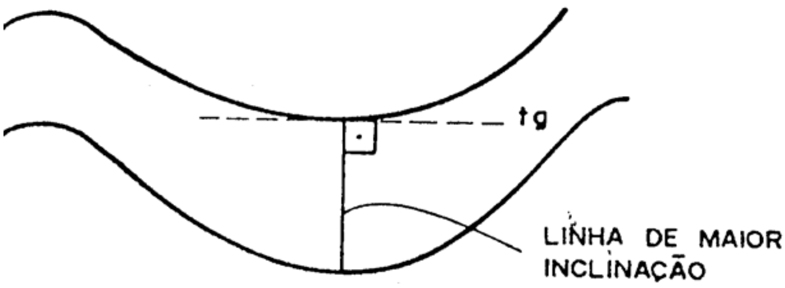


Figura 11.7. – Linha de Maior Inclinação.

- **As curvas de nível nunca se interrompem bruscamente (figura 11.8)**

Nenhuma curva de nível pode desaparecer ou aparecer repentinamente. Na figura, o terreno na secção AB terá que passar da cota 33 para a 35 sem passar pela cota 34.

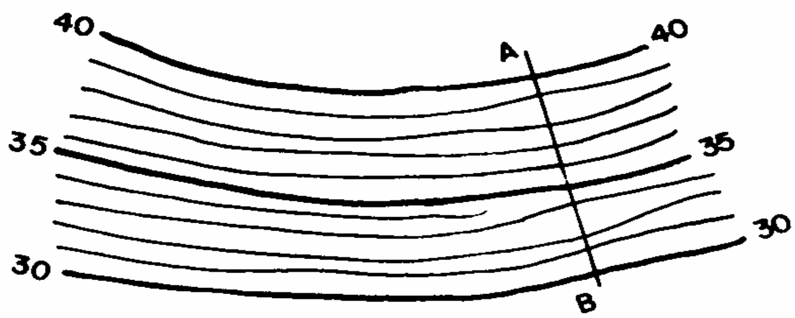


Figura 11.8. – Interrupção brusca.

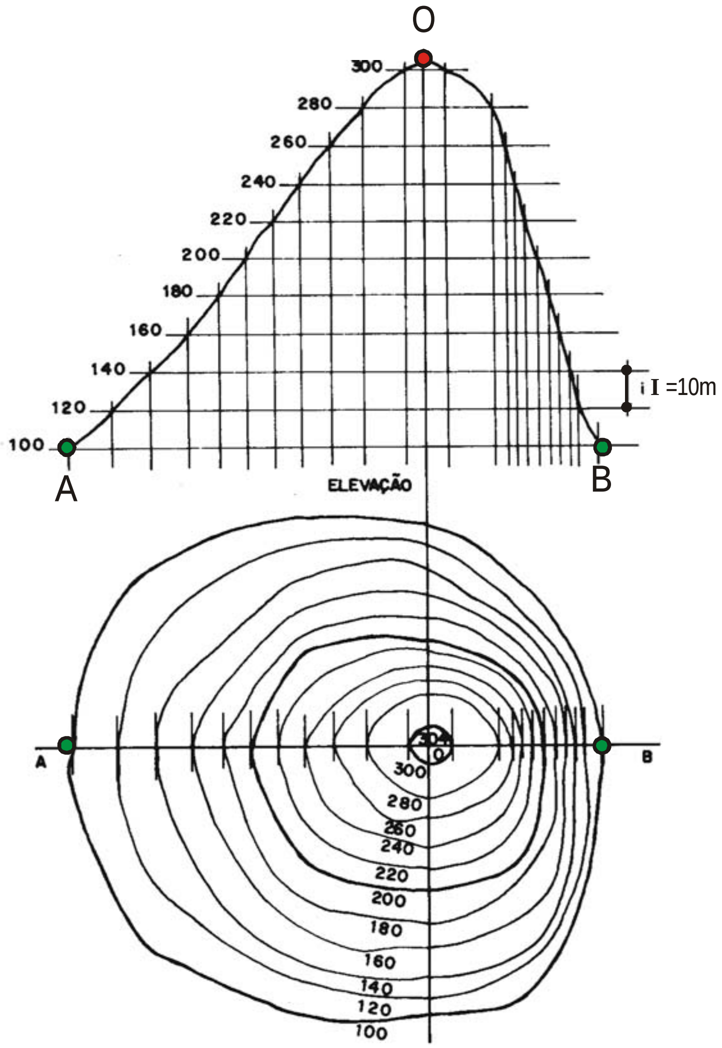
11.3 – PRINCIPAIS ACIDENTES DO TERRENO E SUA REPRESENTAÇÃO

11.3.1. – MORRO, COLINA OU ELEVAÇÃO

É uma pequena elevação do terreno de forma aproximadamente cônica e redonda na parte superior.

As superfícies laterais da colina ou de qualquer outra elevação do terreno recebem o nome de *ladeiras ou vertentes*. Se estas ladeiras ou vertentes são quase verticais, recebem o nome de *escarpa.*

Na figura 11.9, apenas observando a planta, podemos dizer que a encosta **OB** à direita é mais íngreme do que a encosta **OA** à esquerda, porque suas curvas de nível estão mais próximas umas das outras.



PLANTA

Figura 11.9. - Representação de uma colina.

(Adaptado de Alberto de Campos Borges - vol 2 - 1.992.)

11.3.2. – COVA, DEPRESSÃO OU BACIA

Ao contrário da colina, cova representa uma depressão do terreno em relação ao que o rodeia.

Se a queremos representar de um modo análogo ao que fizemos com a colina, vemos que a sua representação é análoga à da colina, com a diferença de que neste caso as curvas de maior altitude envolvem as de menos altitude. A sua representação é feita com linhas tracejadas, para que, sem ter de se observar as altitudes das mesmas, não confundir uma colina com uma cova.

Quando existe água na cova permanentemente e ocupa uma grande extensão de terreno, recebe o nome de *lago*. Quando a extensão de terreno ocupado é pequena, então são *lagoas ou charcos*. (figura 11.10)

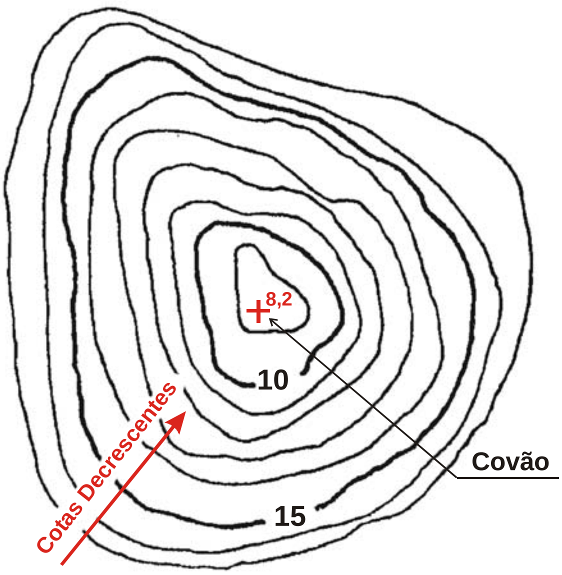


Figura 11.10 - Representação de uma bacia.
(Adaptado de Apostila de Topografia - E.E. Lins.)

11.3.3. - VALE

Se cortarmos uma bacia por um plano perpendicular ao da figura e considerarmos qualquer das duas partes em que a dividimos, teremos a representação de um vale do terreno.

Nestas, assim como nas bacias, as curvas de nível de maior altitude tendem a envolver as altitudes menores.

É evidente que a união de dois vales forma uma bacia.

Devemos sempre ter em mente que um vale é uma superfície côncava (figura 11.11).

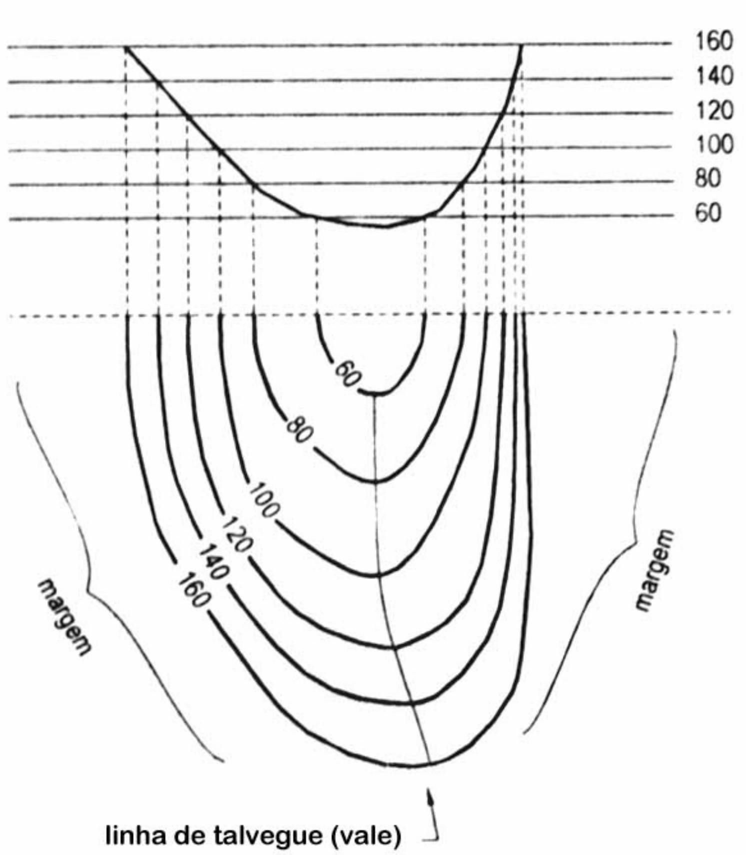


Figura 11.11 - Representação de um vale.
(Adaptado de Antônio Pestana – Elementos de topografia V1.20 - 2006.)

11.2.4. – DIVISOR DE ÁGUA OU LINHA DE CUMEADA

Se cortarmos uma colina por um plano perpendicular, vamos obter a representação de um espigão do terreno.

Nestes, como nas colinas, as curvas de nível de menor altitude tendem a envolver as maiores. É evidente que a união de dois espigões nos dará uma colina.

A linha resultante da união dos pontos de maior curvatura de um espigão recebe o nome de linha de cumeada. Linha de cumiada é o lugar geométrico dos pontos de altitudes mais altas, materializa a linha divisora das águas que se dirigem a ambas as vertentes ou ladeiras (figura 11.12).

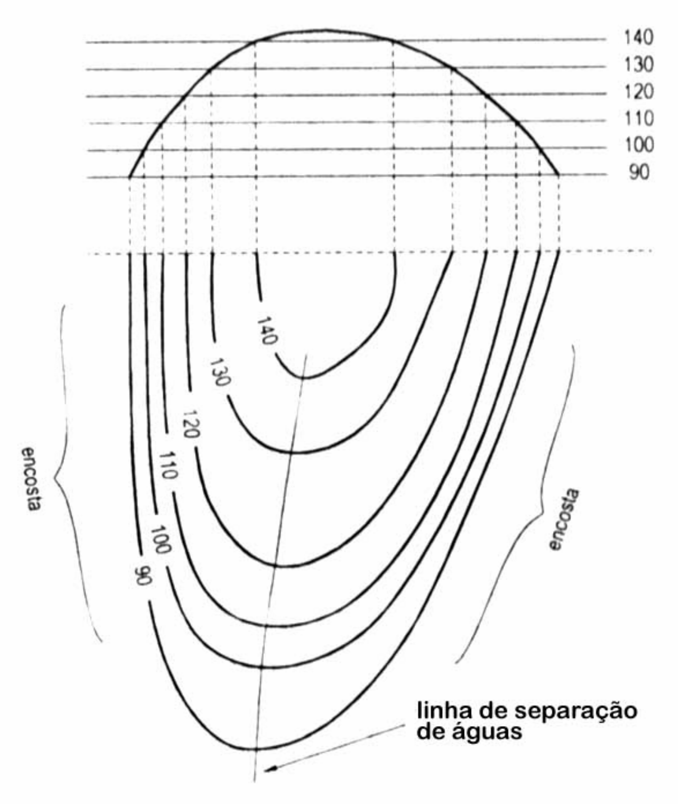


Figura 11.12 - Representação de um espigão ou linha de cumeada.
(Adaptado de Antônio Pestana – Elementos de topografia V1.20 - 2006.)

Na figura 11.13, mesmo considerando-se o intervalo de 10m, aparecem muitas curvas de nível, onde pode-se ver a direita da figura o nascimento de um vale. As setas indicam as convergências das águas de chuvas superficiais ou de lençóis freáticos. A grosso modo, pode-se afirmar que todo terreno tem esta forma, menos ou mais acentuada. Conclui-se que:

- O intervalo entre as curvas de nível é a diferença de altitude entre duas curvas consecutivas.
- O intervalo entre as curvas de nível deve ser constante na mesma representação gráfica.
- As águas de chuva correm perpendicularmente às curvas de nível, porque esta direção é a de maior declividade.
- Divisor de águas de chuva: O vértice do "V" aponta para as cotas maiores.

- Coletor de águas de chuva: O vértice do "V" aponta para as cotas menores.

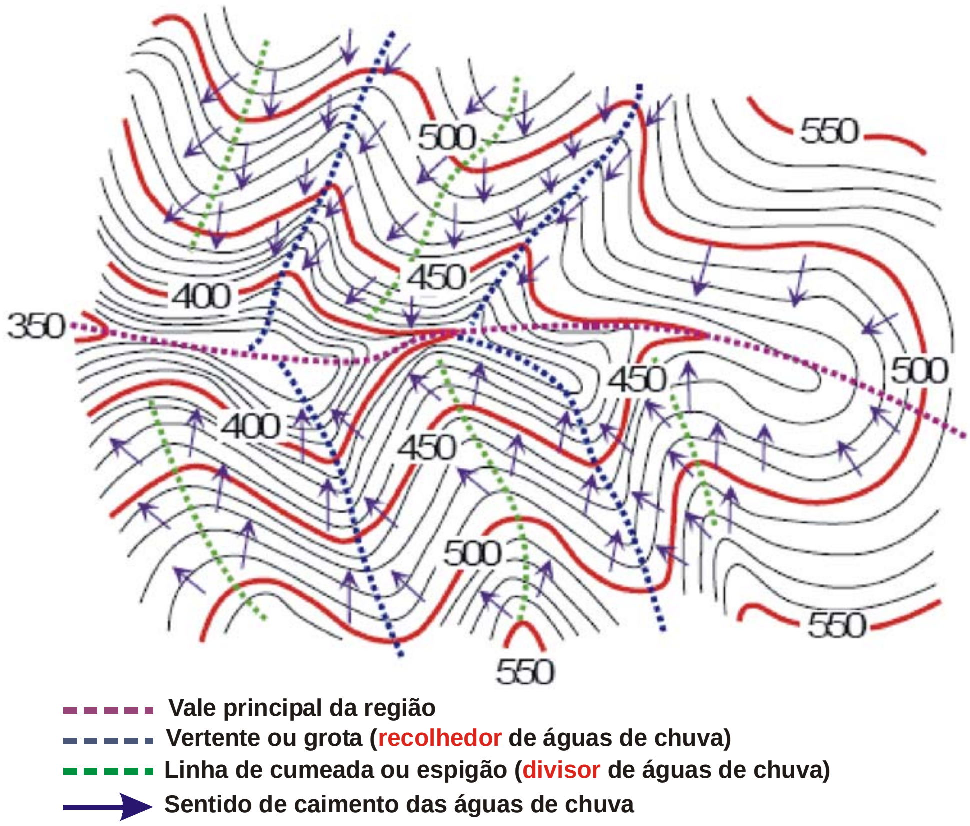


Figura 11.13 - Representação de um espigão ou linha de cumeada.

11.4 – INCLINAÇÃO DO TERRENO, DECLIVIDADE OU INTERVALO

Todas estas três variáveis medem o grau de declividade de um talude, rampa ou plano qualquer.

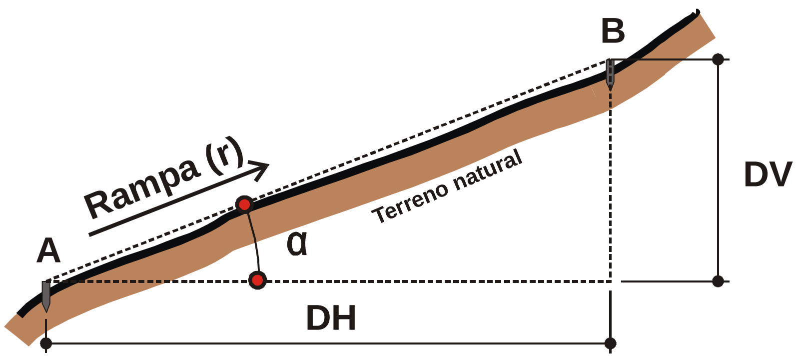


Figura 11.14 – Inclinação do terreno

- **A inclinação é dada em graus**: É o ângulo que a inclinação do terreno forma com a horizontal. Exemplo: 20°

Observando a figura 11.14 pode-se afirmar que:

$$tg\hat{A} = tg\alpha = \frac{DV}{DH}$$

$$Inclinação \cdot (^o) = \hat{A} = \alpha = arctg\,\frac{DV}{DH}$$

- A declividade é dada em percentual;

$$Declividade \cdot (\%) = r = tg\alpha = \frac{DV}{DH}$$

- O intervalo em cm, m ou km

$$Intervalo = \frac{1}{Declividade} \text{ ou seja, } Intervalo = \frac{DH}{DV} = \frac{1}{r}$$

11.5 - PROBLEMAS BÁSICOS COM CURVAS DE NÍVEL

11.5.1 - LINHA DE MAIOR DECLIVE QUE PASSA POR UM PONTO

É a linha, de projeção horizontal reta, que tendo os seus extremos apoiados sobre curvas de nível consecutivas e passando pela projeção do ponto, tem o comprimento (DV) mínimo. A demonstração é imediata:

$$|r| = |\tan\alpha| = \frac{DV}{DH} \text{ , portanto } r_{\max} = DH_{\min}$$

11.5.2 - DETERMINAÇÃO DE UM PONTO SITUADO ENTRE DUAS CURVAS DE NÍVEL

11.5.2.1 - INTERPOLAÇÃO GRÁFICA

Na figura 11.15 têm-se os pontos de cotas conhecidas A e B, distantes entre si de 10 m.

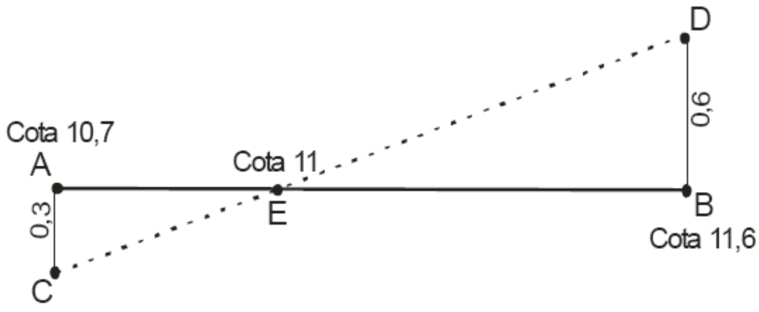


Figura 11.15 – Interpolação gráfica

Pelos pontos A e B foram traçadas duas retas paralelas, não necessariamente perpendiculares a AB.

Nelas foram marcadas as distâncias 0,3 e 0,6 em qualquer escala, contanto que iguais. São os valores para chegar de 10,7 a 11 (0,3) e de 11,6 a 11 (0,6). Obtemos os pontos C e D. Traçando a reta CD, ela cruza AB em E, que é justamente o ponto de cota 11 na reta AB.

11.5.2.2 – INTERPOLAÇÃO ANALÍTICA

Seja determinar a cota do ponto A, localizado entre as curva de nível 110 e 120.

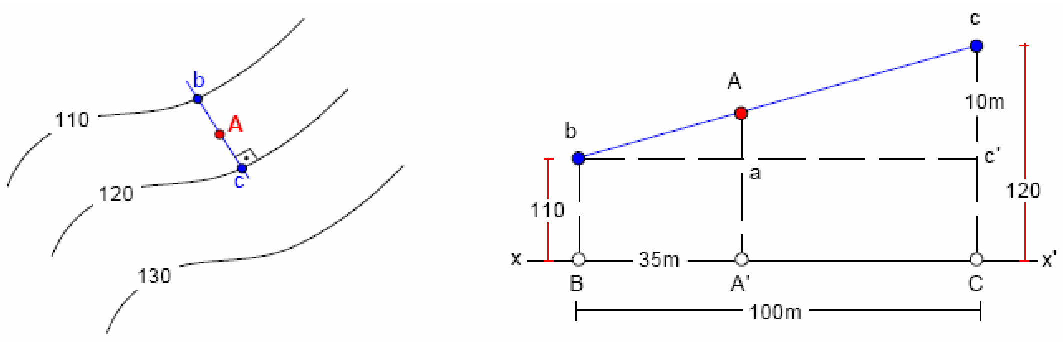


Figura 11.16 – Interpolação analítica

Traça-se a linha b-c passando por A e normal às curvas de nível.

Da figura 11.16 observa-se que: $AA' = Bb + Aa$

Os triângulos semelhantes fornecem a seguinte proporção:

$$\frac{Aa}{ba} = \frac{cc'}{bc'} \Rightarrow Aa = \frac{cc'}{bc'} \times ba$$

Mas:

$$Aa = \frac{CM - Cm}{DH} \times D_{Ab}$$

Onde:

AA' = Cota do ponto A (procurada)

Bb = Cota do ponto b.

CM = Cota Maior, no exemplo Cota c.

Cm = Cota Menor, no exemplo Cota b.

DH = Distância Horizontal entre os pontos “b” e “c”

D_{Ab} = Distância entre os pontos “A” e “b”, medido horizontalmente, ou seja, projetada no plano topográfico.

Logo:

$$Cota_A = Cm + \frac{CM - Cm}{DH} \times D_{Ab} \qquad (11.2)$$

11.5.3 - DETERMINAÇÃO DE UM PONTO QUE NÃO ESTÁ SITUADO ENTRE DUAS CURVAS DE NÍVEL

A cota é calculado por extrapolação sobre uma reta de maior declive que passa pelo ponto.

Sempre que possível, esta situação deve ser evitada.

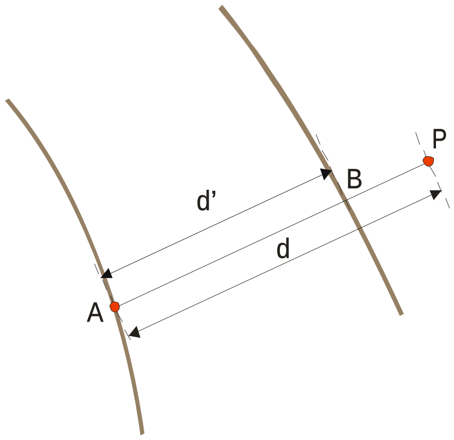


Figura 11.17 – Determinação da cota de um ponto por extrapolação

$$Cota_P = Cota_A + (Cota_B - Cota_A) \times \frac{d}{d'} \qquad (11.3)$$

$$Cota_P = Cota_B + (Cota_B - Cota_A) \times \frac{d-d'}{d'} \qquad (11.4)$$

11.5.4 – TRAÇAR LINHA COM DECLIVE CONSTANTE

No caso em que o alinhamento a traçar deva unir dois pontos dados, tais como o A e B (figura 11.18), o procedimento a seguir é o seguinte: unir A e B por meio de uma reta que vai cortar as curvas de nível entre os pontos b e d, etc.; traça-se a partir de A um segmento entre estas curvas e a curva seguinte que tenha o declive dado, procedendo como no caso anterior; de igual maneira traça-se a partir de b outro segmento na mesma zona, que vai cortar o anterior no ponto a, tendo a linha Aab e declive pedido.

O mesmo se faz ente as curvas sucessivas, até chegar ao ponto B, sendo o alinhamento pedido o AabcdeB.

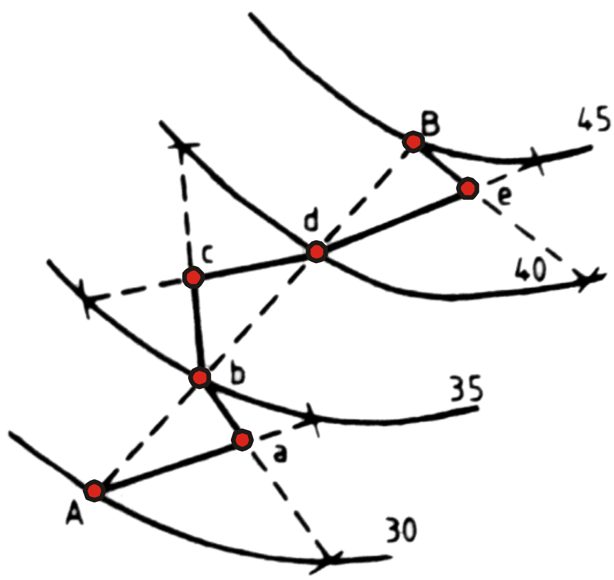


Figura 11.18 – Construção de um caminho de declive uniforme entre dois ponto dados

(Adaptado Doméneck, F. V. – Topografia – 1985)

11.5.5 – DELIMITAÇÃO DA BACIA HIDROGRÁFICA ASSOCIADA A UMA SEÇÃO DE UMA LINHA DE ÁGUA

Trata-se de delimitação de toda a região cujo escoamento superficial contribui par alimentar a linha de água desde a sua nascente até à seção considerada. O traçado manual deverá ter início no único ponto que, à partida, se sabe pertencer aos limites da bacia: a seção. A partir dela, e para uma e outra margem, vão sendo traçadas duas linhas de maior declive. Cada uma destas linhas subirá a respectiva margem, atravessará uma zona de tergo e irá inevitavelmente terminar um cume. A bacia será então delimitada pelas duas linhas assim traçadas e, eventualmente, por uma ou mais linhas de cumeada.

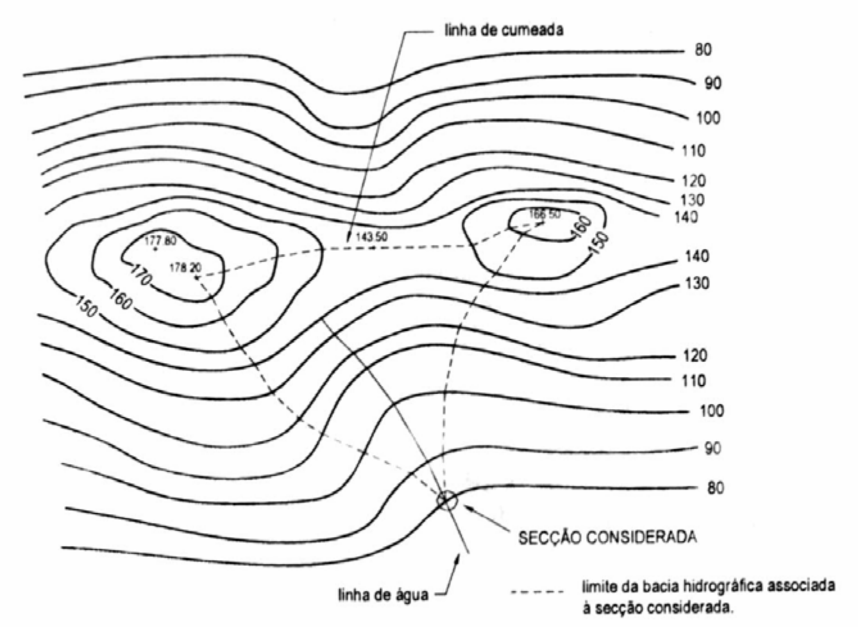


Figura 11.19 – Delimitação de uma Bacia Hidrográfica.

11.5.6 – ELABORAÇÃO DE UM PERFIL DO TERRENO

Em topografia, denomina-se perfil do terreno a linha de corte que se obtém pela interseção de uma superfície de geratriz vertical (muito frequentemente um plano vertical) com a superfície do terreno. A representação do perfil é habitualmente distorcida pela utilização de uma escala vertical maior do que a escala horizontal. Para além dos pontos inicial e final e dos pontos de interseção da linha de corte com as curvas de nível, deverão figurar no perfil os pontos de cota máxima e mínima locais.

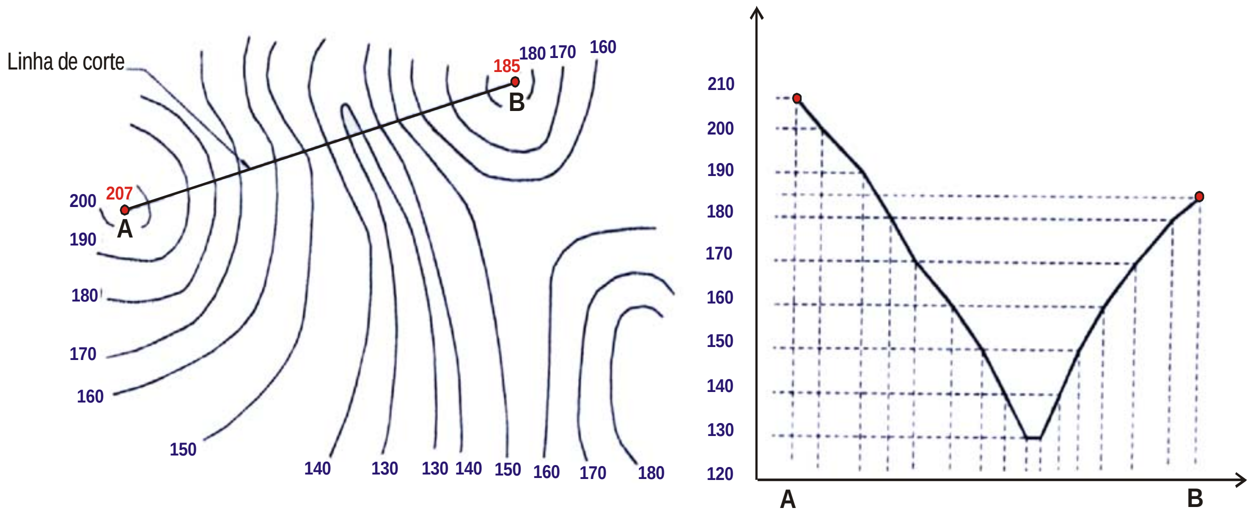


Figura 11.20 – Elaboração de perfil do terreno

CAPÍTULO 12

TERRAPLANAGEM

12 – TERRAPLANAGEM

12.1 – GENERALIDADES

Para um engenheiro civil ou um arquiteto, noções e conhecimentos de terraplanagens, são fundamentais para o a realização profissional. No dia a dia trabalhando com obras residenciais tem-se percebido que muitos profissionais, seja por não dominarem o assunto, seja por negligência, atribuem aos construtores[14] a responsabilidade pelas definições das cotas de apoios ou também conhecidas como cotas de projeto de uma residência, uma indústria, dentre outras.

Com um rápido estudo e aplicação, o profissional conseguirá colocar em prática o assunto que será estudado neste capítulo e propiciar aos seus clientes economia e segurança, fator importante para o sucesso e reconhecimento profissional.

Utilizando-se dos conhecimentos de nivelamento geométrico ou taqueométrico, o engenheiro ou arquiteto, escolherá o que for mais apropriado para cada situação. Não esquecendo que a escolha do método dependerá do tamanho da obra e do volume de terra a ser movimentado.

Segundo (CORRÊA, I.C.S, 2007) o método mais apropriado para o levantamento das curvas de nível do terrenos é o do nivelamento por quadriculação. A área a ser terraplenada deve ser locada e em seguida quadriculada. O lado dos

[14] Entende-se como construtor, o profissional que, durante toda sua vida aprendeu o oficio e executa com esmero as obras sem qualquer conhecimento técnico. O construtor é um prático.

quadrados tem seu comprimento estabelecido em função da extensão da área e da sinuosidade do terreno, considerando-se que as cotas a serem obtidas serão as dos vértices dos quadrados.

Os estaqueamentos para a quadriculação deverão ser o mais próximo possível de uma reta, acompanhando o perfil do terreno, para que os resultados a serem obtidos sejam o mais próximo da realidade. Em geral as quadrículas podem apresentar lados com comprimento de 10, 20, 30 ou 50 metros. Isto dependerá do relevo do terreno. Para terrenos localizados em áreas urbanas pode-se utilizar quadrados com lados de 5 ou 4 metros. Estabelecido o comprimento a ser adotado, este será padrão para toda a quadriculação.

Em terraplenagem, quatro situações podem ocorrer:

1. Estabelecimento de um plano horizontal final sem a imposição de uma cota final pré estabelecida. A este método, a cota obtida é a COTA MÉDIA (CM) com VOLUME DE CORTE (Vc) = VOLUME DE ATERRO (Va);
2. Estabelecimento de um plano horizontal final com a imposição de uma cota pré estabelecida. Dependendo da cota estabelecida pelo projeto, o terreno poderá ser objeto de CORTE ou ATERRO;
3. Estabelecimento de um plano inclinado sem a imposição da cota que este plano deverá apresentar. Semelhante ao Método do item 1 considerando que o VOLUME DE CORTE (Vc) = VOLUME DE ATERRO (Va);
4. Estabelecimento de um plano inclinado impondo uma determinada cota a este, através da escolha da cota de um determinado ponto. Para este caso deve-se analisar a situação real em função do projeto proposto.

12.2 - DETERMINAÇÃO DA COTA MÉDIA - MÉTODO DAS SEÇÕES E MÉTODO DOS PESOS

O Método dos Pesos, também conhecido como método da cota média, pode ser determinada de uma forma mais rápida e prática. Tal método é utilizado apenas para o cálculo da COTA MÉDIA, ou seja a cota para o qual o Volume de Corte (Vc) é igual ao Volume de Aterro (Va).

Trata-se de um método em que se efetua uma média ponderada das cotas dos vértices levantados no terreno original.

Para o cálculo dos referidos volumes (Vc ou Va) serão necessários executá-los utilizando-se o MÉTODO DAS SEÇÕES.

Para um melhor entendimento será desenvolvido um exemplo numérico onde será explicada cada etapa para a dedução do método dos pesos, considerando cada situação descrita acima.

Exemplo:

Seja o levantamento planialtimétrico representado pela figura 12.1., calcular a cota média pelo Método das Seções e Método dos Pesos.

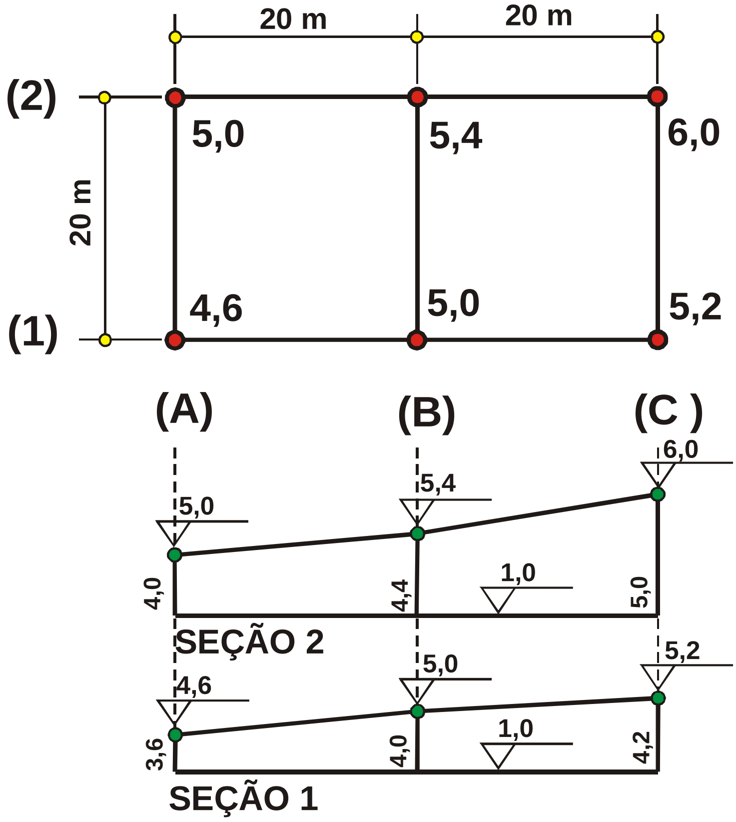


Figura 12.1 - Terraplanagem

12.2.1. - MÉTODO DAS SEÇÕES

1 - Cálculos das áreas das seções acima da cota 1,00 m[15]:

$$S_1 = [3,6 + 2\times(4,0) + 4,2]\times\frac{20}{2} = 158,0 \cdot m^2$$

[15] Pode-se calcular o volume acima de qualquer cota pré-estabelecida.

$$S_2 = [4,0 + 2 \times (4,4) + 5,0] \times \frac{20}{2} = 178,0 \cdot m^2$$

2 – Cálculo do volume acima do cota 1,00 m:

$$V = [158,0 + 178,0] \times \frac{20}{2} = 3360,0 \cdot m^3$$

3 – Cálculo da Altura Média e Cota Média:

<u>*Altura média:*</u>

$$Alt_{média} = \frac{V}{Área} = \frac{3360,0m^3}{800,0m^2} = 4,2 \cdot m$$

<u>*Cota Média:*</u>

$$Cota_{média} = Cota_{Apoio} + \frac{V}{Área} = 1,0 + \frac{3360,0m^3}{800,0m^2} = 5,2 \cdot m$$

Portanto, não faça confusão. A Altura média é a distância vertical medida da Cota de Apoio do projeto (cálculos) até a Cota Média. Cota Média pode ser considerada a distância vertical medida a partir da RN = 0,00 m.

<u>12.2.2. – MÉTODO DOS PESOS</u>

Desenvolvendo os cálculos considerando a Cota de Apoio coincidente com o RN.

Para demonstrar a validade para o Método dos Pesos, os cálculos serão executados em função de distâncias X e Y.

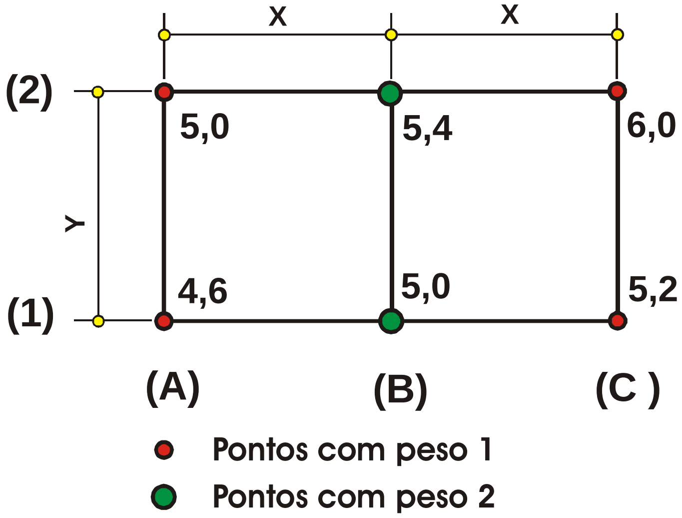


Figura 12.2 – Método dos Pesos

1 – Cálculos das áreas das seções (analiticamente) a partir do RN = 0,00 m:

$$S_1 = [C_{A1} + 2 \times (C_{B1}) + C_{C1}] \times \frac{X}{2} \quad \text{e} \quad S_2 = [C_{A2} + 2 \times (C_{B2}) + C_{C2}] \times \frac{X}{2}$$

Onde:

$C_{A1}, C_{B1}, C_{C1}, C_{A2}, ..., C_{C2} =$ Cota dos vértices

X = Distância (na figura 12.1 a distância é de 20,0 m)

Y = Espaçamento das seções (na figura 12.1 a distância é de 20,0 m)

2 – Cálculo do Volume a partir do RN = 0,00 m:

$$V = \frac{(S_1 + S_2)}{2} \times Y \qquad (12.1)$$

3 – Cálculo da Cota Média:

Como considerou-se a Cota de Apoio = CotaRN = 0,00 m, pode-se afirmar que:

$$Cota_{média} = Cota_{Apoio} + \frac{V}{Área}$$

Mas: $Cota_{Apoio} = 0,00$ m. Pode-se concluir que: $Cota_{média} = \dfrac{V}{Área}$ (12.2)

Substituindo (12.1) em (12.2):

$$Cota_{média} = \frac{(S_1 + S_2)}{2} \times Y \times \frac{1}{Área}$$

$$Cota_{média} = \frac{[(C_{A1} + 2 \times (C_{B1}) + C_{C1}) + (C_{A2} + 2 \times (C_{B2}) + C_{C2})}{2} \times \frac{X}{2} \times Y \times \frac{1}{Área}$$

Mas, $Área = 2X \cdot Y = 2XY$, onde:

O número “2” no exemplo representa que tem-se 2 retângulos. Substituindo, genericamente por “n”, pode-se escrever:

$$Cota_{média} = \frac{[C_{A1} + C_{A2} + 2 \times (C_{B1} + C_{B2}) + C_{C1} + C_{C2})]}{2 \times 2} \times \frac{XY}{2XY}$$

$$Cota_{média} = \frac{[C_{A1} + C_{A2} + 2 \times (C_{B1} + C_{B2}) + C_{C1} + C_{C2})]}{4 \cdot n}$$

Observar que as cotas dos pontos A1, A2, C1 e C2 são utilizados apenas uma vez nos cálculos. Já as cotas dos pontos B1 e B2 são utilizados duas vezes.

Genericamente pode-se escrever:

$$Cota_{média} = \frac{\sum P1 + \sum P2 + \sum P3 + \sum P4}{4 \times n} \qquad (12.3)$$

Onde:

$\sum P1$ = Somatória das cotas que são utilizadas nos cálculos apenas uma (1) vez;

$\sum P2$ = Somatória das cotas que são utilizadas nos cálculos duas (2) vezes multiplicada por 2;

$\sum P3$ = Somatória das cotas que são utilizadas nos cálculos três (3) vezes multiplicada por 3;

$\sum P4$ = Somatória das cotas que são utilizadas nos cálculos quatro (4) vezes multiplicada por 4;

n = Número de retângulos (ou quadrados) semelhantes.

Desenvolvendo para o exemplo:

			n =	2
	PESO 1	PESO 2	PESO 3	PESO 4
	5,0	5,4		
	6,0	5,0		
	4,6			
	5,2			
	20,8	10,4	0,0	0,0
	x1	x2	x3	x4
Σ	20,8	20,8	0,0	0,0

$$Cota_{média} = \frac{20,8 + 20,8 + 0,0 + 0,0}{4 \times 2} = 5,2 \text{ m}$$

Exemplificando

Figura 12.3.a

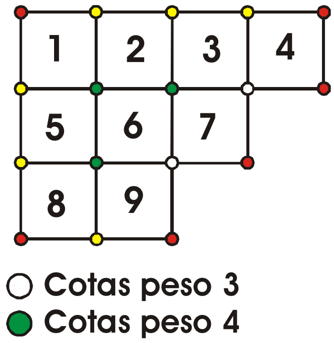


Figura 12.3.b

OBSERVAR QUE:

Os vértices em VERMELHO (A1; A4; D4 e D1) da figura 12.3.a pertencem apenas aos quadrados (1), (3), (7) e (9). Já na figura 12.3.b, os vértices em VERMELHO (A1; A4; E4; E3; D2; C1), pertencem apenas aos quadrados (1), (4), (7), (8) e (9).

Os vértices em AMARELO (B1; C1; A2; D2; A3; D3; B4 e C4) da figura 12.3.a. pertencem a dois (2) quadrados. Na figura 12.3.b, os vértices em AMARELO (B1; A2; A3; B4; C4 e D4) também pertencem a dois (2) quadrados.

Os vértices em BRANCO (C2 e D3) da figura 12.3.b. Na figura 12.3.b, pertencem a três (3) quadrados.

Os vértices em VERDE (B2; C2; B3 e C3) da figura 12.3.a. pertencem a quatro (4) quadrados. Na figura 12.3.b, os vértices em VERDE (B2; B3 e C3) também pertencem a quatro (4) quadrados.

12.3 – PROJETO ELUCIDATIVO DAS DIVERSAS SITUAÇÕES EM TERRAPLENAGEM

Para o levantamento apresentado na figura 12.4., desenvolver os cálculos para cada situação prevista nos itens a seguir.

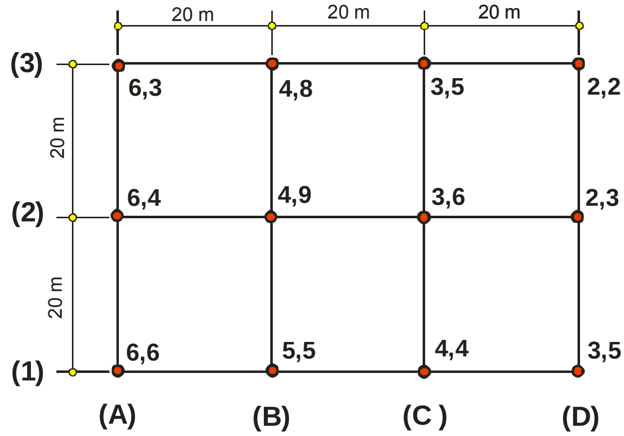


Figura 12.4 - Terraplanagem

12.3.1. – PLANO HORIZONAL SEM IMPOR UMA COTA FINAL

Para elucidar a metodologia aplicada na terraplenagem, em relação às quatro situações citadas acima, vamos utilizar um mesmo modelo de terreno estaqueado de 20 em 20 metros, em forma de um retângulo com dimensões de 40m x 60m, e cujos vértices tiveram suas cotas determinadas por nivelamento geométrico com precisão decimétrica[16].

Cálculos:

1) Cálculo da cota média pelo Método dos Pesos.

Desenvolvendo os cálculos considerando a Cota de Apoio coincidente com o RN = 0,00 m e aplicando o Método dos Pesos para o cálculo da Cota Média.

Verificando a figura 12.4 conclui-se que os vértices A3; D3; D1 e A1 apresentam PESO 1. Os vértices B3; C3; D2; C1; B1 e A2 apresentam PESO 2. No exemplo não existe vértices com PESO 3. Já os vértices B2 e C2 apresentam PESO 4.

O quadro abaixo apresenta os cálculos:

			n =	6
	PESO 1	**PESO 2**	**PESO 3**	**PESO 4**
	6,3	4,8		4,9
	2,2	3,5		3,6
	3,5	2,5		
	6,6	4,4		
		5,5		
		6,4		
	18,6	27,1	0,0	8,5
	x1	x2	x3	x4
Σ	**18,6**	**54,2**	**0,0**	**34,0**

$$Cota_{média} = \frac{18,6 + 54,2 + 0,0 + 34,0}{4 \times 6} = 4,45 \text{ m}$$

[16] Este modelo não está de acordo com a realidade prática, pois para uma área destas dimensões o quadriculado deveria ser no máximo de 10 metros e as cotas com precisão de centímetros. Para não alongar os cálculos é que foi escolhido o lado de 20 m e as cotas com precisão de decímetros ou milímetros.

2) Cálculo de "X" e "Y" correspondentes aos pontos de locação da Curva de Passagem de Corte para Aterro (Cota$_{\text{média}}$.).

<u>Seção 1:</u>

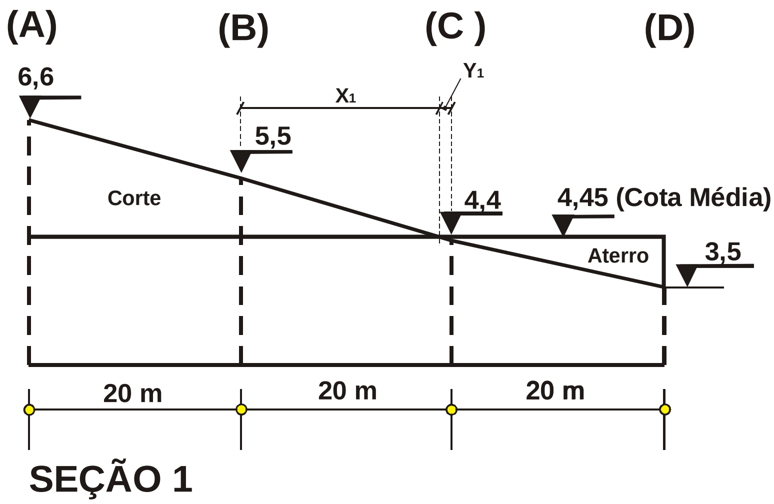


Figura 12.4.a. – Cálculo dos pontos de locação da curva.

$$X = (Cota_{Superior} - Cota_{média}) \times \frac{DH}{(Cota_{Superior} - Cota_{\inf erior})} \tag{12.4}$$

$$X + Y = DH \tag{12.5}$$

Onde:

$X \; e \; Y =$ Distância até a interseção.

$(Cota_{Superior} - Cota_{média}) =$ Diferença de Nível entre a Cota Superior e a Cota Média.

$(Cota_{Superior} - Cota_{\inf erior}) =$ Diferença de Nível entre os extremos.

$DH =$ Distância Horizontal.

Portanto:

$$X_1 = (5,5 - 4,45) \times \frac{20,00}{(5,5 - 4,4)} = 19,091 \text{ m}$$

$$Y_1 = 20,000 - 19,091 = 0,909 \text{ m}$$

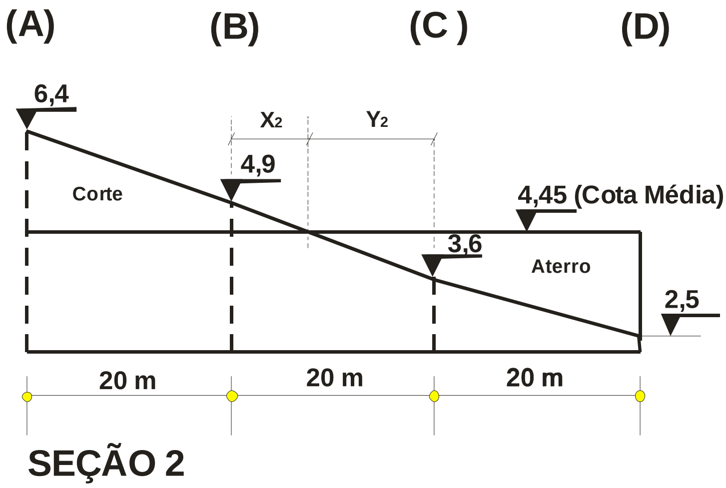


Figura 12.4.b. – Cálculo dos pontos de locação da curva.

$$X_2 = (4,9 - 4,45) \times \frac{20,00}{(4,9 - 3,6)} = 6,923 \text{ m}$$

$$Y_2 = 20,000 - 6,923 = 13,077 \text{ m}$$

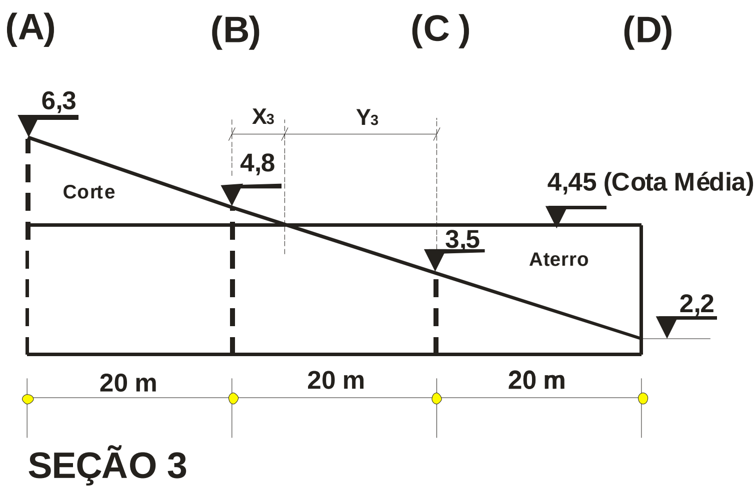


Figura 12.4.c. – Cálculo dos pontos de locação da curva.

$$X_3 = (4,8 - 4,45) \times \frac{20,00}{(4,8 - 3,5)} = 5,385 \text{ m}$$

$$Y_3 = 20,000 - 5,385 = 14,615 \text{ m}$$

3) Traçado da curva de nível de passagem de Corte para Aterro (Cota$_{\text{média}}$.).

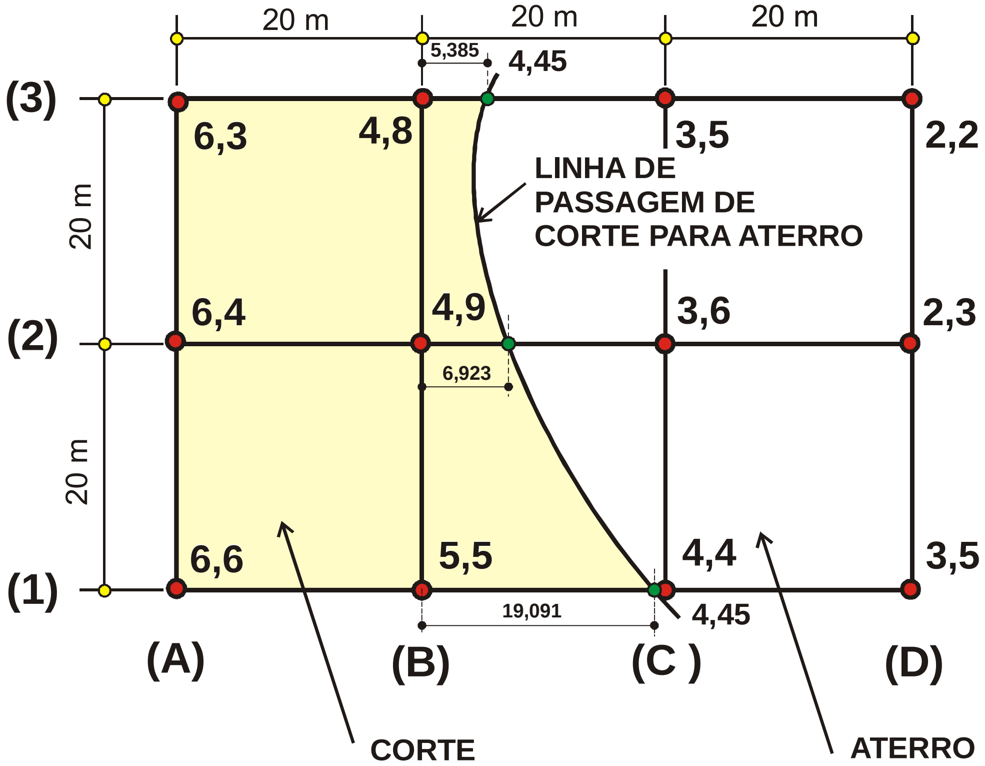


Figura 12.4.d. – Desenho da curva de nível de passagem de corte para aterro.

4) Cálculo das áreas das seções

4.1) Seção 1:

$$S_{1_C} = [(6,6-4,45)+(5,5-4,45)]\times\frac{20}{2}+[(5,5-4,45)\times 19,091]\times\frac{1}{2} = 42,02\cdot m^2$$

$$S_{1_A} = [(4,45-4,4)\times 0,909]\times\frac{1}{2}+[(4,45-4,4)+(4,45-3,5)]\times\frac{20}{2} = 10,02\cdot m^2$$

4.2) Seção 2:

$$S_{2_C} = [(6,4-4,45)+(4,9-4,45)]\times\frac{20}{2}+[(4,9-4,45)\times 6,923]\times\frac{1}{2} = 25,56\cdot m^2$$

$$S_{2_A} = [(4,45-3,6)\times 13,077]\times\frac{1}{2}+[(4,45-3,6)+(4,45-2,5)]\times\frac{20}{2} = 33,56\cdot m^2$$

4.3) Seção 3:

$$S_{3_C} = [(6,3-4,45)+(4,8-4,45)]\times\frac{20}{2}+[(4,8-4,45)\times 5,385]\times\frac{1}{2} = 22,94\cdot m^2$$

$$S_{3_A} = [(4,45-3,5)\times 14,615]\times\frac{1}{2} + [(4,45-3,5)+(4,45-2,2)]\times\frac{20}{2} = 38,94\cdot m^2$$

Seção	Corte (m^2)	Aterro (m^2)
1	42,02	10,02
2	25,56	33,56
3	22,94	38,94

5) Cálculo dos volume

$$V_C = [42,02 + 2\times(25,56) + 22,94]\times\frac{20}{2} = 1160,80\cdot m^3$$

$$V_A = [10,02 + 2\times(33,56) + 38,94]\times\frac{20}{2} = 1160,80\cdot m^3$$

Poderá existir uma pequena diferença entre os dois cálculos é devida ao arredondamento na interpolação das distâncias referentes à curva de passagem. Esta pequena diferença é aceita para os cálculos quando a diferença entre os Vc e Va dividido pela área do terreno estiver na casa dos milímetros.

12.3.2. – PLANO HORIZONAL COM COTA FINAL IGUAL A 3,60 m

Ainda analisando o croqui da figura 12.4, o projeto solicita que a Cota Final, ou seja, a Cota de Projeto será igual a 3,60 m

Como executado no exercício desenvolvido no item 12.3.2, a seqüência é a seguinte:

- Primeiramente calcula-se a posição da linha de passagem de corte para aterro (no exemplo, Cota 3,60 m);
- Calcula-se as áreas de corte e aterro para as diversas seções;
- Calcula-se os respectivos volumes

1) Cálculo de "X" e "Y" correspondentes aos pontos de locação da Curva de Passagem de Corte para Aterro (Cota = 3,60 m).

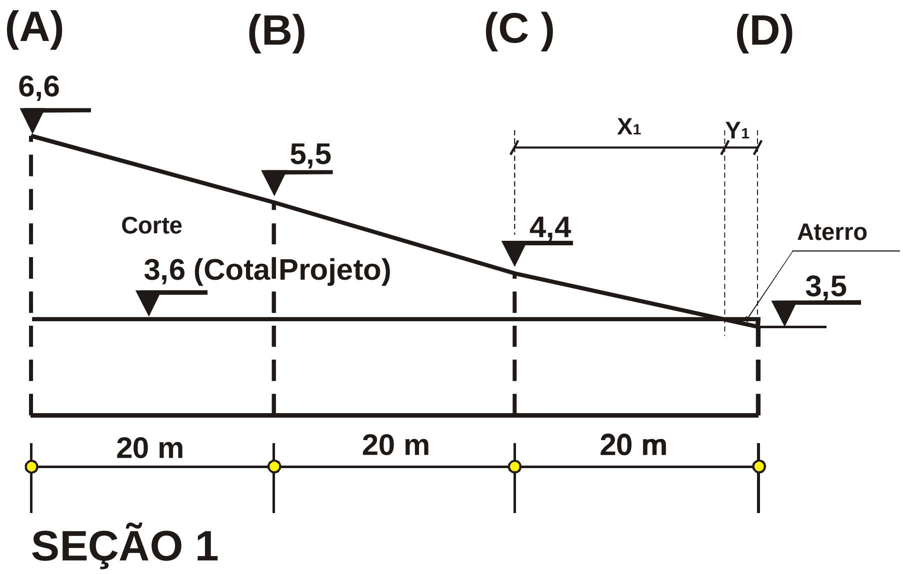


Figura 12.5.a. – Cálculo dos pontos de locação da curva.

$$X_1 = (4{,}4 - 3{,}6) \times \frac{20{,}00}{(4{,}4 - 3{,}5)} = 17{,}778 \text{ m} \quad Y_1 = 20{,}000 - 17{,}778 = 2{,}222 \text{ m}$$

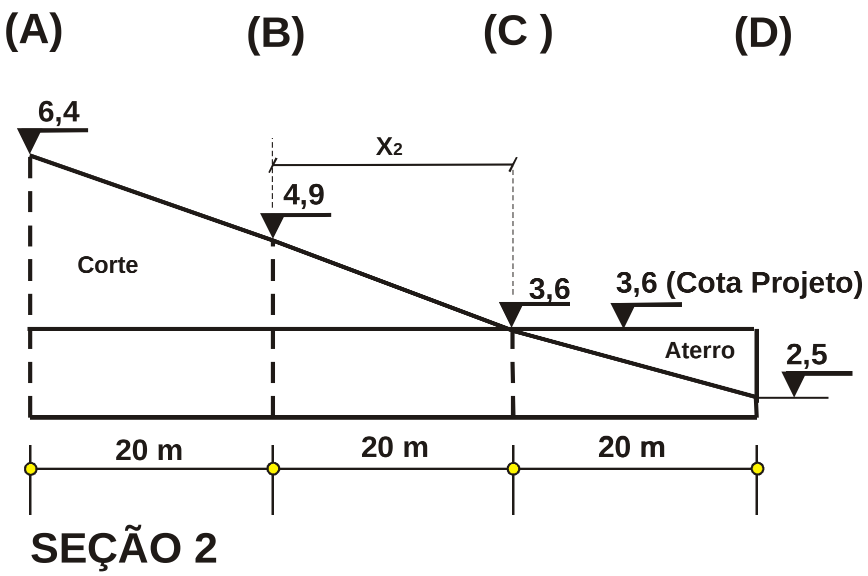


Figura 12.5.b. – Cálculo dos pontos de locação da curva.

$$X_2 = (4{,}9 - 3{,}6) \times \frac{20{,}00}{(4{,}9 - 3{,}6)} = 20{,}000 \text{ m} \quad Y_2 = 20{,}000 - 20{,}000 = 0{,}000 \text{ m}$$

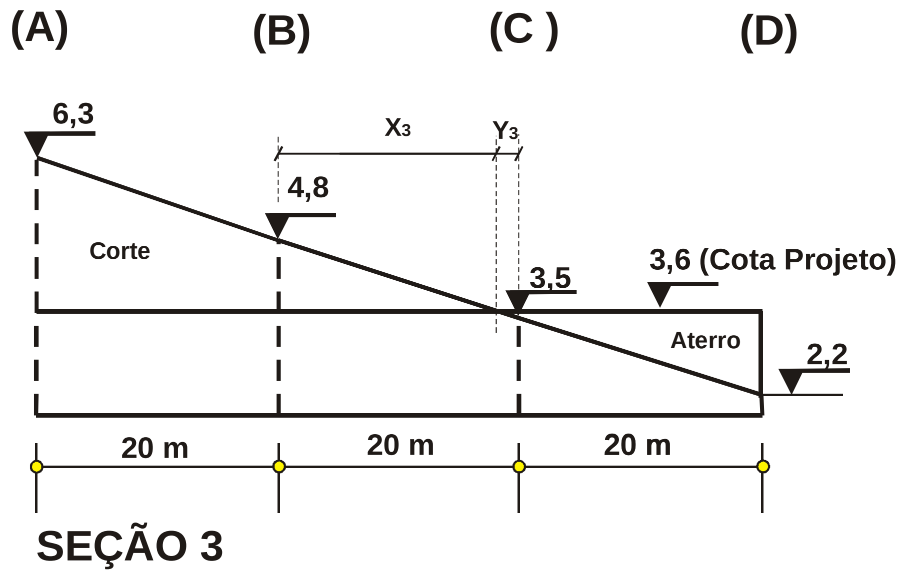


Figura 12.5.c. – Cálculo dos pontos de locação da curva.

$$X_3 = (4{,}8 - 3{,}6) \times \frac{20{,}00}{(4{,}9 - 3{,}5)} = 18{,}462 \text{ m} \quad Y_3 = 20{,}000 - 18{,}462 = 1{,}538 \text{ m}$$

3) Traçado da curva de nível 3,60 m

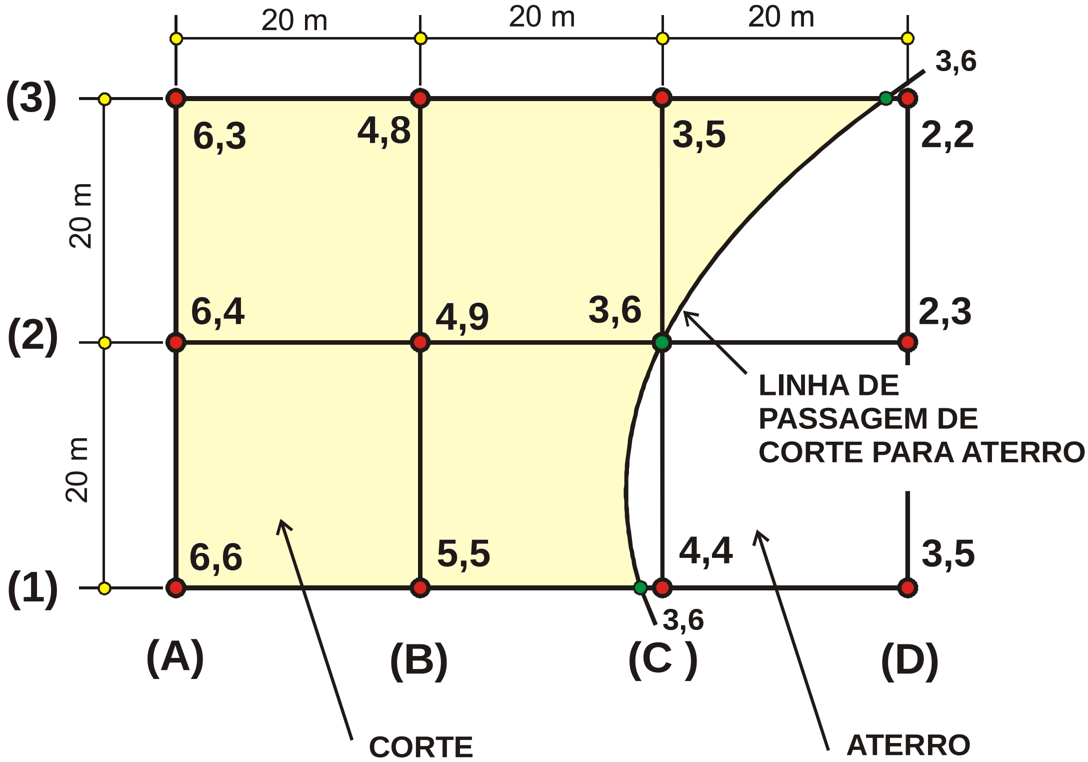


Figura 12.5.d. – Desenho da curva de nível 3,60 m

4) Cálculo das áreas das seções

4.1) Seção 1:

$$S_{1_C} = [(6{,}6 - 3{,}6) + (5{,}5 - 3{,}6)] \times \frac{20}{2} + [(5{,}5 - 3{,}6) \times 17{,}778] \times \frac{1}{2} = 83{,}11 \cdot m^2$$

$$S_{1_A} = [(3{,}6 - 3{,}5) \times 2{,}222] \times \frac{1}{2} = 0{,}11 \cdot m^2$$

4.2) Seção 2:

$$S_{2_C} = [(6{,}4 - 3{,}6) + (4{,}9 - 3{,}6)] \times \frac{20}{2} + [(4{,}9 - 3{,}6) \times 20{,}000] \times \frac{1}{2} = 54{,}00 \cdot m^2$$

$$S_{2_A} = [(3{,}6 - 2{,}5) \times 20{,}000] \times \frac{1}{2} = 11{,}00 \cdot m^2$$

4.3) Seção 3:

$$S_{3_C} = [(6{,}3 - 3{,}6) + (4{,}8 - 3{,}6)] \times \frac{20}{2} + [(4{,}8 - 3{,}6) \times 18{,}462] \times \frac{1}{2} = 50{,}08 \cdot m^2$$

$$S_{3_A} = [(3{,}6 - 3{,}5) \times 1{,}538] \times \frac{1}{2} + [(3{,}6 - 3{,}5) + (3{,}6 - 2{,}2)] \times \frac{20{,}000}{2} = 15{,}08 \cdot m^2$$

Seção	Corte (m^2)	Aterro (m^2)
1	83,11	0,11
2	54,00	11,00
3	50,08	15,08

5) Cálculos dos volumes

$$V_C = [83{,}11 + 2 \times (54{,}00) + 50{,}08] \times \frac{20}{2} = 2411{,}88 \cdot m^3$$

$$V_A = [0{,}11 + 2 \times (11{,}00) + 15{,}08] \times \frac{20}{2} = 371{,}88 \cdot m^3$$

$$V_C - V_A = 2411{,}88 - 371{,}88 = 2040{,}00 \cdot m^3$$

Obtido os cálculos dos Volumes de Corte e Aterro pode-se observar que para a hipótese em questão, para a cota imposta pelo projeto de arquitetura (Cota de Projeto = 3,60 m) será necessário cortar no terreno a quantidade de 2411,88 m3.

Deste total, uma parte será utilizado no próprio terreno (Volume de Aterro = 371,88 m3). A diferença entre o V_C e V_A deverá ser retirado do terreno (Volume de Bota-Fora = 2040,00 m3)

Dos cálculos anteriores sabe-se que a Cota Média ($V_C = V_A$) é igual a 4,45 m. No exemplo a Cota de Projeto = 3,6 m, portanto, conclui-se que:

- Se $Cota_{média} = Cota_{projeto} \Rightarrow$ Não será necessário retirar terra do terreno Vc=Va (o volume será compensado);
- Se $Cota_{média} > Cota_{projeto} \Rightarrow$ Será necessário retirar terra (bota-fora);
- Se $Cota_{média} < Cota_{projeto} \Rightarrow$ Será necessário colocar terra (empréstimo);

Analisando-se o exemplo, observa-se que a $Cota_{média} = 4{,}45m$ é maior do que a $Cota_{projeto} = 3{,}60m$, portanto, será necessário efetuar uma retirada de terra. O cálculo do volume a ser retirado poderá ser efetuado através da fórmula 12.6:

$$V_{Bota-fora} = (Cota_{média} - Cota_{projeto}) \times Área \cdot do \cdot terreno \qquad (12.6)$$

Substituindo-se os valores:

$$V_{Bota-fora} = (4{,}45 - 3{,}60) \times (60 \times 40) = 2040{,}00 \cdot m^3$$

12.3.3. – PLANO INCLINADO, SEM IMPOR COTA DETERMINADA

A topografia colocará este plano numa altura tal que os volumes finais de corte e aterro sejam iguais. A maneira de conseguir tal objetivo é manter a altura do plano inclinado no centro de gravidade da área àquele do plano horizontal cuja curva de passagem é de 4,45 m. O centro de gravidade (CG) está localizado na linha 2 entre os pontos B e C. (figura 12.6).

Sabendo-se que no Centro de Gravidade (CG) a cota do mesmo é de 4,45 m estabelecida no projeto e que o plano de declividade é de -2% , do perfil (A) em direção ao perfil (D), determina-se as cotas dos demais perfis por uma simples regra de três, conforme fórmula 12.7.

Cotas dos Perfis:

$$DN_X = X \times declividade(\%) \qquad (12.7)$$

Onde:

DN_X = Desnível para X metros.

X = Distância entre as seções (no exemplo: A, B, C e D, igual a 20,00 m)

$declividade$ (%) = Declividade de projeto (no exemplo = 2%)

$$DN_{20m} = 20 \times \frac{2}{100} = 0{,}40 \text{ m}$$

$Cota_{Perfil"B"} = 4{,}45 + \frac{0{,}40}{2} = 4{,}65$ m, pois do CG até Perfil “B” a distância é de 10,00 m

$Cota_{Perfil"A"} = 4{,}45 + 0{,}60 = 5{,}05$ m, pois do CG até Perfil “A” a distância é de 30,00 m

$Cota_{Perfil"C"} = 4{,}45 - \frac{0{,}40}{2} = 4{,}25$ m, pois do CG até Perfil “C” a distância é de 10,00 m

$Cota_{Perfil"D"} = 4{,}45 - 0{,}60 = 3{,}85$ m, pois do CG até Perfil “D” a distância é de 30,00 m

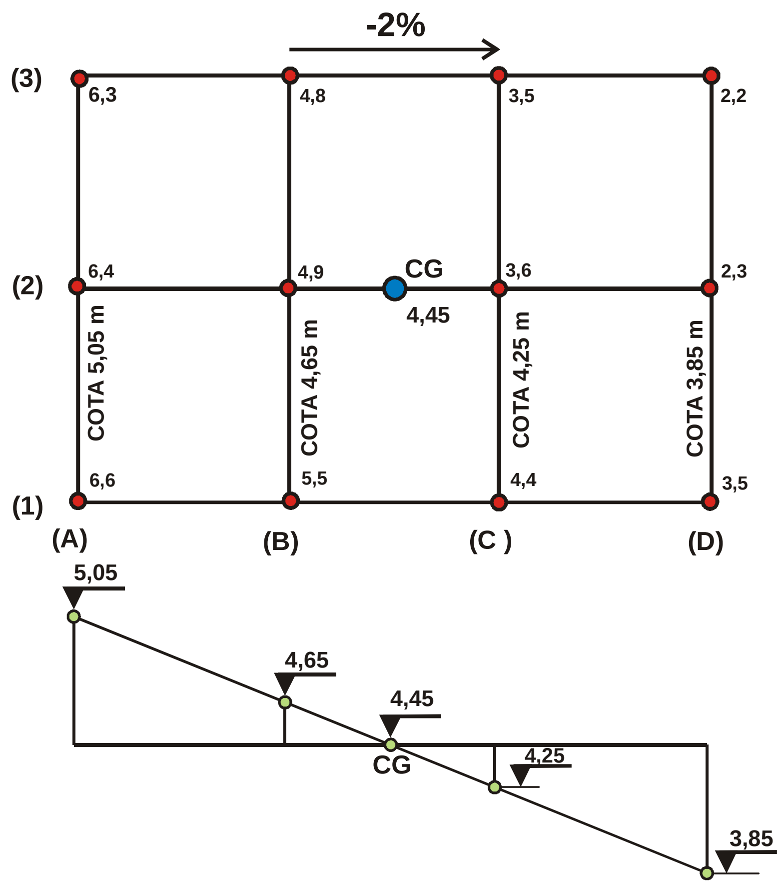
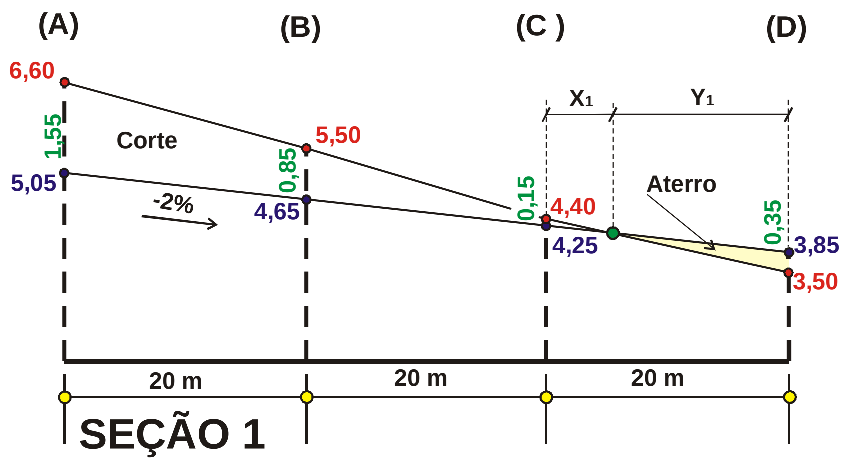
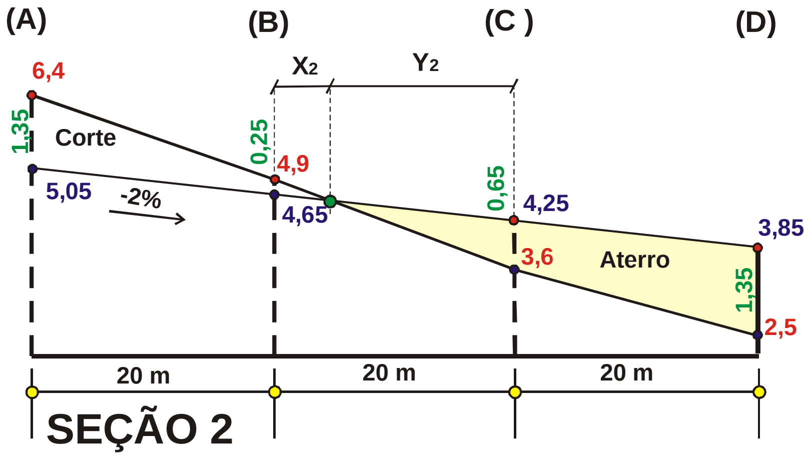


Figura 12.6. – Plano inclinado

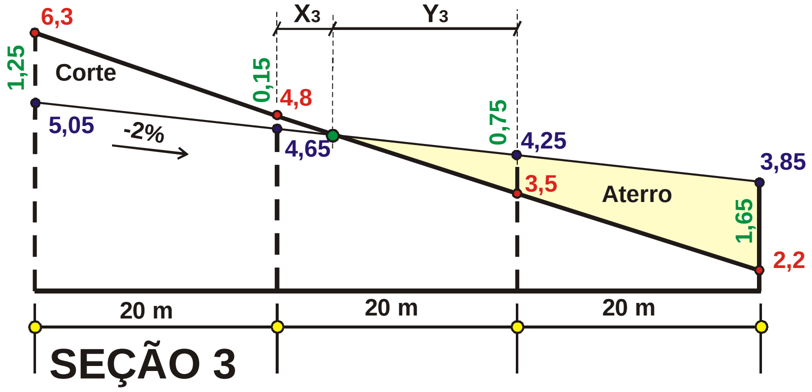
1) Cálculo de "X" e "Y" correspondentes aos pontos de locação da Curva de Passagem de Corte para Aterro para o plano inclinado de -2% de "A" para "D".



$$X_1 = 0{,}15 \times \frac{20{,}00}{(0{,}15 + 0{,}35)} = 6{,}000 \text{ m} \qquad Y_1 = 20{,}000 - 6{,}000 = 14{,}000 \text{ m}$$



$$X_2 = 0{,}25 \times \frac{20{,}00}{(0{,}25 + 0{,}65)} = 5{,}556 \text{ m} \qquad Y_2 = 20{,}000 - 5{,}556 = 14{,}444 \text{ m}$$



$$X_3 = 0{,}15 \times \frac{20{,}00}{(0{,}15 + 0{,}75)} = 3{,}333 \text{ m} \qquad Y_3 = 20{,}000 - 3{,}333 = 16{,}667 \text{ m}$$

2) Cálculo das áreas das seções

2.1) Seção 1:

$$S_{1_C} = [(6{,}6 - 5{,}05) + 2 \times (5{,}5 - 4{,}65) + (4{,}4 - 4{,}25)] \times \frac{20}{2} + [(4{,}4 - 4{,}25) \times 6{,}000] \times \frac{1}{2} = 34{,}45$$

$$S_{1_A} = [(3{,}85 - 3{,}5) \times 14{,}000] \times \frac{1}{2} = 2{,}45 \cdot m^2$$

2.2) Seção 2:

$$S_{2_C} = [(6{,}4 - 5{,}05) + (4{,}9 - 4{,}65)] \times \frac{20}{2} + [(4{,}9 - 4{,}65) \times 5{,}556] \times \frac{1}{2} = 16{,}69 \cdot m^2$$

$$S_{2_A} = [(4{,}25 - 3{,}6) \times 14{,}444] \times \frac{1}{2} + [(4{,}25 - 3{,}6) + (3{,}85 - 2{,}5)] \times \frac{20}{2} = 24{,}69 \cdot m^2$$

2.3) Seção 3:

$$S_{3_C} = [(6{,}3 - 5{,}05) + (4{,}8 - 4{,}65)] \times \frac{20}{2} + [(4{,}8 - 4{,}65) \times 3{,}333] \times \frac{1}{2} = 14{,}25 \cdot m^2$$

$$S_{3_A} = [(4{,}25 - 3{,}5) \times 16{,}667] \times \frac{1}{2} + [(4{,}25 - 3{,}5) + (3{,}85 - 2{,}2)] \times \frac{20}{2} = 30{,}25 \cdot m^2$$

Seção	Corte (m²)	Aterro (m²)
1	34,45	2,45
2	16,69	24,69
3	14,25	30,25

3) Cálculos dos volumes

$$V_C = [34{,}45 + 2 \times (16{,}69) + 14{,}25] \times \frac{20}{2} = 820{,}89 \cdot m^3$$

$$V_A = [2{,}45 + 2 \times (24{,}69) + 30{,}25] \times \frac{20}{2} = 820{,}89 \cdot m^3$$

Quando a cota do CG for adotada igual a Cota Média, também o volume de corte (V_C) será igual ao voluma de aterro (V_A)

12.3.4. - PLANO INCLINADO NOS DOIS SENTIDOS, COM COTA FIXA PARA UM PONTO.

Para a situação, impõe-se que a estaca "D-3" terá cota de 4,45 m. A rampa da estaca "1" para "3" é de -1% e a rampa da estaca "A" para "D" é de -2%.

Para chegar-se a uma conclusão se será necessário colocar ou retirar terra do terreno deve-se verificar, para as rampas adotadas qual será a cota do CG e compará-la com a cota média do CG (como utilizado no exemplo 12.3.3).

Outra opção é a de se desenvolver os cálculos pelo método das seções, como exemplo anterior. Tal procedimento fica como proposta para estudo e treinamento.

Dos exemplos anteriores sabe-se:

1 - A cota média é igual a 4,45 m

2 - O centro de gravidade (CG) está localizado na linha 2 entre os pontos B e C. (figura 12.6).

3 - A estaca "D-3" tem cota fixada pelo projeto igual a 2,20 m.

4 - Rampa de "1" para "3" = - 1% (menos um por cento).

5 - Rampa de "A" para "D" = - 2% (menos dois por cento).

<u>Resolução:</u>

Partindo da cota da estaca "D-3" com cota igual a 2,20 m e adotando-se as rampas do projeto, calcula-se a cota do CG, conforme definido na figura 12.7

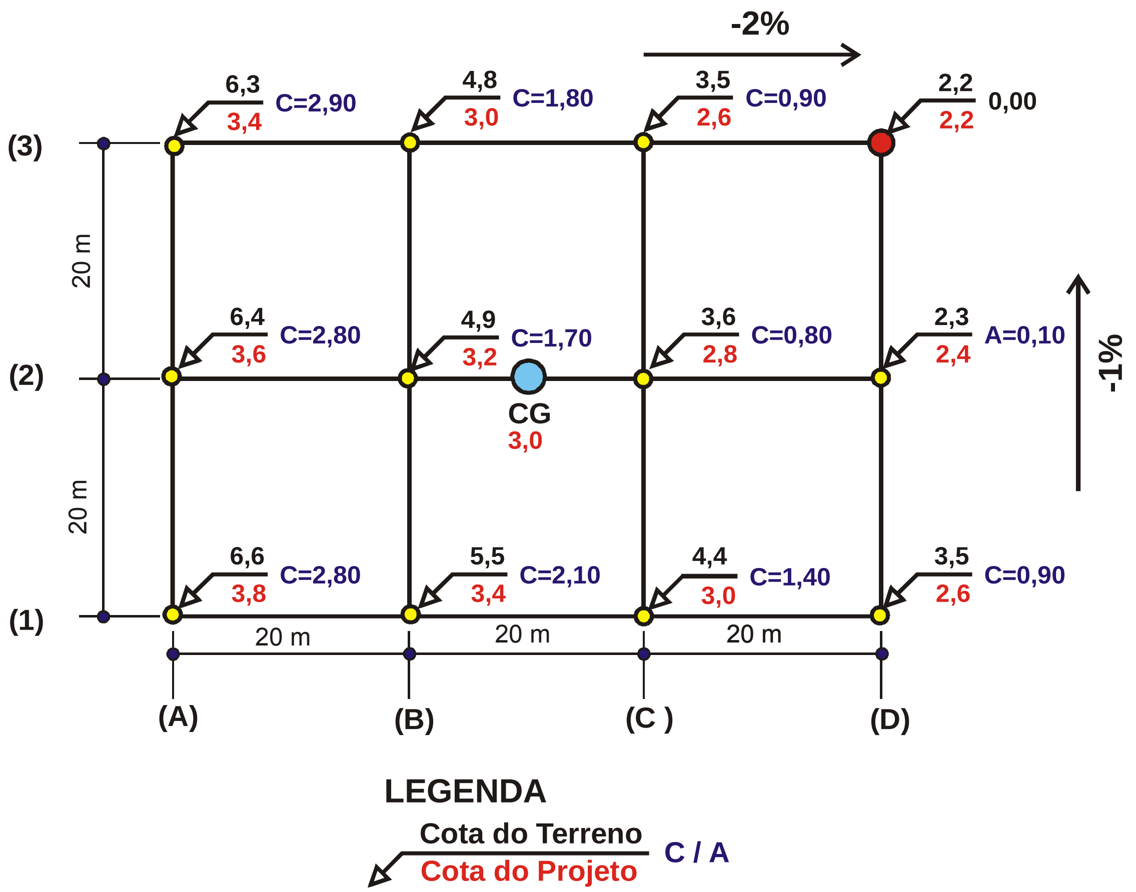


Figura 12.7. – Plano inclinado nos dois sentidos.

12.4 – EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1

Calcular a cota final para um plano horizontal de um terreno a ser terraplenado, com os dados a seguir apresentados de maneira que sobrem 130m3 de terra que serão utilizados em outro aterro. A eqüidistância entre os pontos nivelados é de 10 em 10 metros.

	1	2	3	4	5
A	64,3	62,9	62,7	63,8	65,0
B	66,3	65,8	65,3	64,4	64,9
C	66,9	66,3	65,7	66,1	66,7
D	70,0	69,7	67,6	67,0	68,3

EXERCÍCIO 2

Um terreno de 60 x 40 metros foi quadriculado de 20 em 20 metros e nivelado geometricamente, obtendo-se as seguintes cotas:

	1	2	3	4
A	13,9	14,8	15,7	16,5
B	14,7	15,5	16,4	17,3
C	15,4	16,3	17,4	18,2

a) Calcular a cota final do plano horizontal que resulte em volumes de corte e aterro iguais;

b) Desenhar a planta e traçar a curva de passagem entre a área de corte e a de aterro;

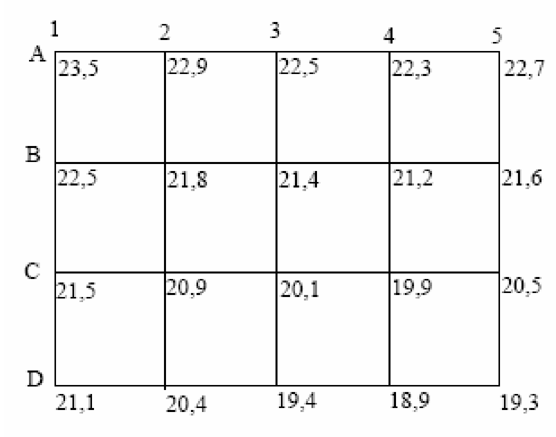
c) Calcular o volume total de aterro;

d) Calcular o volume total de corte;

e) Qual será a cota final do plano horizontal que fará sobrar 570m3 de terra.

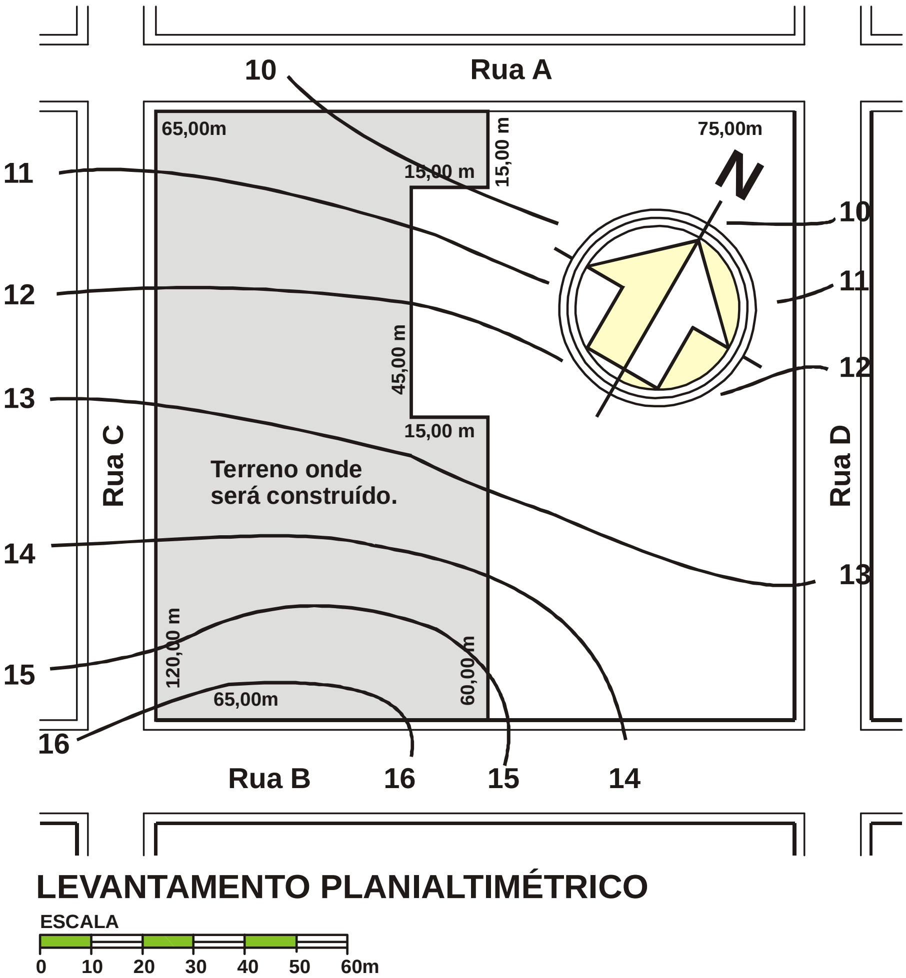
EXERCÍCIO 3

Em uma área retangular de 60 x 80 metros, em que se deseja efetuar uma terraplenagem, pretende-se que o plano final seja inclinado de -3% na direção do perfil 1 para o perfil 5, de tal maneira que resulte volumes de corte e aterro iguais. Calcular também os volumes de corte e aterro.



EXERCÍCIO 4

Para o Levantamento Planialtimétrico da abaixo, determinar a cota para volume de corte igual a volume de aterro, onde destacado, interpolando para determinar as cotas dos pontos necessários.



CAPÍTULO 13

DIVISÕES DE ÁREAS

13 – DIVISÕES DE ÁREAS

13.1 – GENERALIDADES

Segundo (CORREA, I.C.S.), a divisão de uma propriedade ocorre em situações diversas como por venda de parte do terreno, por espólio e divisão entre os herdeiros ou por loteamento da área. Acontecem partilhas também quando o proprietário deseja vender parte de sua propriedade.

Para efetuar uma divisão de terras confiável, será necessário:

1) Proceder a um levantamento exato do que vai ser o objeto de divisão, destacando-se os diversos tipos de cultura;
2) Quando a divisão é feita através de uma linha já existente, a tarefa da topografia é a de medir esta linha divisória e determinar a área de cada uma das partes.
3) Avaliar financeiramente os valores de cada gleba;
4) Sempre observar que as propriedades deverão ter água. Se a propriedade a ser dividida seja atravessada por um córrego e que ele seja escolhido como linha divisória;

Aqui trataremos apenas de alguns casos de divisão de terras, pois o problema abrange estudos sobre legislação de terras sempre que houver menores na partilha a ação deve ser judicial.

Plantas existentes, muitas das quais incompletas ou medidas toscamente, devem ser abandonadas, dando lugar a novas medidas.

Para melhor ilustrar, será desenvolvido um exemplo completo.

13.2 – DESENVOLVIMENTO DE UM EXERCÍCIO COMPLETO.

13.2.1. – DETERMINAÇÕES DAS DISTÂNCIAS E AZIMUTES (OU RUMOS) A PARTIR DAS COORDENADAS TOTAIS.

Aproveitando o levantamento topográfico desenvolvido no Capítulo 7, cujas coordenadas totais encontra-se na tabela 13.1. serão desenvolvidas várias hipóteses de divisões da área.

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS	
	X	Y
1	293,432	0,000
2	859,657	671,198
3	1.277,570	807,240
4	891,575	1.394,602
5	790,894	1.767,089
6	355,680	1.342,657
7	0,000	844,747

TABELA 13.1 – Coordenadas Totais

Partindo da tabela de Coordenadas Totais, não podemos esquecer que os seguintes cálculos já foram realizados:

- Determinação do Erro de Fechamento Angular (*Efa*) e compensá-lo;
- Determinações dos Azimutes (ou rumos) compensados;
- Cálculos das Coordenadas Parciais, Erro de Fechamento Linear Absoluto (*Efl*) e Relativo (*M*);
- Distribuição do Erro de Fechamento Linear Absoluto (*Efl*);
- Determinações das Coordenadas Totais adotando o ponto mais a Oeste e mais ao Sul como origem;
- Calcular a área adotando como poligonal de divisa as coordenadas dos pontos: (1)-(2)-(3)-(4)-(5)-(6)-(7)-(1).

Com as coordenadas totais, calcula-se as distâncias e rumos (ou azimutes) corrigidos, obtendo-se o croqui apresentado na figura 13.1 e tabela 13.2.

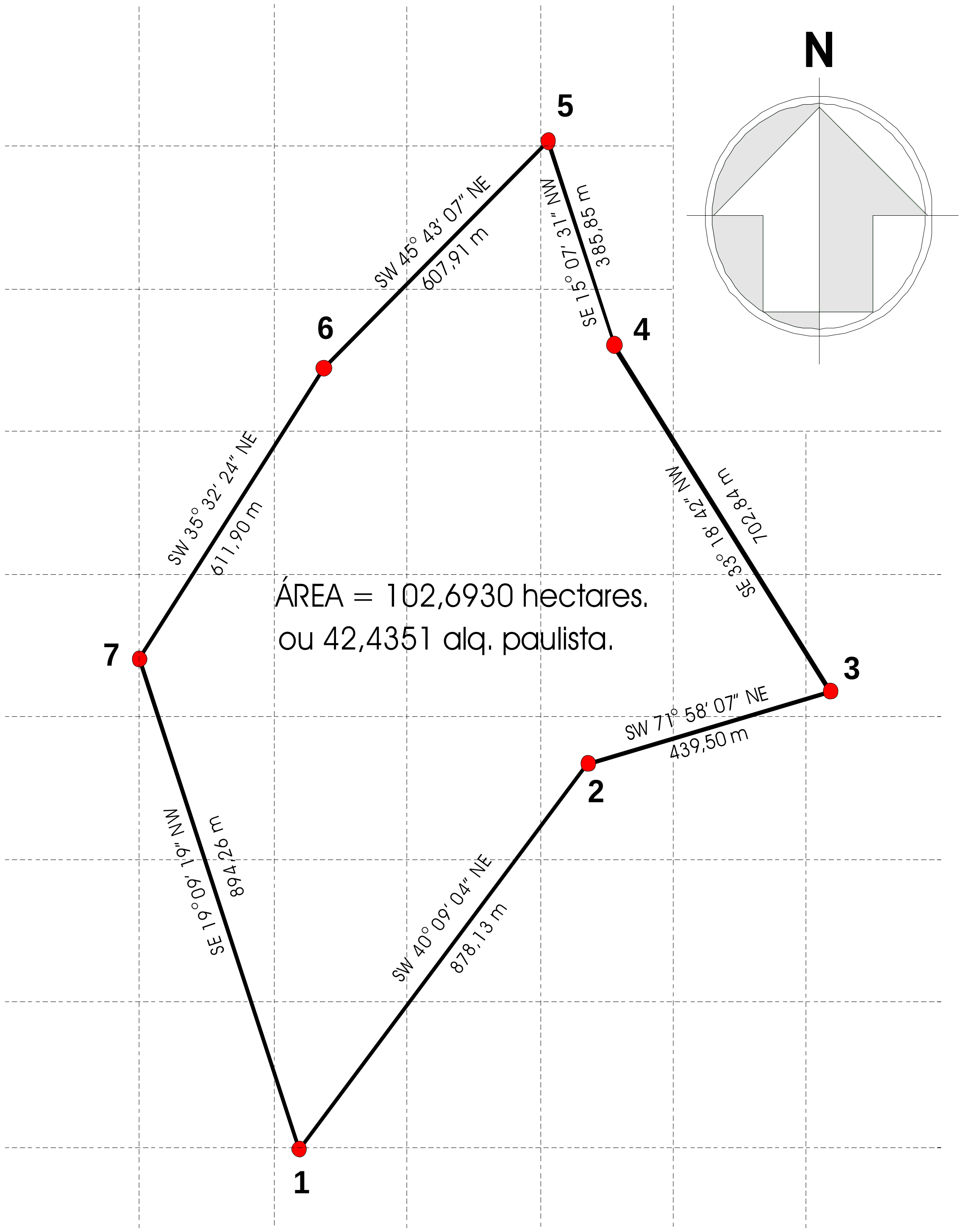


FIGURA 13.1 - Croqui da Área.

Linha	Distância (m)	Rumo Corrigido	Azimute Corrigido
1-2	878,13	40° 09' 04" NE	40° 09' 04"
2-3	439,50	71° 58' 07" NE	71° 58' 07"
3-4	702,84	33° 18' 42" NW	326° 41' 18"
4-5	385,85	15° 07' 31" NW	344° 52' 29"
5-6	607,91	45° 43' 07" SW	225° 43' 07"
6-7	611,90	35° 32' 24" SW	215° 32' 24"
7-1	894,26	19° 09' 19" SE	160° 50' 41"

TABELA 13.3 - Distância, Rumos e Azimutes corrigidos.

13.2.2. - HIPÓTESE 1 - DIVIDIR A ÁRES EM DUAS ÁREAS IGUAIS PARTINDO DE UM PONTO.

A área apresentada deverá ser dividida em duas (2) áreas iguais, partindo-se do ponto 4 (891,575 ;1.394,602)

Primeiramente deve-se escolher uma linha divisória passando pelos pontos com coordenadas totais conhecidas.

Será analisado a divisão proposta na figura 13.2 dividindo a gleba total em duas (2) glebas distintas. A Gleba 1 - Leste (E) será determinada pelos pontos: (1)-(2)-(3)-(4)-(1). A Gleba 2 - Oeste (W) será determinada pelos pontos: (1)-(4)-(5)-(6)-(7)-(1).

- CÁLCULOS DAS ÁREAS PARCIAIS:

Gleba 1 - Leste (E) - Perímetro: (1)-(2)-(3)-(4)-(1)

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
1	293,432	0		0,000
2	859,657	671,198	196.950,972	857.502,429
3	1.277,57	807,24	693.949,517	719.715,003
4	891,575	1.394,60	1.781.701,677	409.220,854
1	293,432	0	0,000	
SOMATÓRIO			2.672.602,1654	1.986.438,2859

$$A_{Gleba-1} = \frac{|2.672.602,1654 - 1.986.438,2859|}{2} = 343.081,9397 \text{ m}^2.$$

Gleba 2 – Oeste (W) – Perímetro: (1)-(4)-(5)-(6)-(7)-(1)

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
1	293,432	0		0,000
4	891,575	1.394,60	409.220,854	1.102.982,354
5	790,894	1.767,09	1.575.492,375	628.518,216
6	355,68	1.342,66	1.061.899,365	0,000
7	0	844,747	300.459,613	247.875,802
1	293,432	0	0,000	
SOMATÓRIO			3.347.072,2076	1.979.376,3714

$$A_{Gleba-2} = \frac{|3.3473072,2076 - 1.979.376,3714|}{2} = 683.847,9181 \text{ m}^2.$$

Verifica-se que a somatória das áreas parciais totaliza o valor da área da gleba total.

$$A_{Total} = A_{Gleba-1} + A_{Gleba-2} = 343.081,9397 + 683.847,9181 = 1.026.929,8578 \text{ m}^2.$$

- <u>CÁLCULO DA COMPLEMENTAR E COORDENADAS DO PONTO A:</u>

Analisando-se os valores obtidos para cada Gleba parcial observa-se que a Gleba 1 – (E) é menor do que a Gleba 2 – (W). O objetivo é o de obter as duas glebas iguais, ou seja:

$$A_1 = A_2 = \frac{A_{total}}{2} = 513.464,9289 \text{ m}^2. \qquad (13.1)$$

Portanto, deve-se somar à Gleba 1 – (E) a diferença de área obtida efetuando-se a seguinte conta:

$$A_{Acrescentar} = \frac{A_{total}}{2} - A_{Gleba-1} = 513.464,9289 - 343.081,9397 = = 170.382,9892 \text{ m}^2.$$

O croqui da figura 13.3 determina que a área a ser acrescentada deve ter como base a linha 1-4. Para tanto, deve-se calcular a área do triângulo Δ1-4-A, obtendo-se a Área a acrescentar:

$$A_{Acrescentar} = \frac{d_{1-4} \times h}{2} = 170.382,9892 \text{ m}^2 \qquad (13.2)$$

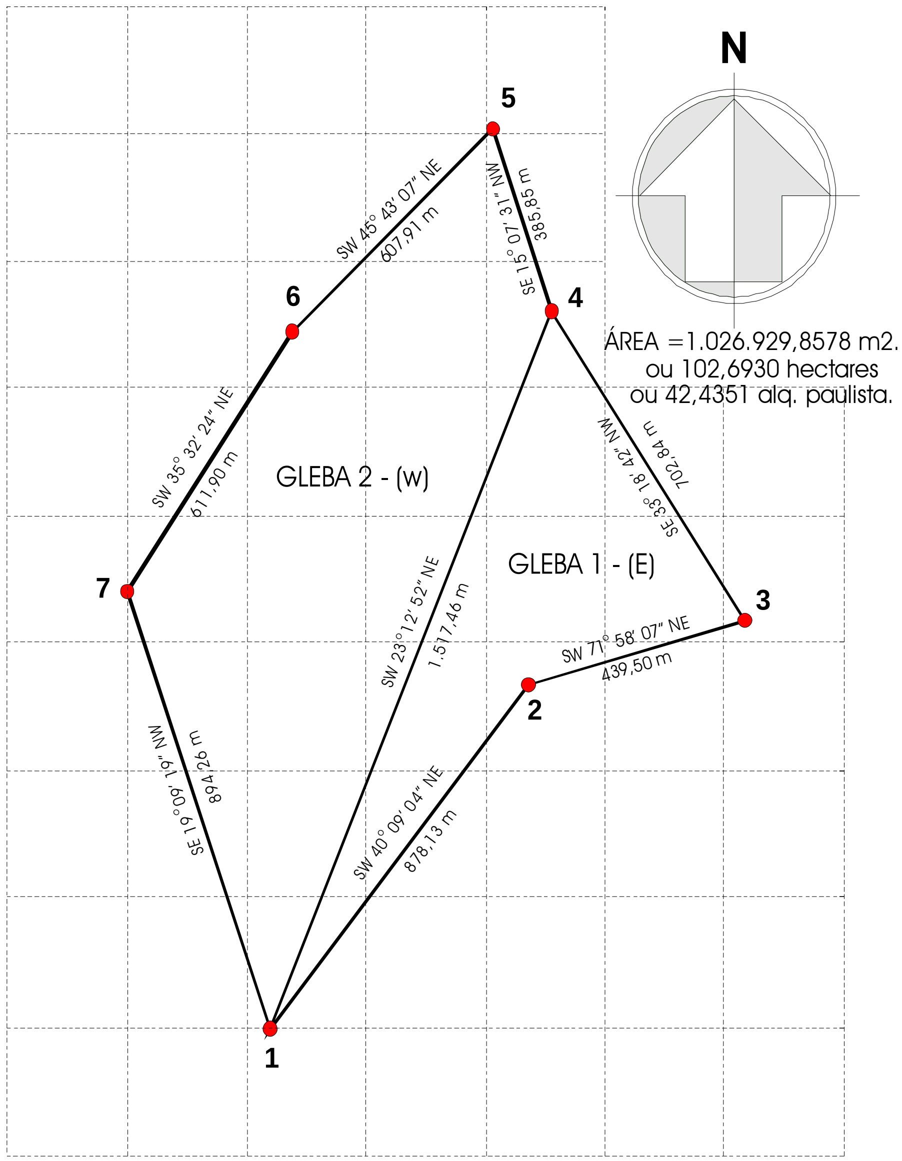


FIGURA 13.2 – Divisões de Área.

Portanto:

$$h = \frac{170.382,9892 \times 2}{1.517,46} = 224,56 \text{ m} \tag{13.3}$$

Mas:

$$sen\alpha = \frac{h}{d_{1-A}} \Rightarrow d_{1-A} = \frac{h}{sen\alpha} = \frac{224,56}{sen 42^o 22'11''} = 333,22 \text{ m} \tag{13.4}$$

Calculando as Coordenadas Totais do ponto de divisa A:

$$\Delta X = d \times sen(Az) \text{ e } \Delta Y = d \times \cos(Az) \quad (13.5)$$

Portanto:

$$X_A - X_1 = d_{1-A} \times sen(Az_{1-A}) \quad (13.6)$$

$$Y_A - Y_1 = d_{1-A} \times \cos(Az_{1-A}) \quad (13.7)$$

$X_1 =$ 293,432 m

$Y_1 =$ 0,000 m

$d_{1-A} =$ 333,220 m

$Az_{1-A} =$ 340° 50' 41"

Calculando tem-se:

$X_A = 293{,}432 + 333{,}220 \times sen(340^o 50'41'') =$ 184,092 m

$Y_A = 0{,}000 + 333{,}220 \times \cos(340^o 50'41'') =$ 314,774 m

Para verificar, deve-se recalcular as áreas da Gleba 1 - (E) e somar-se a área acrescentada.

- <u>VERIFICAÇÕES:</u>

Poligonal (A)-(4)-(5)-(6)-(7)-(A):

Poligonal (1)-(2)-(3)-(4)-(A)-(1):

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
1	293,432	0		0,000
2	859,657	671,198	196.950,972	857.502,429
3	1.277,57	807,24	693.949,517	719.715,003
4	891,575	1.394,60	1.781.701,677	256.734,425
A	184,092	314,774	280.644,570	92.364,745
1	293,432	0	0,000	
SOMATÓRIO			2.953.246,7350	1.926.316,6013

$$A_{Gleba-1(E)} + A_{Acréscimo} = \frac{|2.953.246{,}7350 - 1.926.316{,}6013|}{2} = 513.465{,}0669 \text{ m}^2.$$

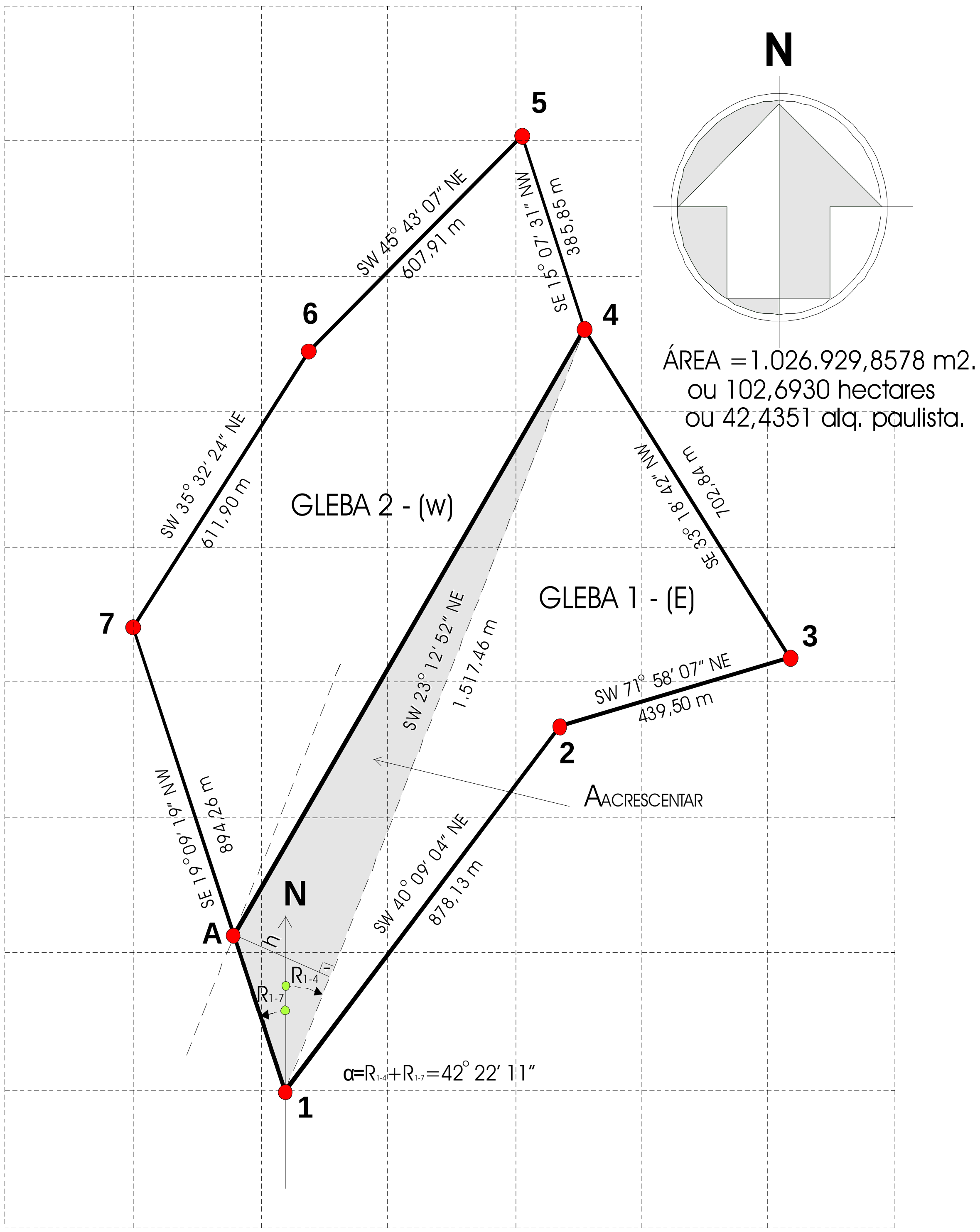


FIGURA 13.3 - Cálculo da Área Complementar.

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
A	184,092	314,774		280.644,570
4	891,575	1.394,60	256.734,425	1.102.982,354
5	790,894	1.767,09	1.575.492,375	628.518,216
6	355,68	1.342,66	1.061.899,365	0,000
7	0	844,747	300.459,613	155.510,773
A	184,092	314,774	0,000	
SOMATÓRIO			3.194.585,7781	2.167.655,9123

$$A_{Gleba-2(W)} - A_{Acréscimo} = \frac{|3.194.585{,}7781 - 2.167.655{,}9123|}{2} = 513.464{,}9329 \text{ m}^2.$$

Pode-se observar que matematicamente os valores das duas áreas são divergentes. Analisando como engenheiros afirma-se que a diferença (0,1340 m2) refere-se a aproximação matemática.

A área da Gleba (E) é igual a da Gleba (W) = 51,3465 hectares ou 21,2176 alqueires paulista.

- **MEMORIAL DESCRITIVO:**

Após as conclusões dos cálculos, o Memorial Descritivo deverá ser efetuado:

- Memorial Descritivo da Gleba Total;
- Memorial Descritivo da Gleba 1 (E);
- Memorial Descritivo da Gleba 2 (W).

O exemplo foi realizado para uma divisão com áreas iguais para as duas glebas. Pode-se realizar calculando-se áreas menores ou maiores.

13.2.3. - HIPÓTESE 2 - DIVIDIR A ÁRES EM DUAS ÁREAS IGUAIS TRAÇANDO UMA PARALELA À LINHA 1-7.

Para traçar uma paralela a uma determinada linha. Primeiramente deduziremos as fórmulas para posterior aplicação direta.

Toma-se como base um trapézio formado pelas linhas 6-7; 7-1 e 1-2 da figura 13.1 tomando-se como linha base a linha 1-7.

Da figura 13.4,pode-se afirmar:

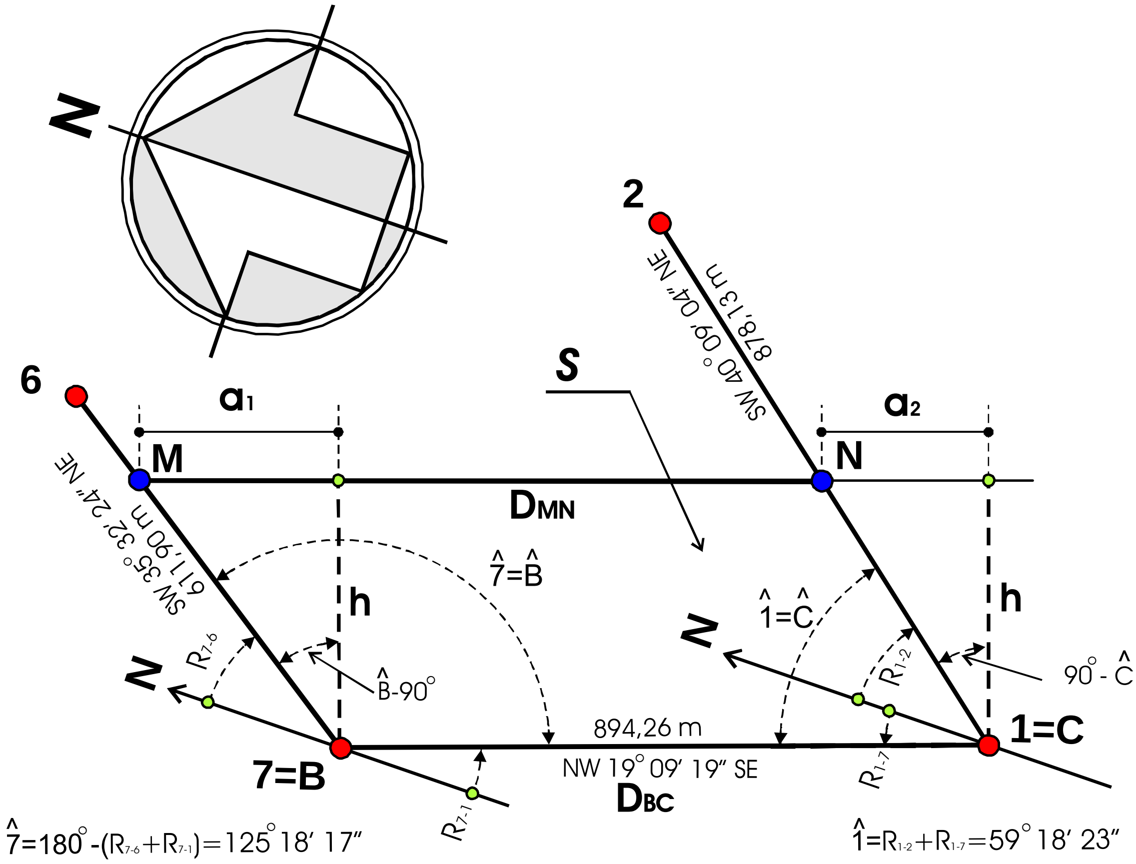


FIGURA 13.4 - Dedução da fórmula para dividir a área traçando paralela.

Área do trapézio formado pelos vértices (B)-(C)-(N)-(M):

$$\frac{(D_{MN}+D_{BC})}{2}\times h = S \Rightarrow (D_{MN}+D_{BC}) = \frac{2S}{h} \tag{13.8}$$

Multiplicando os dois termos por $(D_{MN}-D_{BC})$

$$(D_{MN}+D_{BC})\times(D_{MN}-D_{BC}) = \frac{2S}{h}\times(D_{MN}-D_{BC})$$

$$D_{MN}{}^2 - D_{BC}{}^2 = \frac{2S}{h}\times(D_{MN}-D_{BC}) \tag{13.9}$$

Da figura 13.4.

$$D_{MN} - a_1 + a_2 = D_{BC}$$

$$(D_{MN} - D_{BC}) = a_1 - a_2 \qquad (13.10)^{17}$$

Mas:

$$\frac{a_1}{h} = tg(\hat{B} - 90^o) \Rightarrow a_1 = h \times tg(\hat{B} - 90^o) \Rightarrow a_1 = -h \times \cot g(\hat{B}) \qquad (13.11)$$

e

$$\frac{a_2}{h} = tg(90^o - \hat{C}) \Rightarrow a_2 = h \times tg(90^o - \hat{C}) \Rightarrow a_2 = h \times \cot g(\hat{C}) \qquad (13.12)$$

Logo:

$$(D_{MN} - D_{BC}) = a_1 - a_2 = -h \times \cot g(\hat{B}) - (h \times \cot g(\hat{C}))$$

$$(D_{MN} - D_{BC}) = -h \times (\cot g(\hat{B}) + \cot g(\hat{C})) \qquad (13.13)$$

Substituindo (13.13) em (13.9) e desenvolvendo.

$$D_{MN}{}^2 - D_{BC}{}^2 = \frac{2S}{h} \times -h \times (\cot g\hat{B} + \cot g\hat{C})$$

$$D_{MN}{}^2 = D_{BC}{}^2 - 2S \times (\cot g\hat{B} + \cot g\hat{C})$$

$$\boxed{D_{MN} = \sqrt{D_{BC}{}^2 - 2S \times (\cot g\hat{B} + \cot g\hat{C})}} \qquad (13.14)$$

Desenvolvendo (13.8).

$$\boxed{h = \frac{2S}{D_{MN} + D_{BC}}} \qquad (13.15)$$

Da figura 13.4

$$\cos(\hat{B} - 90^o) = sen(\hat{B}) = \frac{h}{D_{BM}}$$

$$\boxed{D_{BM} = \frac{h}{sen(\hat{B})}} \qquad (13.16)$$

[17] Se os ângulos do trapézio forem agudos, tanto a_1 quanto a_2 serão negativos. Para os ângulos obtusos, a_1 e a_2 serão positivos. No nosso exemplo o ângulo que determina a_1 é obtuso e o ângulo que determina a_2 é agudo.

$$\cos(90^o - \hat{C}) = sen(\hat{C}) = \frac{h}{D_{CN}}$$

$$\boxed{D_{CN} = \frac{h}{sen(\hat{C})}} \quad (13.17)$$

- <u>DIVIDIR A GLEBA TRAÇANDO UMA PARALELA.</u>

Será efetuada a divisão da gleba da figura 13.1 traçando uma paralela ao lado 1-7 de tal modo que as duas áreas sejam iguais, utilizando-se as fórmulas (13.14), (13.15), (13.16) e (13.17).

Sabe-se:

$D_{BC} =$ 894,26 metros

$\hat{B} =$ 125º 18’ 17”

$\hat{C} =$ 59º 18’ 23”

$S =$ 513.464,9289 m2.

- <u>DETERMINAÇÃO DO VALOR DA DISTÂNCIA</u> (D_{MN}) <u>UTILIZANDO A FÓRMULA (13.14)</u>

$$D_{MN} = \sqrt{(894,26)^2 - 2 \times 513.464,9289 \times (\cot g(125^O 18'17'') + \cot g(59^O 18'23''))}$$

$$D_{MN} = 957,78 \text{ m}$$

- <u>DETERMINAÇÃO DO VALOR DA DISTÂNCIA</u> (h) <u>UTILIZANDO A FÓRMULA (13.15) e CÁLCULO DA ÁREA</u>

$$h = \frac{2 \times 253.464,9289}{957,78 + 894,26}$$

$$h = 554,49 \text{ m}$$

$$S = \frac{(D_{MN} + D_{BC})}{2} \times h = \frac{(957,78 + 894,26)}{2} \times 554,49 = 513468,9608 \text{ m2.}$$

- <u>DETERMINAÇÃO DE</u> D_{BM} <u>UTILIZANDO A FÓRMULA (13.16)</u>

$$D_{BM} = \frac{554{,}49}{sen(125^{o}18'17'')}$$

$$D_{BM} = 679{,}44 \text{ m} > 611{,}90 \text{ m}$$

IMPORTANTE: Como a distância D_{BM} é maior do que o lado 6-7, deve-se rever os cálculos. A figura 13.5 mostra detalhadamente o procedimento a ser adotado.

- DETERMINAÇÃO DE h_1 UTILIZANDO A FÓRMULA (13.16)

No exemplo deve-se substituir a $D_{BM} = D_{6-7}$ = 611,90 m (comprimento da linha 6-7) e determinar o valor de h_1. (ver figura 13.5).

$$D_{6-7} = \frac{h_1}{sen(\hat{B})}$$

$$h_1 = D_{6-7} \times sen(\hat{B}) = 611{,}90 \times sen125^{o}18'17'' = 499{,}37 \text{ m}$$

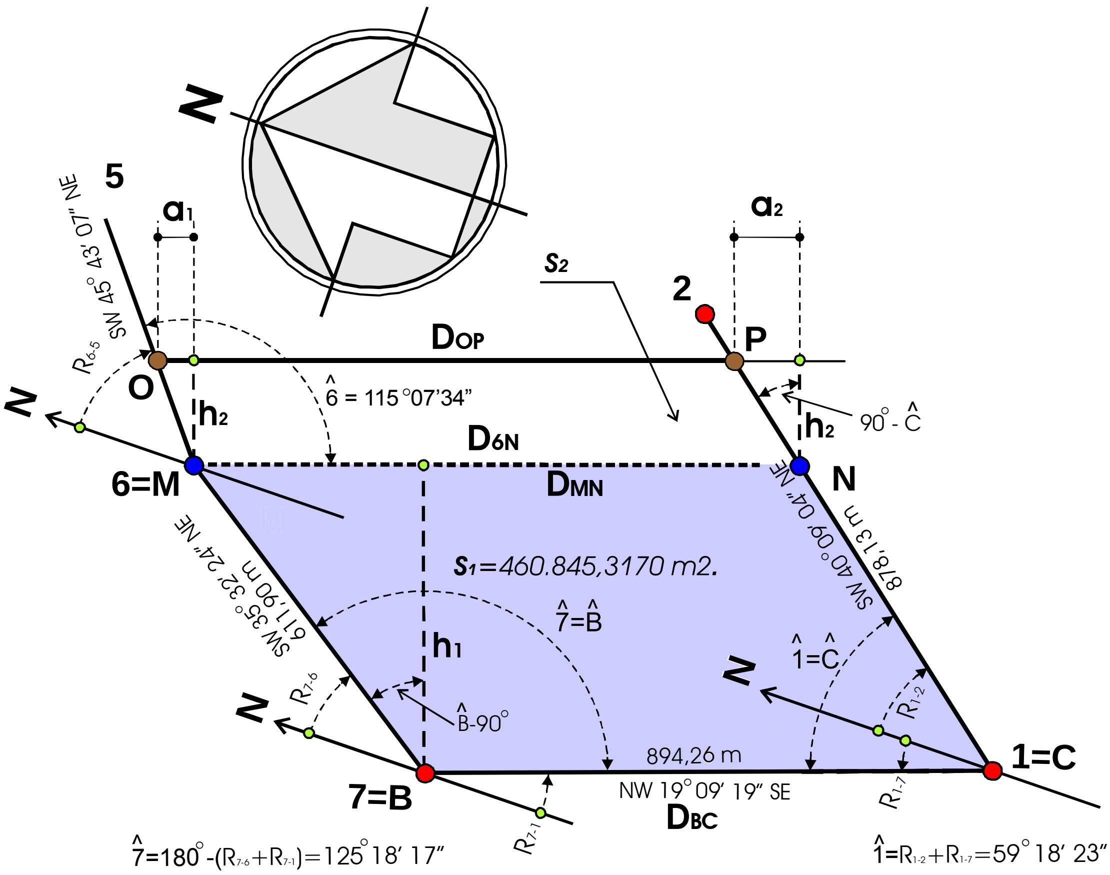


FIGURA 13.5 - Determinação da Área S2.

- DETERMINAÇÃO DE D_{CN} UTILIZANDO A FÓRMULA (13.17)

Será utilizado a altura h_1 para determinação do novo valor de D_{CN}.

$$D_{CN} = \frac{499{,}37}{sen(59^{O}18'23'')}$$

D_{BM} = 580,72 m

- DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DE M

Para o exemplo as coordenadas do ponto M são iguais ao do ponto 6.

- DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DE N

$X_C = X_1 =$ 293,432 m

$Y_C = Y_1$ 0,000 m

$D_{CN} =$ 580,72 m

$Az_{1-2} =$ 40° 09' 04"

$X_N = 293{,}432 + 580{,}72 \times sen(40^{o}09'04'') =$ 667,883 m

$Y_N = 0{,}000 + 580{,}72 \times \cos(40^{o}09'04'') =$ 443,870 m

- CÁLCULO DA ÁREA PARCIAL S_1 (PARCIAL):

Calcula-se a área parcial utilizando as coordenadas dos pontos conforme informado abaixo.

Poligonal (1)-(N)-(6)-(7)-(1):

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
1	293,432	0		0,0000
N	667,883	443,870	130.245,7772	157875,7466
M=6	355,680	1342,656	896.736,9347	0,0000
7	0	844,747	300.459,4705	247875,8017
1	293,432	0	0,0000	
SOMATÓRIO			1.327.442,1824	405.751,5483

$$S_1 = \frac{|1.327.442{,}1824 - 405.751{,}5483|}{2}$$ = 460.845,3170 m².

Sabe-se que a área a ser obtida é de 513.464,9289 m². Portanto, a diferença, ou seja a área a ser obtida será S_2 = 52.619,6119 m².

Deve-se repetir os cálculos adotando-se os seguintes valores: $D_{6N} = 951,4654$ m (Calculado entre os pontos MN)

$\hat{6} =$ 115° 07' 34"

$\hat{C} =$ 59° 18' 23"

$S_2 =$ 52.619,6119 m²

- RECÁLCULOS:
- DETERMINAÇÃO DO VALOR DA DISTÂNCIA (D_{OP}) UTILIZANDO A FÓRMULA (13.14)

$$D_{OP} = \sqrt{(951,4654)^2 - 2 \times 52.619,6119 \times (\cot g(115^O 07'34") + \cot g(59^O 18'23"))}$$

$$D_{OP} = 944,5486 \text{ m}$$

- DETERMINAÇÃO DO VALOR DA DISTÂNCIA (h_2) UTILIZANDO A FÓRMULA (13.15)

$$h_2 = \frac{2 \times 52.619,6119}{951,4654 + 944,5486}$$

$$h_2 = 55,5055 \text{ m}$$

$$S_2 = \frac{(D_{OP} + D_{6N})}{2} \times h = \frac{(944,5486 + 951,4654)}{2} \times 55,5055 = 52.619,6025 \text{ m}^2.$$

Somando-se a área *S2* com a área *S1* tem-se 513.464,9195 m² que está próximo da área desejada (513.464,9289 m²). A diferença encontrada (0,0094 m²) refere-se a aproximação.

- DETERMINAÇÃO DE D_{MO} UTILIZANDO A FÓRMULA (13.16)

$$D_{MO} = \frac{55,5055}{sen(115^O 07'34")}$$

$$D_{MO} = 61,3066 \text{ m} < 607,91 \text{ m} - \text{OK.}$$

- DETERMINAÇÃO DE D_{NP} UTILIZANDO A FÓRMULA (13.17)

$$D_{NP} = \frac{55,5055}{sen(59^O 18'23")}$$

$$D_{NP} = 64,5481 \text{ m} < (878,13 - 580,72) \text{ m} - \text{OK.}$$

- <u>DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DE O.</u>

$X_6 = X_M =$ 355,680 m

$Y_6 = Y_M$ 1342,656 m

$D_{MO} =$ 61,3066 m

$Az_{6-5} =$ 45° 43’ 07”

$X_O = 355{,}680 + 61{,}3066 \times sen(45^o 43'07'') =$ 399,570 m

$Y_O = 1342{,}656 + 61{,}3066 \times \cos(45^o 43'07'') =$ 1.385,459 m

- <u>DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DE N</u>

$X_C = X_1 =$ 293,432 m

$Y_C = Y_1$ 0,000 m

$D_{CP} =$ 645,2669 m

$Az_{1-2} =$ 40° 09’ 04”

$X_P = 293{,}432 + 645{,}2669 \times sen(40^o 09'04'') =$ 709,504 m

$Y_P = 0{,}000 + 645{,}2669 \times \cos(40^o 09'04'') =$ 493,208 m

- <u>CÁLCULO DA ÁREA PARCIAL $S_1 + S_2$:</u>

Calcula-se a área da gleba apartada.

Poligonal (1)-(P)-(O)-(6)-(7)-(1):

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
1	293,432	0		0,0000
P	709,504	493,208	144.722,8668	197071,1448
O	399,570	1385,459	982.988,6637	492780,1731
6	355,680	1342,657	536.486,0538	0,0000
7	0	844,747	300.459,6130	247875,8017
1	293,432	0	0,0000	
SOMATÓRIO			1.964.657,1973	937.727,1196

$$S_{S_1+S_2} = \frac{|1.964.657,1973 - 937.727,1196|}{2} = 513.465,0389 \text{ m}^2.$$

Se compararmos o valor obtido para a divisão (513.465,0389 m²) e o valor de partida (513.464,9289 m²) observa-se uma diferença de (0,1100 m²) referente a aproximações.

- <u>CÁLCULO DA ÁREA REMANESCENTE:</u>

Subtraindo-se da área total a área apartada obtêm-se:

Poligonal (P)-(2)-(3)-(4)-(5)-(O)-(P):

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
P	709,504	493,208		423989,2906
2	859,657	671,198	476.217,5350	857502,4289
3	1.277,57	807,24	693.949,5167	719715,0030
4	891,575	1.394,60	1.781.701,6771	1102982,3542
5	790,894	1.767,09	1.575.492,3752	706076,5365
O	399,570	1.385,459	1.095.751,4682	982988,6637
P	709,504	493,208	197.071,1448	
SOMATÓRIO			5.820.183,7170	4.793.254,2769

$$S_{\text{Re}manescente} = \frac{|5.820.183,7170 - 4.793.254,2769|}{2} = 513.464,7200 \text{ m}^2.$$

- <u>MEMORIAL DESCRITIVO:</u>

Após as conclusões dos cálculos, o Memorial Descritivo deverá ser efetuado:

- Memorial Descritivo da Gleba Total;
- Memorial Descritivo da Gleba paralela ao lado 7-1;
- Memorial Descritivo da Gleba remanescente.

<u>13.2.4. - HIPÓTESE 3 - DIVIDIR A ÁRES EM TRÊS (3) ÁREAS IGUAIS TRAÇANDO UMA PARALELA À LINHA 1-2.</u>

Da figura 13.7 observa-se que existirá um triângulo formado pelos pontos (2)-(3)-(A) do qual se deve calcular a área e descontar da área que será obtida para a divisão proposta.

- <u>RELEMBRANDO:</u>

Calcular primeiramente a intersecção da reta que contem os pontos 1-2 e a reta que contem os pontos 3-4.

Da geometria analítica revisamos como obter as equações das retas, sua inclinação e interseção.

Para encontrar os parâmetros a e b da reta $y = ax + b$ basta considerar que a representa a sua inclinação e b o valor da ordenada y da reta para o qual a abscissa x é nula.

Como a equação da reta nos deixa 2 parâmetros a serem determinados (a e b), podemos utilizar o método da geometria analítica, ou seja, tomamos 2 pontos (x e y) e escrevemos a equação da reta para cada um deles. Com isso teremos 2 equações e 2 parâmetros a determinar. Basta resolver o sistema para obtermos a e b.

O importante é que os pontos escolhidos estejam bem afastados, e sobre a reta, para evitar que pequenos erros nas suas coordenadas acarretem grandes diferenças nos cálculos dos coeficientes (figura 13.6).

Sejam os pontos escolhidos $P_1(X_1;Y_1)$ e $P_2(X_2;Y_2)$. Então:

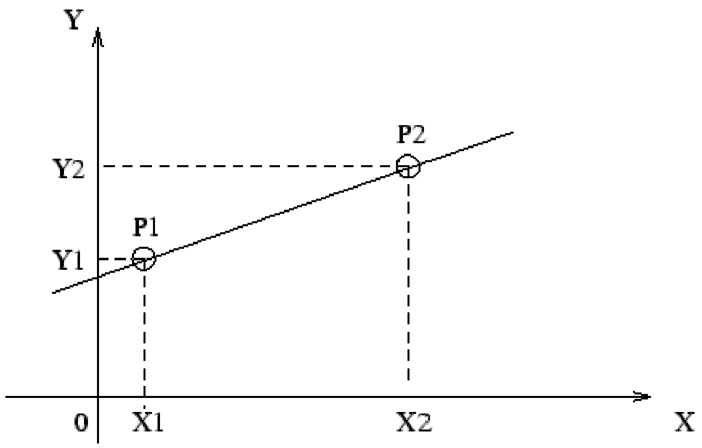


FIGURA 13.6 – Uma reta passando por dois pontos P_1 e P_2

$$Y_1 = aX_1 + b \tag{13.18}$$

$$Y_2 = aX_2 + b \tag{13.19}$$

Resolvendo o sistema, fazendo (13.19) – (13.18):

$$Y_2 - Y_1 = a(X_2 - X_1)$$

$$a = \frac{(Y_2 - Y_1)}{(X_2 - X_1)} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \qquad (13.20)$$

Substituindo (13.20) em (13.18):

$$Y_1 = \frac{\Delta Y}{\Delta X} X_1 + b$$

$$b = Y_1 - \frac{\Delta Y}{\Delta X} X_1 \qquad (13.21)$$

- <u>DETERMINAR AS EQUAÇÕES DAS RETAS FORMADAS PELOS PONTOS 1-2 e 3-4:</u>

Para os pontos: *P₁(*293,432 *;* 0,000*)*

*P₂(*859,657 *;* 671,198*)*

Mas: $\Delta Y = Y_2 - Y_1 = 671{,}198 - 0{,}000 = 671{,}198$ m

$\Delta X = X_2 - X_1 = 859{,}657 - 293{,}432 = 566{,}225$ m

Portanto:

$$y_{1-2} = \frac{671{,}198}{566{,}225} x_{1-2} + (0 - \frac{671{,}198}{566{,}225} \times 293{,}432)$$

$$\boxed{y_{1-2} = 1{,}185390966 \cdot x_{1-2} - 347{,}8316421} \qquad (13.22)$$

Analogamente, para os pontos: *P₃(*1.277,570 *;* 807,240*)*

*P₄(*891,575 *;* 1.394,602*)*

$$\boxed{y_{3-4} = \text{-}1{,}521682923 \cdot x_{3-4} + 2751{,}296452} \qquad (13.23)$$

No ponto de interseção $y = y_{1-2} = y_{3-4}$ e $x = x_{1-2} = x_{3-4}$ determinaremos o ponto “A”.

Igualando (13.22) e (13.23) e resolvendo:

$x = 1144{,}825823$ m

$y = 1009{,}234547$ m

- <u>CÁLCULO DA ÁREA DO TRIÂNGULO S_1:</u>

Poligonal (2)-(3)-(A)-(2):

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
2	859,657	671,198		857502,4289
3	1277,570	807,240	693.949,5167	924149,1975
A	1144,825823	1009,234547	1.289.367,7802	867595,5429
2	859,657	671,198	768.404,8029	
SOMATÓRIO			2.751.722,0998	2.649.247,1693

$$S_1 = \frac{|2.751.722{,}0998 - 2.649.247{,}1693|}{2} = 51.237{,}4652 \text{ m}^2.$$

O exemplo solicita que a área original seja dividida em 3 partes iguais, traçando-se uma paralela ao lado 1-2.

Portanto, a área da primeira gleba será:

$\text{Área}_{\text{total}}$	=	1.026.929,8578 m²
$\text{Área}_{\text{Gleba 1}}$	=	342.309,9523 m²
Área_{S1} (-)	=	51.237,4652 m²
$\text{Área}_{\text{Complementar}}$	=	291.072,4871 m²

- <u>DETERMINAÇÃO DO VALOR DA DISTÂNCIA (D_{MN}) UTILIZANDO A FÓRMULA (13.14)</u>

$$D_{MN} = \sqrt{(1320{,}3885)^2 - 2 \times 291.072{,}4871 \times (\cot g(106^{O}32'14'') + \cot g(59^{O}18'23''))}$$

$$D_{MN} = 1253{,}2804 \text{ m}$$

- <u>DETERMINAÇÃO DO VALOR DA DISTÂNCIA (h) UTILIZANDO A FÓRMULA (13.15) e CÁLCULO DA ÁREA</u>

$$h = \frac{2 \times 291.072{,}4871}{1253{,}2804 + 1320{,}3885}$$

$$h = 226{,}1926 \text{ m}$$

$$S = \frac{(D_{MN} + D_{BC})}{2} \times h = \frac{(1253{,}2804 + 1320{,}3885)}{2} \times 226{,}1926 = 291.072{,}4871 \text{ m2}.$$

- **DETERMINAÇÃO DE D_{1-M} UTILIZANDO A FÓRMULA (13.16)**

$$D_{1-M} = \frac{226{,}1926}{sen(59^{O}18'23'')} = 263{,}0425 \text{ m} < 894{,}26 \text{ m}$$

- **DETERMINAÇÃO DE D_{A-N} UTILIZANDO A FÓRMULA (13.16)**

$$D_{A-N} = \frac{226{,}1926}{sen(106^{O}32'14'')} = 235{,}9528 \text{ m} < 461{,}1319 \text{ m}$$

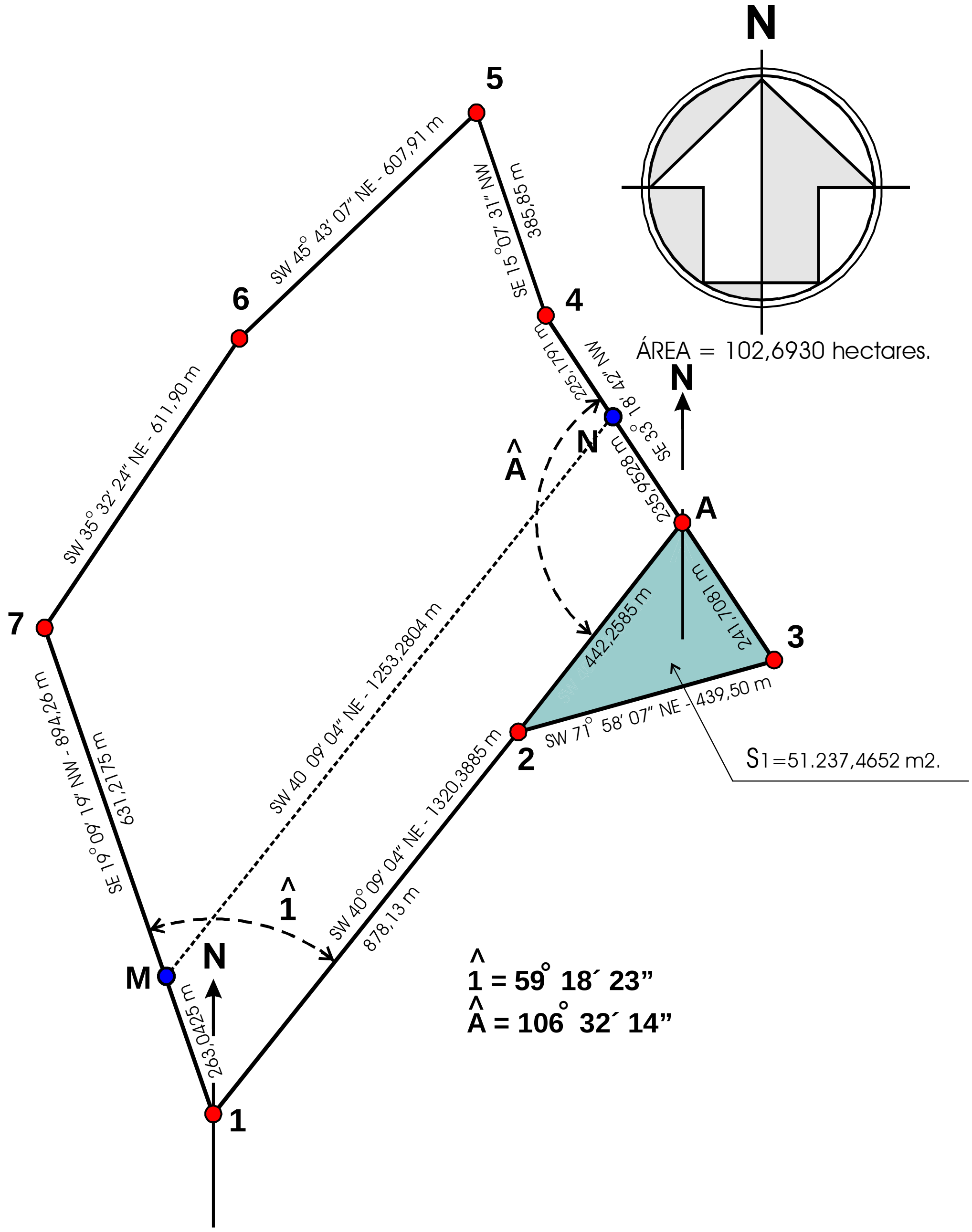


FIGURA 13.7 – Hipótese 3 – Primeira Gleba.

- <u>DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DE M.</u>

$X_1 =$ 293,432 m

$Y_1 =$ 0,000 m

$D_{1-M} =$ 263,0425 m

$Az_{1-7} =$ 340° 50’ 41”

$X_M = 293{,}432 + 263{,}0425 \times sen(340^o 50'41'') =$ 207,120 m

$Y_M = 0{,}000 + 263{,}0425 \times \cos(340^o 50'41'') =$ 248,479 m

- <u>DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DE N</u>

$X_A =$ 1.144,8258 m

$Y_A =$ 1009,2345 m

$D_{A-N} =$ 235,9528 m

$Az_{3-4} =$ 326° 41’ 18”

$X_N = 1144{,}8258 + 235{,}9528 \times sen(326^o 41'18'') =$ 1.015,242 m

$Y_N = 1009{,}2345 + 235{,}9528 \times \cos(326^o 41'18'') =$ 1.206,419 m

- <u>CÁLCULO DA ÁREA DA GLEBA 1 (1/3 DA ÁREA TOTAL)</u>

Poligonal (1)-(2)-(3)-(N)-(M)-(1):

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
1	293,4320	0,0000		0,0000
2	859,6570	671,1980	196.950,9715	857502,4289
3	1.277,5700	807,2400	693.949,5167	819544,0934
N	1.015,2422	1.206,4192	1.541.284,9840	249873,5684
M	207,1200	248,4786	252.265,9217	72911,5631
1	293,4320	0,0000	0,0000	
SOMATÓRIO			2.684.451,3939	1.999.831,6537

$S_{GLEBA-1} = \dfrac{|2.684.451{,}3939 - 1.999.831{,}6537|}{2} =$ 342.309,8701 m².

Se compararmos o valor obtido para a divisão (342.309,3939 m²) e o valor de partida (342.309,9523 m²) observa-se uma diferença de (0,5584 m²) referente a aproximações.

- <u>CÁLCULO DA ÁREA DA GLEBA REMANESCENTE (2/3 DA ÁREA TOTAL)</u>

Poligonal (M)-(N)-(4)-(5)-(6)-(7)-(M):

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
M	207,1200	248,4786		252265,9217
N	1.015,2422	1.206,4192	249.873,5684	1075613,2029
4	891,5750	1.394,6020	1.415.858,7678	1102982,3542
5	790,8940	1.767,0890	1.575.492,3752	628518,2155
6	355,6800	1.342,6570	1.061.899,3654	0,0000
7	0,0000	844,7470	300.459,6130	174964,0144
M	207,1200	248,4786	0,0000	
SOMATÓRIO			4.603.583,6897	3.234.343,7088

$$S_{GLEBA-2+GLETA-3} = \frac{|4.603.583,6897 - 3.234.343,7088|}{2} = 684.619,9905 \text{ m}^2.$$

A gleba remanescente representa 2/3 da gleba total.

- <u>CÁLCULO DA ÁREA DA GLEBA 2 (1/3 DA ÁREA TOTAL)</u>

Repetindo-se os cálculos observados para o cálculo da Gleba 1, os dados necessários são determinados no croqui da área apresentado na figura 13.8.

O procedimento de cálculo é o seguinte:

1 - Calcula-se o valor de $\boldsymbol{h}$ para a $\boldsymbol{D_{N\text{-}4}}$ = 225,1791 m para o ângulo $\hat{N}$ = 106º 32’ 14”.

Resposta: $= h = 215{,}86$ m

2 – Determinado o valor de h calcula-se a $D_{M\text{-}O}$ e as coordenadas do ponto O;

Resposta: $= D_{M\text{-}O} = 251{,}0318$ m

Resposta: $= O = (124{,}749\ ;\ 485{,}611)$

3 – Com as coordenadas do ponto O, determina-se a distância $D_{O\text{-}4}$;

Resposta: $= D_{O\text{-}4} = 1.189{,}2375$ m

4 – Calcula-se a área parcial da GLEBA 2;

Poligonal (M)-(N)-(4)-(O)-(M):

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
M	207,1200	248,4786		252265,9217
N	1.015,2422	1.206,4192	249.873,5684	1075613,2029
4	891,5750	1.394,6020	1.415.858,7678	173975,3365
O	124,7491	485,6115	432.959,0329	100579,8536
M	207,1200	248,4786	30.997,4763	
SOMATÓRIO			2.129.688,8454	1.602.434,3148

$$S_{GLEBA-2-PARCIAL} = \frac{|2.129.688{,}8454 - 1.602.434{,}3148|}{2} = 263.627{,}2653\ \ m^2.$$

Com o valor da área parcial da GLEBA 2, determina-se a área complementar:

$\text{Área}_{\text{Gleba 2}}$		=	342.309,9523 m^2
Área_{S1}	(-)	=	263.627,2653 m^2
$\text{Área}_{\text{Complementar}}$		=	78.682,6870 m^2

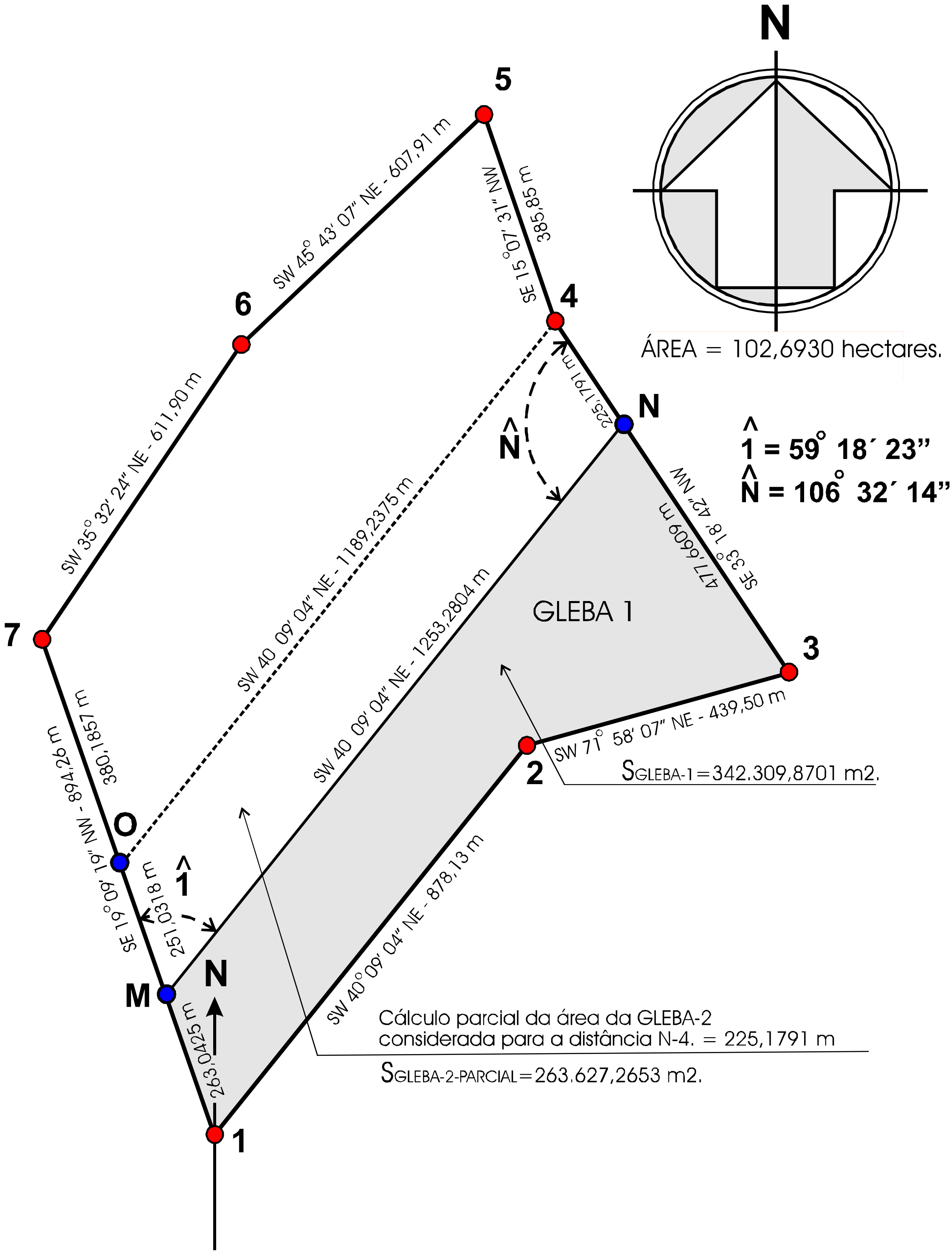


FIGURA 13.8 – Hipótese 3 – Segunda Gleba – Parcial.

5 – Repetem-se os cálculos para determinar a área complementar após mudança do ângulo no ponto “4”.

6 – Repetem-se os cálculos para determinar a área complementar, perfazendo o valor inicialmente preconizado.

Dados obtidos da (figura 13.8):

D_{O-4} = 1.189,2375 m

$\hat{O}$ = 59° 18´ 23”

$\hat{4}$ = 124° 43´ 25”

$S_{Complementar}$ = 78.682,6870 m2.

- DETERMINAÇÃO DO VALOR DA DISTÂNCIA (D_{PQ}) UTILIZANDO A FÓRMULA (13.14)

$$D_{PQ} = \sqrt{(1189{,}2375)^2 - 2 \times 78.682{,}6870 \times (\cot g(124^O 43'25'') + \cot g(59^O 18'23''))}$$

$$D_{PQ} = 1.195{,}7984 \text{ m}$$

- DETERMINAÇÃO DO VALOR DA DISTÂNCIA (h) UTILIZANDO A FÓRMULA (13.15) e CÁLCULO DA ÁREA

$$h = \frac{2 \times 78.682{,}6870}{1189{,}2375 + 1195{,}7984}$$

$$h = 65{,}9803 \text{ m}$$

$$S = \frac{(D_{PQ} + D_{O-4})}{2} \times h = \frac{(1195{,}7984 + 1189{,}2375)}{2} \times 65{,}9803 = 78.682{,}6870 \text{ m2.}$$

- DETERMINAÇÃO DE D_{O-P} UTILIZANDO A FÓRMULA (13.16)

$$D_{O-P} = \frac{65,9803}{sen(59^O 18'23'')} = 76,7294 \text{ m} < 380,1857 \text{ m}$$

- <u>DETERMINAÇÃO DE D_{4-Q} UTILIZANDO A FÓRMULA (13.16)</u>

$$D_{4-Q} = \frac{65,9803}{sen(124^O 43'25'')} = 80,2769 \text{ m} < 385,85 \text{ m}$$

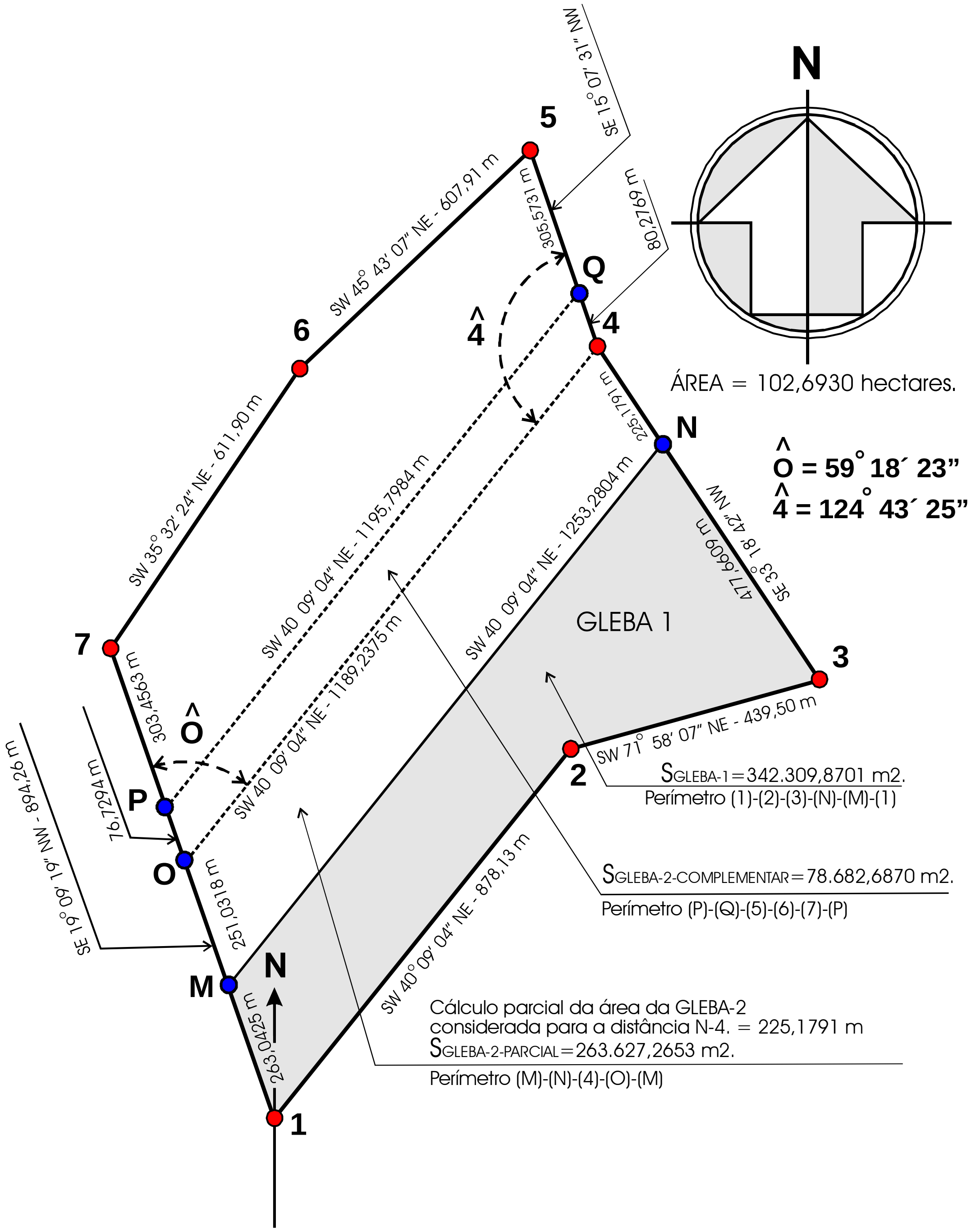


FIGURA 13.9 – Hipótese 3 – Segunda Gleba – Área Complementar.

- <u>DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DE P.</u>

$X_1 =$ 293,432 m

$Y_1 =$ 0,000 m

$Az_{1-7} =$ 340º 50’ 41”

$D_{1-P} =$ 590,8037 m

$X_P = 293{,}432 + 590{,}8037 \times sen(340^o 50'41'') =$ 99,572 m

$Y_P = 0{,}000 + 590{,}8037 \times \cos(340^o 50'41'') =$ 558,093 m

- <u>DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DE Q</u>

$X_4 =$ 1.144,8258 m

$Az_{4-5} =$ 344º 52’ 29”

$Y_4 =$ 1009,2345 m

$D_{4-Q} =$ 80,2769 m

$X_Q = 1144{,}8258 + 80{,}2769 \times sen(344^o 52'29'') =$ 1.123,879 m

$Y_Q = 1009{,}2345 + 80{,}2769 \times \cos(344^o 52'29'') =$ 1.086,730 m

- <u>CÁLCULO DA ÁREA DA GLEBA 2 (1/3 DA ÁREA TOTAL)</u>

Poligonal (M)-(N)-(4)-(Q)-(P)-(M):

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
M	207,1200	248,4786		252265,9217
N	1.015,2422	1.206,4192	249.873,5684	1075613,2029
4	891,5750	1.394,6020	1.415.858,7678	1214179,9878
Q	870,6283	1.472,0979	1.312.485,6996	146579,6282
P	99,5719	558,0925	485.891,1681	115592,1376
M	207,1200	248,4786	24.741,4902	
SOMATÓRIO			3.488.850,6940	2.804.230,8782

$$S_{GLEBA-2} = \frac{|3.488.850,6940 - 2.804.230,8782|}{2} = 342.309,9079 \text{ m}^2.$$

Diferença de 0,0444 m² em relação ao valor de partida (erro de aproximação).

- <u>CÁLCULO DA ÁREA DA GLEBA 3 (1/3 DA ÁREA TOTAL)</u>

Poligonal (P)-(Q)-(5)-(6)-(7)-(P):

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS	
	X	Y	POSITIVOS	NEGATIVOS
P	99,5719	558,0925		485891,1681
Q	870,6283	1.472,0979	146.579,6282	1164273,4093
5	790,8940	1.767,0890	1.538.477,7166	628518,2155
6	355,6800	1.342,6570	1.061.899,3654	0,0000
7	0,0000	844,7470	300.459,6130	84113,0878
P	99,5719	558,0925	0,0000	
SOMATÓRIO			3.047.416,3231	2.362.795,8807

$$S_{GLEBA-3} = \frac{|3.047.416,3231 - 2.362.795,8807|}{2} = 342.310,2212 \text{ m}^2.$$

Diferença de 0,2689 m² em relação ao valor de partida (erro de aproximação).

- <u>RESUMO</u>

Após o cálculo de cada GLEBA, apresenta-se um resumo (tabela 13.2) e um croqui representado pela figura 13.10.

GLEBA	ÁREA		
	(m2)	Hectares	Álq. Paulista
1	342.309,8701	34,2310	14,1450
2	342.309,9079	34,2310	14,1450
3	342.310,2212	34,2310	14,1451
SOMA	1.026.929,9992	102,6930	42,4351

TABELA 13.2 - Quadro Resumo de Áreas

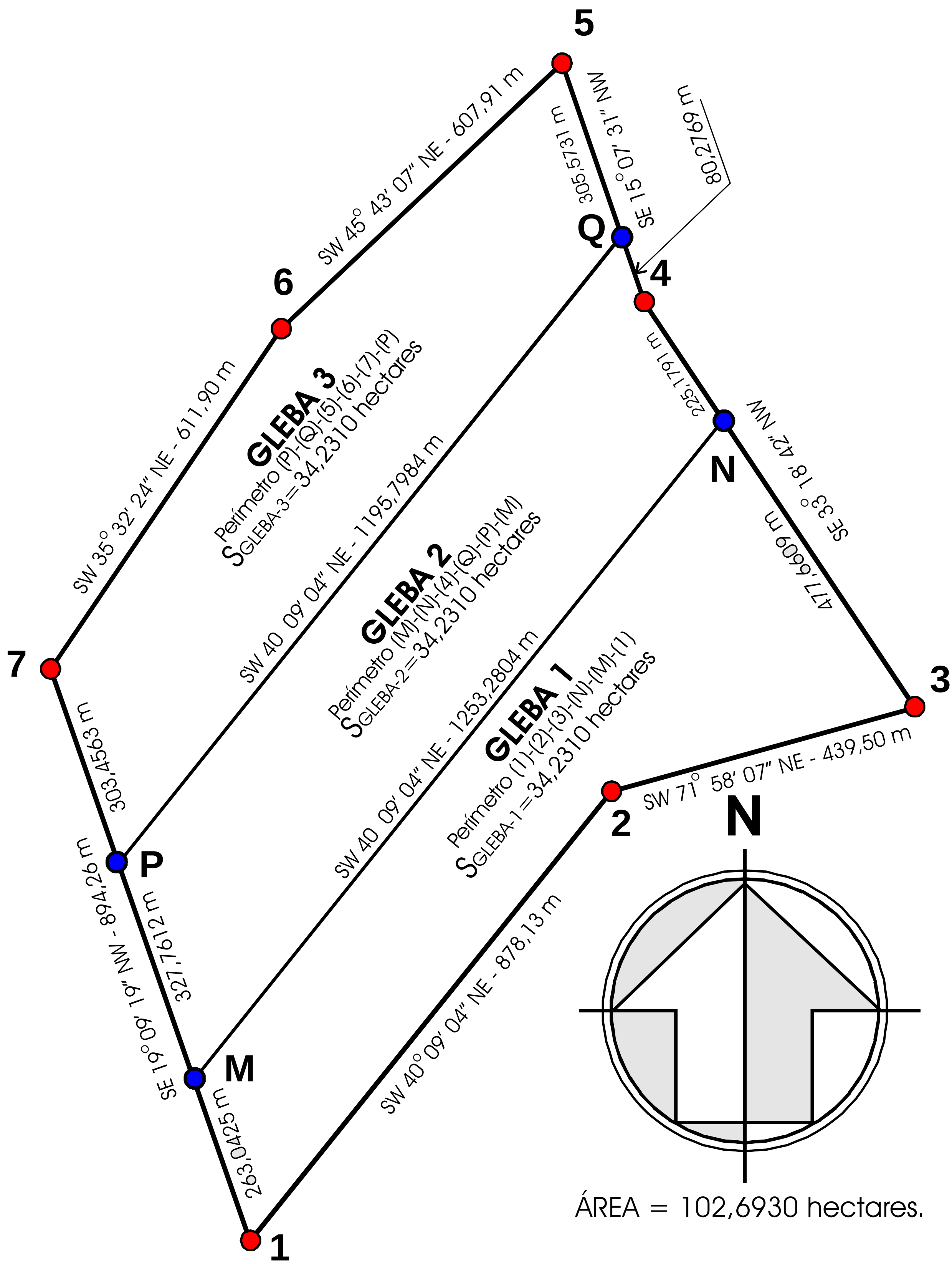


FIGURA 13.10 – Hipótese 3 – Croqui.

CAPÍTULO 14

LOCAÇÕES DE OBRAS

14 – LOCAÇÕES DE OBRAS

14.1 – GENERALIDADES

Segundo (CORREA, I. C. S) levantamentos para locação de obras podem ser de maior ou menor complexidade, dependendo da forma do terreno, da importância da estrutura a ser locada e da amplitude da obra. Entretanto, quatro tipos de trabalhos topográficos se fazem necessários para a locação de obras:

1) **Levantamento preliminar, o qual consiste em um levantamento topográfico da superfície que incluirá a estrutura a ser construída;**
2) **Levantamento para o projeto o qual consiste na obtenção de dados de detalhamento para a confecção do projeto da obra;**
3) **Levantamento de controle, o qual consiste em obtenção e confirmação de dados que permitam a locação da obra com grande precisão;**
4) **Locação da obra, a qual consiste na determinação dos pontos, em campo, que permitirão o início da construção da obra.**

Consiste na operação inversa do levantamento. No **levantamento**, também chamado de medição, o profissional vai ao terreno obter medidas de ângulos e distâncias para, no escritório, calcular e desenhar. Na **locação**, também chamada de marcação, os dados foram previamente elaborados no escritório através de um projeto. O projeto da obra, no entanto, deverá ser implantado no terreno. Para isso, o profissional, munido dos dados do projeto, irá locá-los no terreno.

Basicamente a locação pode ser efetuada usando-se os dois sistemas:

1) **Sistema de coordenadas retangulares (cartesianas)**: melhores para locar alinhamentos.
2) **Sistema de coordenadas polares (direção e distância)**: para locar pontos

Um bom levantamento prévio do terreno é de fundamental importância, pois fornece informações necessárias e indispensáveis para o desenvolvimento de um bom projeto executivo ou estrutural.

O engenheiro responsável pela obra tem o dever de locar sua obra ou contratar um profissional habilitado para tal procedimento. A verificação se o construtor, mestre de obra ou encarregado tem realmente condições de efetuar parcialmente ou total controle na obra e efetuar uma fiscalização durante todas as etapas de execução. É sabido que toda a responsabilidade sobre eventuais falhas recairá sobre o engenheiro ou arquiteto responsável pela obra.

Na grande maioria dos casos, negligenciar esta etapa acarretará fatalmente grandes despesas no futuro.

14.2 – LOCAÇÃO DE RESIDÊNCIAS E SOBRADOS

O processo de locação de uma residência é praticamente semelhante ao de um prédio com vários andares. Difere apenas no controle da verticalidade e transferência dos alinhamentos para os andares superiores e que estudaremos no desenvolvimento do nosso curso.

Para as locações dos pilares, blocos, sapatas isoladas ou corridas, estacas ou tubulões, vigas baldrames e as paredes devemos preparar a planta de arquitetura e estrutura. Como os alinhamentos são à base do projeto, os usos das coordenadas retangulares é mais favorável.

Os engenheiros calculistas normalmente entregam ao engenheiro de obra os cálculos estruturais constando de dimensões das vigas, pilares e demais elementos estruturais. Devemos exigir, quando da contratação destes profissionais, os seguintes elementos, para facilitar os trabalhos na obra:

- Planta de locação do *gabarito*, no sistema de coordenadas retangulares;
- Planta de amarração dos eixos aos demais elementos estruturais (estacas, tubulões, blocos, pilares e vigas baldrames);
- Cotas de arrasamentos das sapatas, estacas ou tubulões.

14.2.1. - PROCEDIMENTO

Para um bom controle de locação de uma residência ou prédio devemos seguir os seguintes passos:

- De posse da planta com os eixos, loca-se a posição do *gabarito* que deve contornar a área de construção, observando-se uma folga entre as paredes e o sarrafo de 1,30 a 1,50 metros para que os pontaletes (de caibros ou eucaliptos) possam ser utilizados como futuras "passarelas" dos andaimes (Figura 14.1a e 14.1b).
- Locam-se, aleatoriamente, dois eixos no sentido longitudinal e dois no sentido transversal, amarrando-os às divisas do terreno, e observando a perfeita ortogonalidade dos mesmos (Figura 14.2). Após tal locação, esticam-se as linhas e verifica-se a medida das duas diagonais do retângulo. Se estas diagonais tiverem o mesmo valor significa que construímos ou demarcamos realmente um quadrilátero.
- Caso ocorra diferença devemos verificar e corrigir eventuais erros. Somente após a total correção é que deveremos continuar a locação da obra.

Figura 14.1a – Implantação de um gabarito.

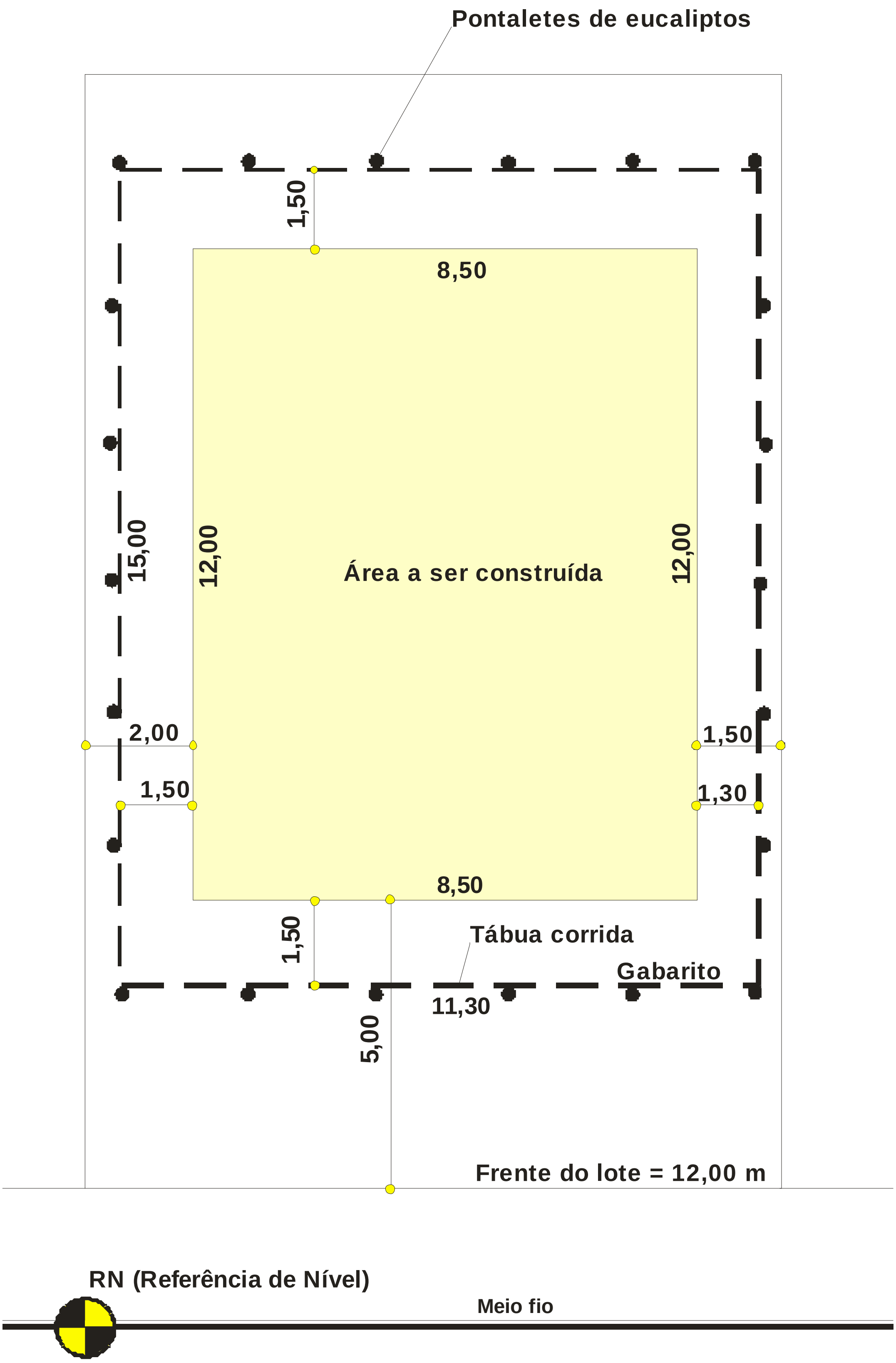


Figura 14.1b – Implantação de um gabarito.

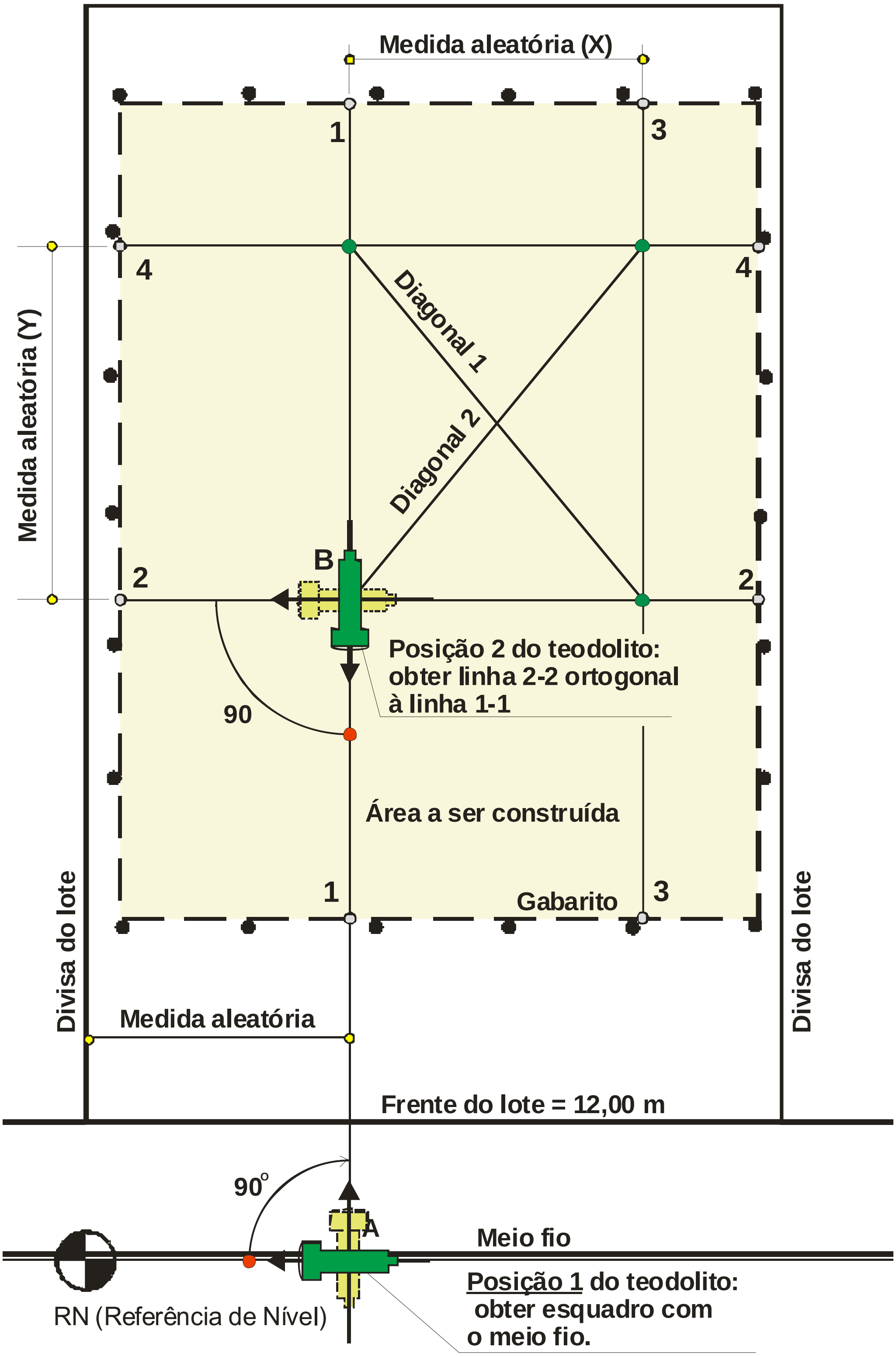


Figura 14.2 - Esquadro

- Concluída a verificação da ortogonalidade dos eixos aleatórios é que iniciaremos a locação dos diversos eixos fornecidos pelo projetista estrutural. Após a demarcação desses eixos, amarram-se a eles as respectivas estacas ou tubulões, pilares, blocos, vigas baldrames e paredes. A amarração deve ser efetuada sempre pelos eixos. A fixação dos eixos e feito por intermédio de cravação de pregos nas quatro faces do gabarito, como mostra a figura 14.3. Por exemplo, a estaca *X* tem seu local fixado pela interseção de duas linhas esticadas: uma do prego "Ax" ao prego "Ax" e outra do prego "Ay" ao "Ay". Depois de terminada a cravação de todos os pregos necessários, iremos esticando linhas 2 a 2 e as interseções estarão nos mesmo prumos do local escolhido pelo projeto para a cravação das estacas ou tubulões. Porém, como o cruzamento das linhas poderá estar muito acima da superfície do solo, por intermédio de um prumo levamos a vertical até o chão e nele cravamos pequenas estacas de madeira (piquetes) que deverão ser pintados com cores berrantes para a sua fácil identificação posterior.

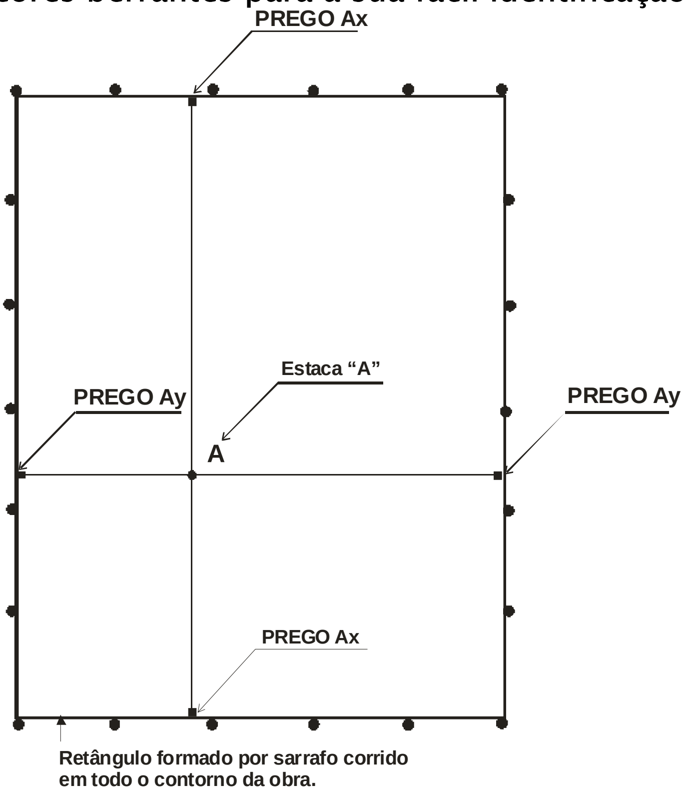


Figura 14.3 – Início da marcação

- Locação dos diversos eixos fornecidos pelo projetista estrutural (folha 14.4).

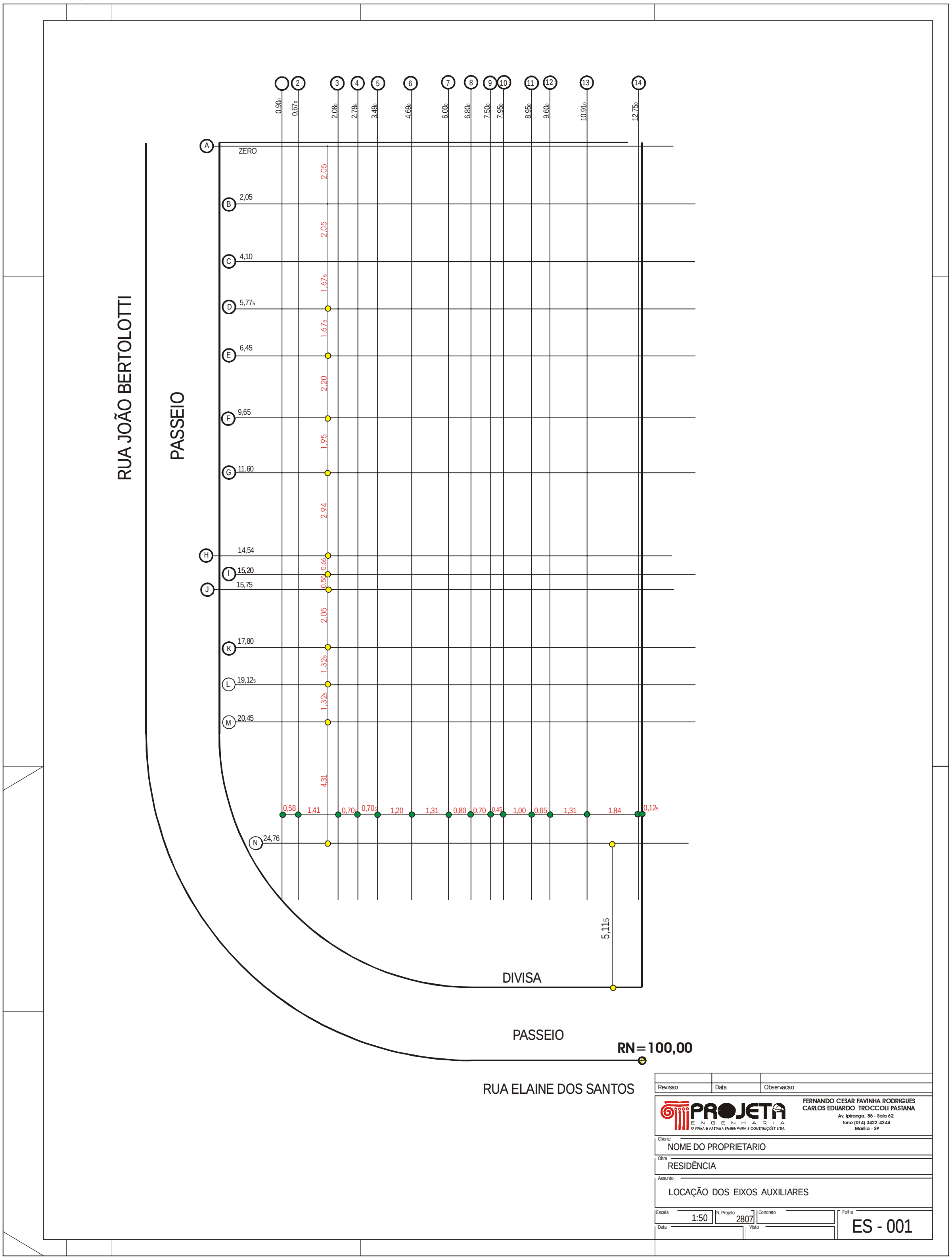


Figura 14.4 – Locação dos Eixos Auxiliares – Construção Assobradada
(Trabalho Profissional apresentado pela empresa Projeta Engenharia)

- Após as locações dos eixos, loca-se os elementos de fundações (figura 14.5, 14.5a e 14.5b) (estacas, tubulões, sapatas, etc.). Apresenta-se um exemplo com locação de estacas do tipo "Strauss" ou tipo Soquetão. Observar que cada estaca apresenta a indicação da Cota de Arrasamento.

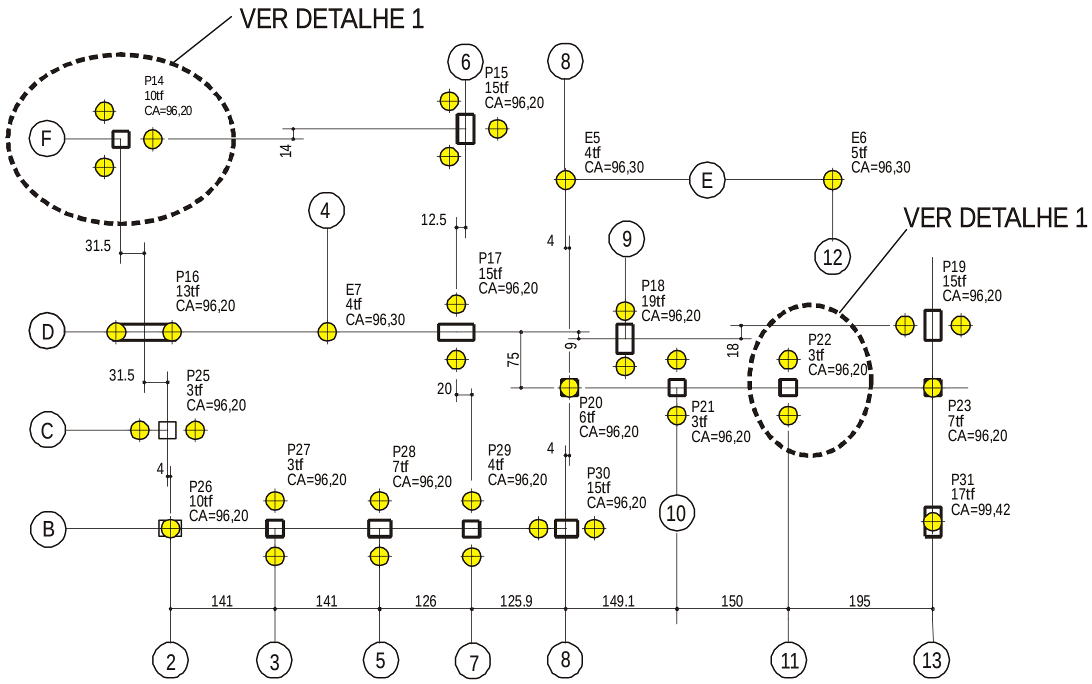
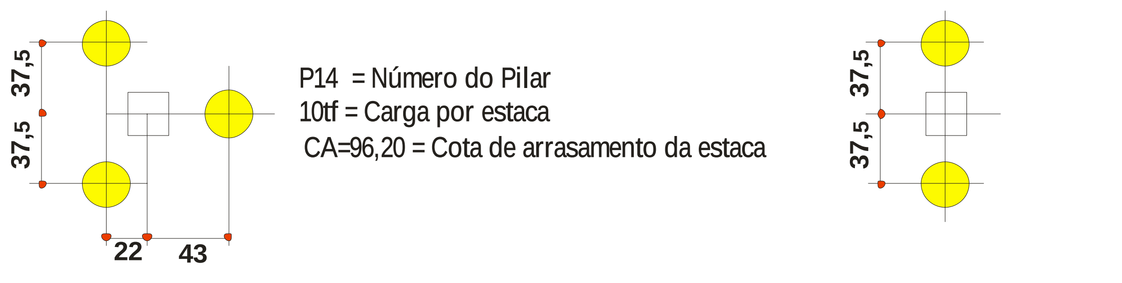


Figura 14.5 – Locações de Estacas



BLOCO 3 ESTACAS **BLOCO 2 ESTACAS**

Figura 14.5a – Detalhe 1

Figura 14.5b - Transferência do ponto para o terreno.

- Deve-se ainda, transferir a cota do RN para o gabarito. Com esta cota do gabarito podemos marcar todas as cotas de arrasamento das estacas (Figura 14.6a e 14.6b).
-

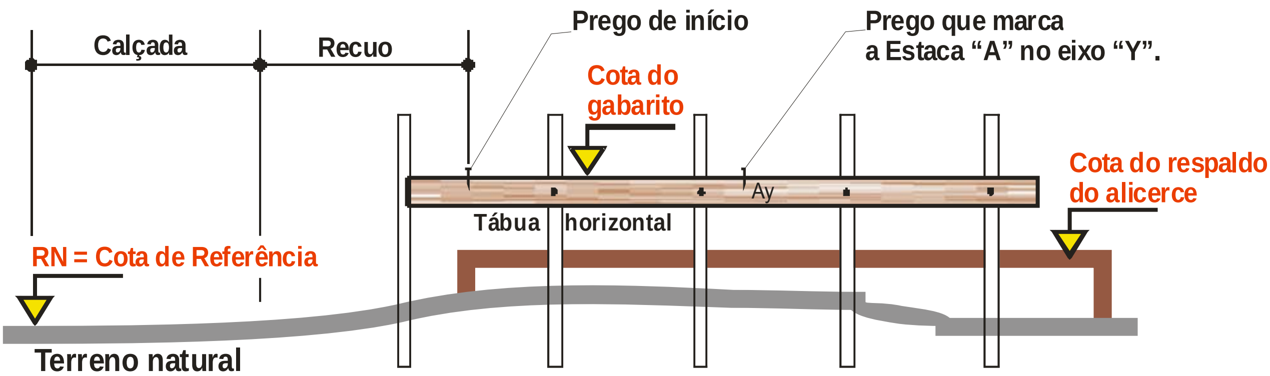


Figura 14.6.a - Transferência da Referência de Nível (RN)

Figura 14.6.b - Transferência da Referência de Nível (RN)

• Identificar as estacas ou tubulões em função da cota de arrasamento. Preparar para o mestre, encarregado, construtor ou operador de máquina do estaqueamento uma *galga* para cada valor de arrasamento (Figura 14.7). Esta *galga* deve ter como referência a cota da parte superior do gabarito.

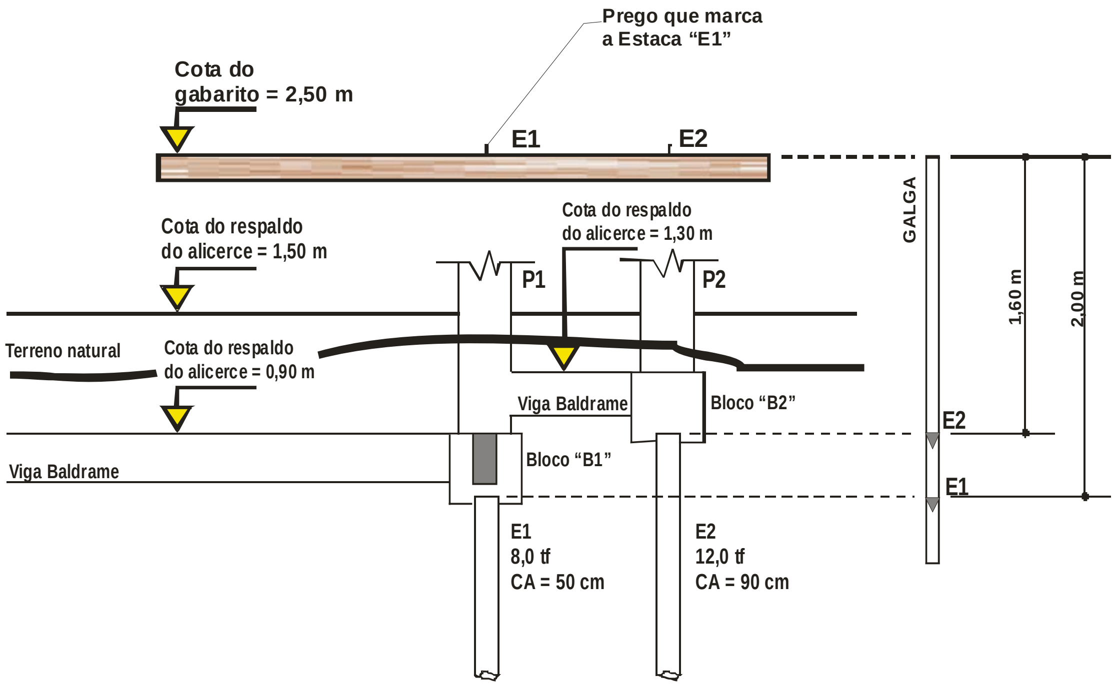


Figura 14.7 – Determinação da cota de arrasamento das estacas.

• Após a conclusão das locações dos eixos, caberá ao mestre de obra ou construtor a colocação de pregos laterais que marquem a largura necessária para abertura da vala, das vigas baldrames e paredes. A Figura 14.8 mostra um conjunto de pregos que 2 a 2 marcam com 12 cm a largura da parede (só tijolo, sem revestimento), com 20 cm a largura da viga baldrame (dado em função do projeto estrutural, normalmente coincidem com a largura da parede) e com 40 cm a largura da vala. Este último par de pregos pode ser dispensado, sendo que os pedreiros abrem a vala um pouco maior do que a largura do alicerce. É importante também o controle da profundidade da vala, controlada através de uma *galga*.

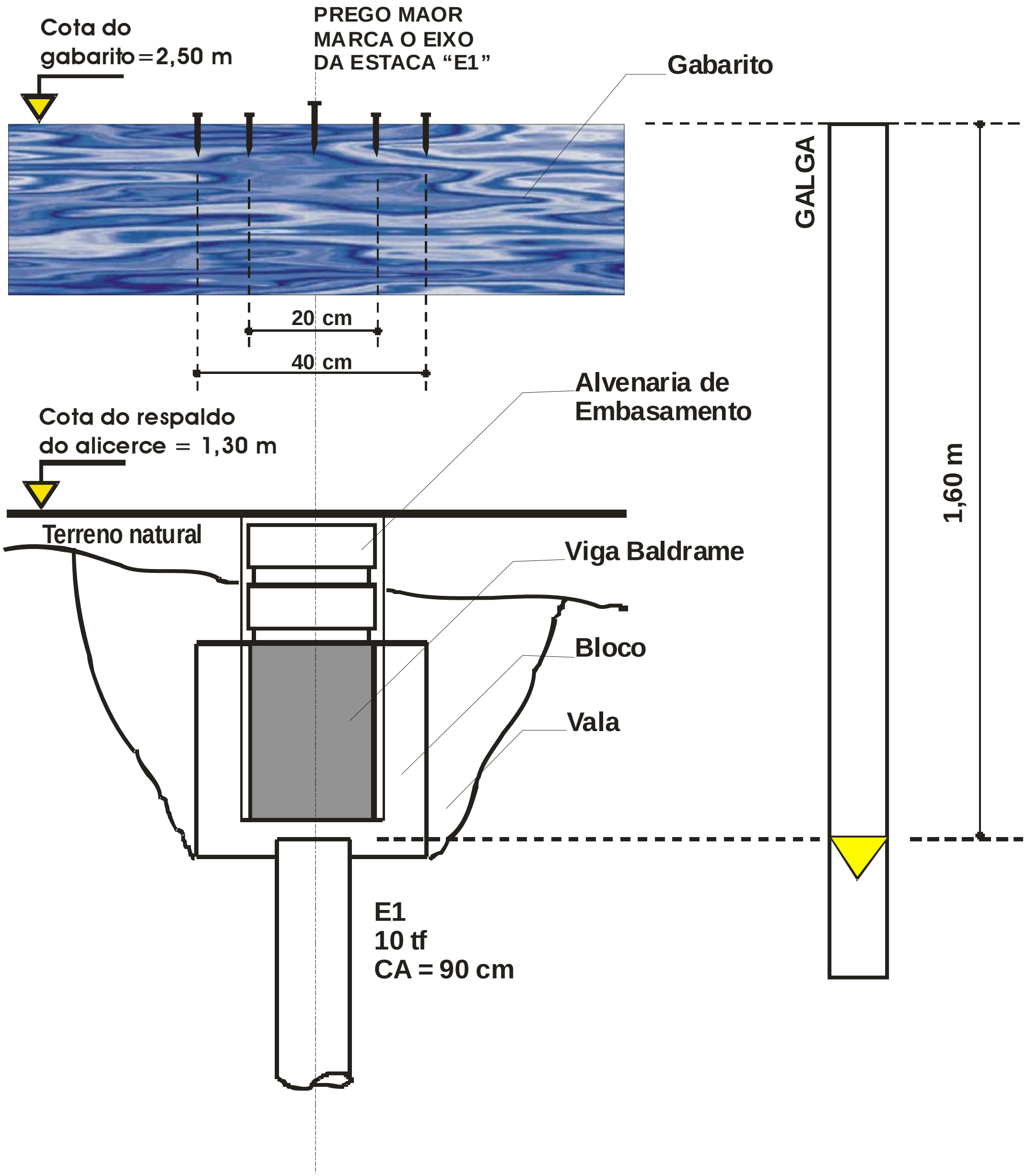


Figura 14.8 – Marcação das vigas baldrames.

14.3 – LOCAÇÃO DE PRÉDIOS

O processo de locação de um edifício não significa apenas sua locação no plano. É necessário observar as diversas cotas de apoio e de arrasamento para

sapatas, blocos, tubulões ou estacas. Não observar tal arrasamento fatalmente acarretará grandes prejuízos, um gasto adicional desnecessário e grandes dificuldades de execução.
O que diferencia a locação de um prédio com vários andares é o controle da sua verticalidade.

Para tanto, entraremos diretamente no assunto, mostrando como o engenheiro ou arquiteto de obra deve proceder para conseguir um bom resultado.

14.3.1. - PROCEDIMENTO

A figura 14.9 ilustra os cuidados que se deve ter quando da construção de um prédio com vários subsolos onde será necessária a construção de escoramentos provisórios. No exemplo será considerado um projeto com 4 subsolos com o seguinte quadro de cotas

COTAS DE IMPLANTAÇÃO	
TÉRREO	= 99,95
1°. SUB-SOLO	= 95,90
2°. SUB-SOLO	= 92,70
3°. SUB-SOLO	= 89,50
4°. SUB-SOLO	= 86,30

Cuidados:

1) A locação da obra deverá ser feita pela planta do projetista estrutural.

2) Verificar a compatibilidade da cota do RN de arquitetura e o adotado pela estrutura. Qualquer divergência contatar os referidos profissionais.

3) A solução de escoramento provisório utilizando tirantes dentro de propriedades vizinhas ou vias públicas está condicionada à respectiva autorização. Caso contrário a decisão de executar esta solução é de responsabilidade exclusiva da construtora / proprietária.

4) Caso a perfuração de qualquer tirante atinja algum obstáculo, parar imediatamente e procurar a solução.

5) Caso não haja certeza de que no prazo de 2 anos os tirantes possam ser desativados, os mesmos deverão ter proteção dupla anti-corrosiva nos moldes de tirantes permanentes.

Figura 14.9 – Cuidados para locação de um prédio.

6) Projeto do gabarito, conforme figura 14.10.

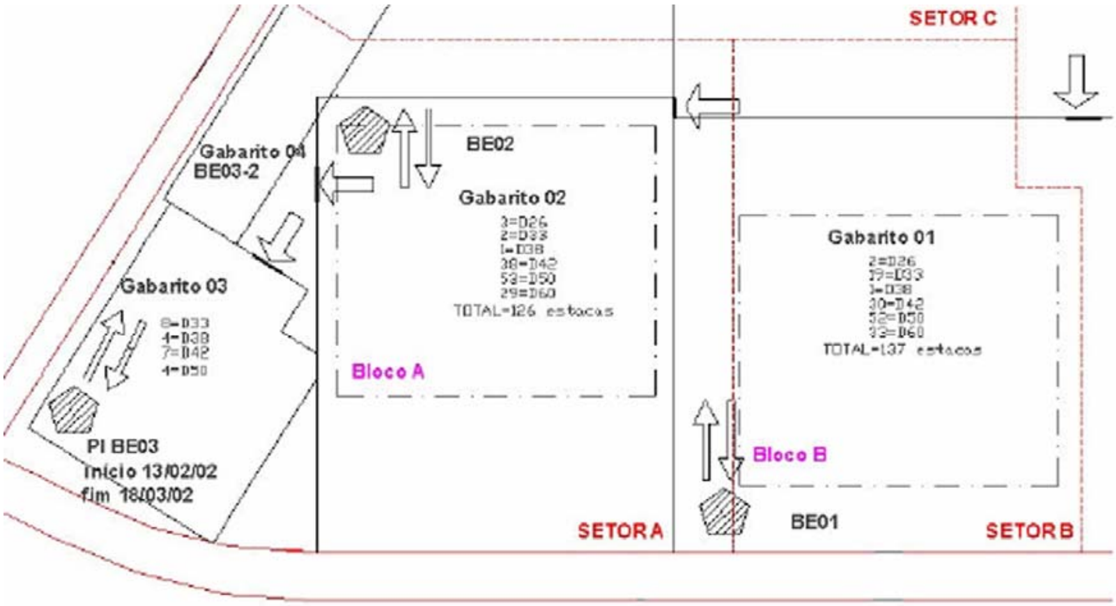


Figura 14.10 – Projeto de um gabarito.

- Depois de concluída a marcação dos eixos dos pilares, estacas ou tubulões devemos escolher dois eixos em cada sentido, ortogonais, não coincidentes com os eixos dos pilares e denominados: *eixos de amarração e controle*. Estes alinhamentos devem ser bem materializados no pavimento térreo, pois serão necessários para utilizações durante a execução das lajes dos prédios.

- Antes das concretagens das lajes coloca-se uma armação de aço (diâmetro 10 mm) para posterior transferência vertical dos *eixos de amarração* (Figura 14.11)

- Após a conclusão da concretagem, devemos primeiramente transferir os *eixos de amarração e controle* para posteriormente locarmos os pilares na posição correta.

- Eventuais diferenças devem ser corrigidas em cada locação. Jamais locar o pilar que segue em função do que chega.

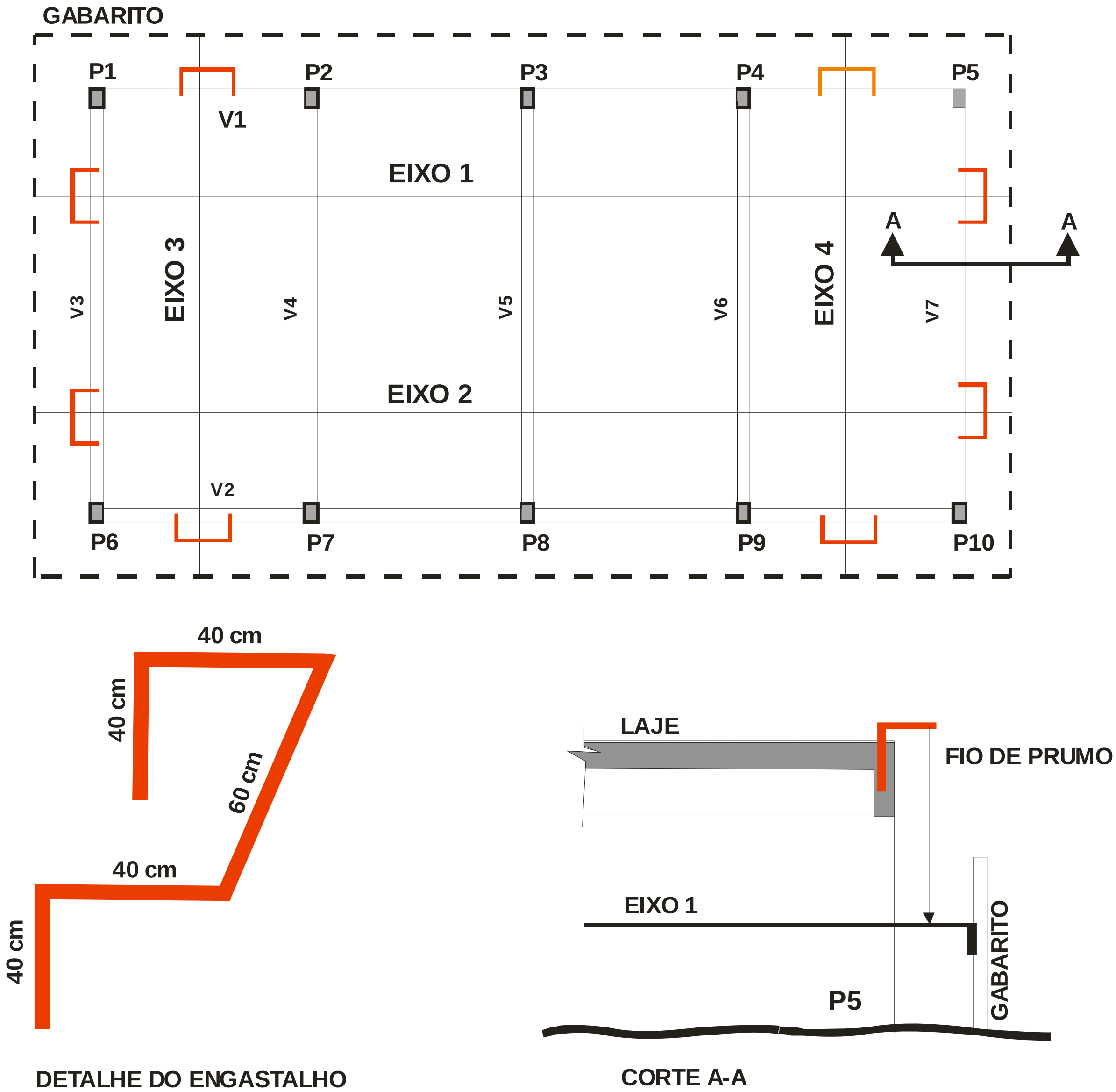


Figura 14.11 – Locação de prédios.

14.4 – LOCAÇÃO DE TÚNEOS

Segundo (CORREA, I. C. S), nos levantamentos topográficos para a locação de túneis, os trabalhos a serem efetuados consistem na determinação e materialização da direção do eixo nas duas frentes de serviço, bem como a determinação do desnível entre os dois extremos.

Dois sistemas podem ser utilizados para a locação dos eixos de túneis:

- Por poligonação;
- Por triangulação.

14.4.1. – LOCAÇÃO DE TÚNEOS POR POLIGONAL

O sistema de locação de um eixo de túnel por poligonal pode ser aplicado em áreas de pouco relevo.

Este processo consiste em se efetuar um reconhecimento da área e a locação inicial das estações correspondentes aos dois extremos do túnel, que deverão estar amarradas a Referências de Nível (RN) e suas coordenadas estabelecidas (Figura 14.12)

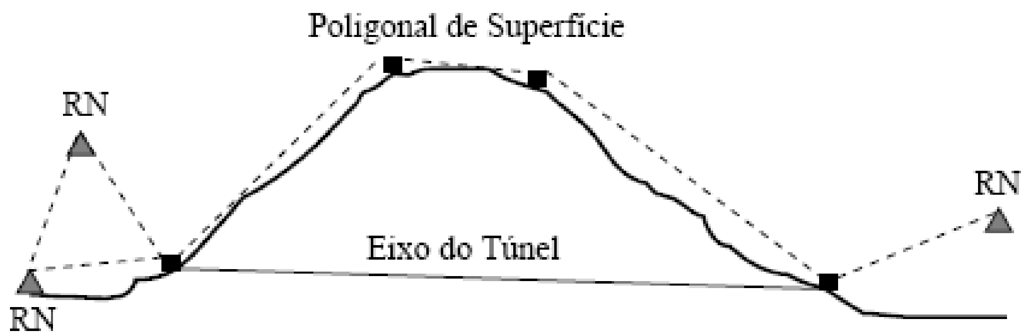


Figura 14.12 – Locação do eixo de um túnel por poligonal.

Conhecidas as coordenadas dos dois extremos do eixo a ser locado, determina-se o Azimute do alinhamento e a partir deste traça-se a poligonal em campo e vai-se estaqueando o alinhamento em intervalos regulares preestabelecidos. O comprimento dos intervalos de estaqueamento dependerá do comprimento do eixo do túnel e da morfologia do terreno.

No nosso curso não será efetuado qualquer tipo de estudo a respeito.

14.4.2. – LOCAÇÃO DE TÚNEOS POR TRIANGULAÇÃO

No caso de abertura de túneis em regiões acidentadas, o método de locação mais aconselhado é o da triangulação (Figura 14.13).

Após o reconhecimento da área e a demarcação dos pontos extremos do eixo a ser locado, determina-se à localização das estações que servirão de apoio à triangulação. Sempre que possível, a rede de triangulação a ser levantada deverá estar amarrada a RN conhecidas.

Caso contrario, necessita-se medir uma base inicial e uma base de cheque final para que se possa determinar o azimute do eixo e seu respectivo comprimento, com o auxílio dos ângulos internos da triangulação.

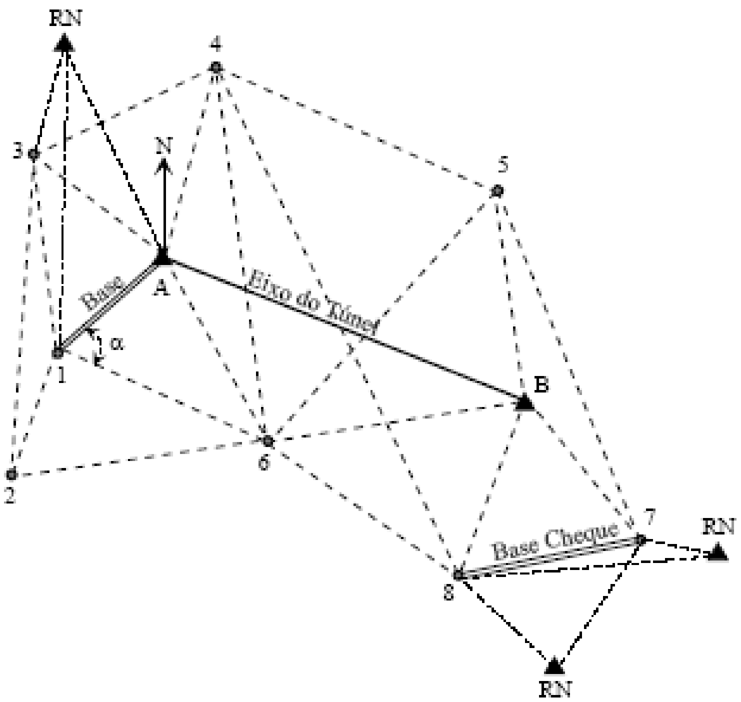


Figura 14.13 – Locação de eixo de túnel por triangulação.

14.5 – LOCAÇÃO DE EIXOS DE PONTES

A locação de eixos de pontes é efetuada através do processo da triangulação que pode ser controlado a partir de uma ou duas bases.

Quando o vão da ponte for de pequena amplitude, de 200 a 300 metros, a locação do eixo pode ser efetuada medindo-se uma base, em uma das margens do rio, com erro relativo menor que 1:20.000. (Figura 14.14).

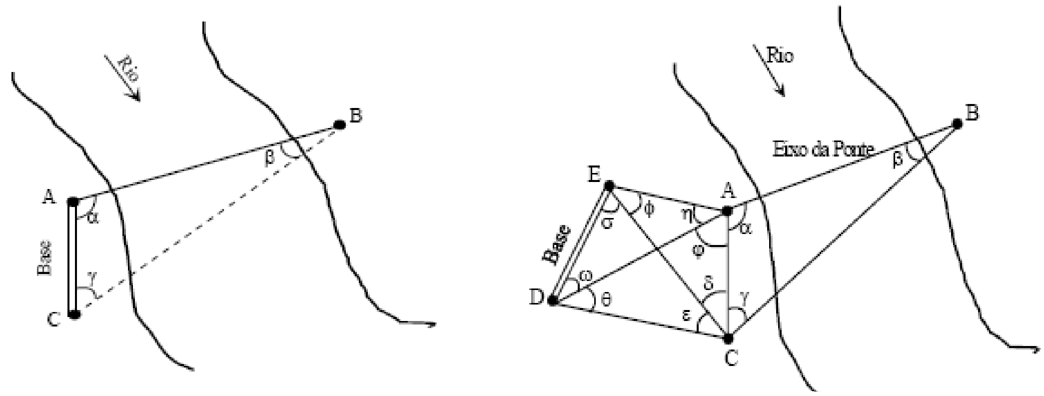


Figura 14.14 – Locação do eixo de uma ponte

Com base próxima a margem | Com base distante da margem

Quando as condições do terreno permitirem a medida de duas bases, uma em cada margem, podemos utilizar o esquema apresentado na figura 14.15.

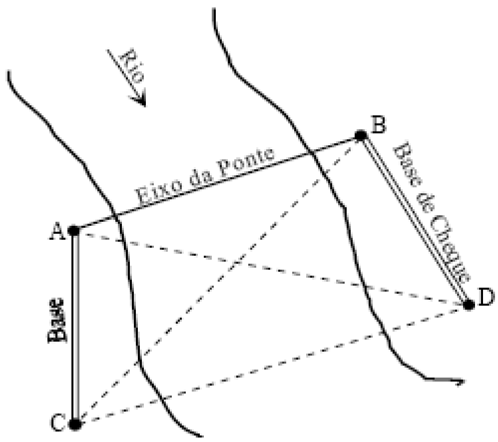


Figura 14.15 – Locação de eixo de ponte com duas bases

Às vezes é recomendada a utilização de uma triangulação com ponto de apoio interno, como mostrado na figura 14.16. Neste caso, o ponto interno está localizado sobre uma ilha.

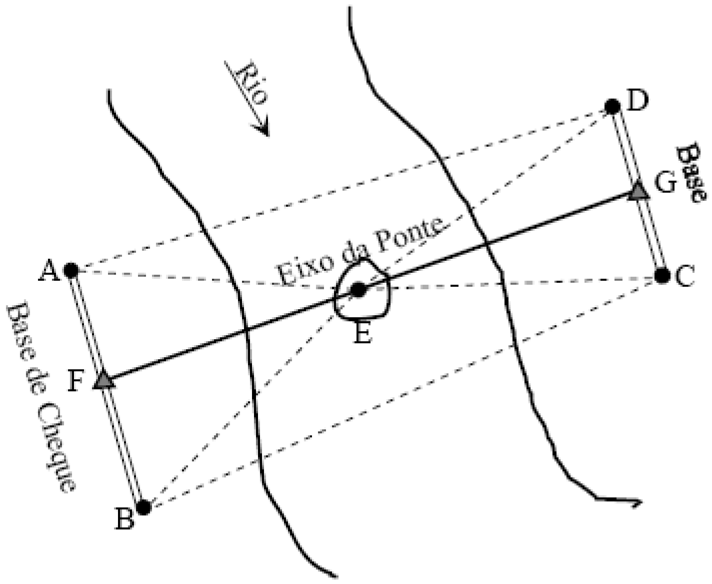


Figura 14.16 – Locação de eixo de ponte com ponto central de apoio

BIBLIOGRAFIA:

1 – **Borges, Alberto de Campos, 1921 –**
Topografia, São Paulo, Edgard Blücher, 1.977
Volume 1

2 – **Doménech, Francisco Valdés,**
Topografia, Lisboa, Ediciones Ceac, S.A. - 1.981

3 – **Escola de Engenharia de Lins,**
Apostila de Topografia 1 – Planimetria.

4 – **CESP – Companhia Energética de São Paulo.**
Curso de Topografia.

5 – **Revista técnica "A MIRA" – vários números.**
Editora e Livraria Luana

6 – **Segantine, Paulo C. L. - 1998.**
Notas de Aula de Topografia – USP – EESC – Departamento de Transportes

7 - **Jelinek, Andréa Ritter**
Apostila de Topografia

8 - **Pestana, Antônio**
Elementos de Topografia – Inst. Sup. de Eng. do Porto - Versão 1.20 – Julho de 2006

9 - **Corrêa, Iran C. S.**
Topografia aplicada à Engenharia Civil (9ª Edição Revisada e Ampliada)
U.F.R.G.S – Instituto de Geociências – Departamento de Geodésia

10 - **Cordini, Jucilei**
Apostila de Topografia

11 - **Brandalize, Maria C. B.**
Topografia – PUC/PR

12 - **Neto, Ozório Florência de C.**
Apostila de Topografia Básica

13 - **Beitelli, R e Weschenfelder, J.**
Topografia Aplicada à Agronomia - U.F.R.G.S – Inst. de Geociências – Dep. de Geodésia