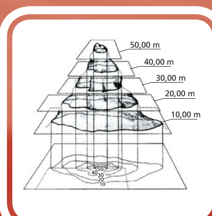
Agropecuária

Simoney Ferreira Lima

Topografia





INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
AMAZONAS
Campus Manaus – Zona Leste

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

Ministério da Educação

GOVERNO FEDERAL
BRASIL
PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

e-Tec Brasil

Topografia

Simoney Ferreira Lima

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
AMAZONAS
Campus Manaus – Zona Leste

MANAUS
2012

Presidência da República Federativa do Brasil

Ministério da Educação

Secretaria de Educação a Distância

Equipe de Elaboração
Instituto Federal Amazonas / IFAM

Reitor
João Martins Dias

Diretor
Jose Maurício do Rêgo Feitoza

Coordenadora Institucional
Marcia Pimenta

Coordenadora do Curso
Avania Maria Cordeiro de Araujo
(Curso Técnico Agropecuária)

Claudia Valle
(Curso Técnico em Meio Ambiente)

Professor-Autor
Simoney Ferreira Lima

Equipe de Produção
Secretaria de Educação a Distância / UFRN

Reitora
Profa. Ângela Maria Paiva Cruz

Vice-Reitora
Profa. Maria de Fátima Freire Melo Ximenes

Secretária de Educação a Distância
Profa. Maria Carmem Freire Diógenes Rêgo

Secretária Adjunta de Educação a Distância
Profa. Eugênia Maria Dantas

Coordenador de Produção de Materiais Didáticos
Prof. Marcos Aurélio Felipe

Revisão
Emanuelle Pereira de Lima Diniz
Janio Gustavo Barbosa
Kaline Sampaio de Araújo
Verônica Pinheiro da Silva

Diagramação
José Antonio Bezerra Junior

Arte e Ilustração
Anderson Gomes do Nascimento
Dickson de Oliveira Tavares

Projeto Gráfico
e-Tec/MEC

Ficha catalográfica
Setor de Processos Técnicos da Biblioteca Central - IFAM

Apresentação e-Tec Brasil

Prezado estudante,

Bem-vindo ao e-Tec Brasil!

Você faz parte de uma rede nacional pública de ensino, a Escola Técnica Aberta do Brasil, instituída pelo Decreto nº 6.301, de 12 de dezembro 2007, com o objetivo de democratizar o acesso ao ensino técnico público, na modalidade a distância. O programa é resultado de uma parceria entre o Ministério da Educação, por meio das Secretarias de Educação a Distancia (SEED) e de Educação Profissional e Tecnológica (SETEC), as universidades e escolas técnicas estaduais e federais.

A educação a distância no nosso país, de dimensões continentais e grande diversidade regional e cultural, longe de distanciar, aproxima as pessoas ao garantir acesso à educação de qualidade, e promover o fortalecimento da formação de jovens moradores de regiões distantes, geograficamente ou economicamente, dos grandes centros.

O e-Tec Brasil leva os cursos técnicos a locais distantes das instituições de ensino e para a periferia das grandes cidades, incentivando os jovens a concluir o ensino médio. Os cursos são ofertados pelas instituições públicas de ensino e o atendimento ao estudante é realizado em escolas-polo integrantes das redes públicas municipais e estaduais.

O Ministério da Educação, as instituições públicas de ensino técnico, seus servidores técnicos e professores acreditam que uma educação profissional qualificada – integradora do ensino médio e educação técnica, – é capaz de promover o cidadão com capacidades para produzir, mas também com autonomia diante das diferentes dimensões da realidade: cultural, social, familiar, esportiva, política e ética.

Nós acreditamos em você!

Desejamos sucesso na sua formação profissional!

Ministério da Educação
Janeiro de 2010

Nosso contato
etecbrasil@mec.gov.br

Indicação de ícones

Os ícones são elementos gráficos utilizados para ampliar as formas de linguagem e facilitar a organização e a leitura hipertextual.

Atenção: indica pontos de maior relevância no texto.

Saiba mais: oferece novas informações que enriquecem o assunto ou "curiosidades" e notícias recentes relacionadas ao tema estudado.

Glossário: indica a definição de um termo, palavra ou expressão utilizada no texto.

Mídias integradas: remete o tema para outras fontes: livros, filmes, músicas, *sites*, programas de TV.

Atividades de aprendizagem: apresenta atividades em diferentes níveis de aprendizagem para que o estudante possa realizá-las e conferir o seu domínio do tema estudado.

Sumário

Palavra do professor-autor

Olá aluno, você está iniciando o estudo da topografia básica. Nesta disciplina nós esperamos que você seja capaz de identificar na natureza e em cartas topográficas os diversos tipos de acidentes geográficos, seus comportamentos e suas singularidades, através de observações "in loco", ou seja, no próprio campo de trabalho, e de curvas de níveis em desenhos topográficos.

Além disso, você vai entender a forma de localização mundial por coordenadas denominadas de UTM, cálculos de ângulos de orientação (Azimute), áreas de polígonos e distâncias entre dois pontos utilizando tão somente estas coordenadas.

Por fim você vai aplicar o sistema métrico decimal de medidas de superfície agrárias em áreas patrimoniais e diferenciar cotas de altitudes, azimutes de rumos, norte verdadeiro de norte magnético, bem como suas definições.

Apresentação da disciplina

Neste livro você terá 4 momentos. O primeiro deles é dedicado à revisão de matemática, porque assuntos como ângulos (e suas operações), trigonometria e transformações no sistema métrico decimal, são essenciais para você poder avançar nos estudos da topografia e poder aplicar melhor esse conhecimento na prática topográfica.

No segundo momento você terá contato com os conceitos dos diversos elementos da topografia. Também será neste segundo momento que você estudará cálculos elementares de diferença de nível, distância horizontal, e distância inclinada.

O nosso terceiro momento falará sobre planimetria. Este nome novo, planimetria, é o que chamamos a parte horizontal da topografia.

E por fim o quarto momento será sobre Altimetria, ou seja, o estudo do relevo, isto é, o estudo das distâncias e ângulos verticais no terreno.

O curso completo de topografia, devido a extensão do seu conteúdo, é impossível ser ministrado em 45 horas aula, então com certeza você ouvirá falar de alguns outros assuntos relacionados à área que não estão contemplados neste curso básico, porém aqui está mais do que o essencial, para que na sua vida profissional de técnico em agropecuária você possa desenvolver sem problemas as suas atividades, inclusive saberá resolver os principais problemas que relaciona o meio rural a topografia.

Lembre-se para você dominar o conteúdo e alcançar os objetivos propostos, você deverá ler os textos e realizar os exercícios com bastante atenção.

Projeto instrucional

Disciplina: Topografia – 45 Horas

Ementa:
- Topografia: (definições / equipamentos)
- Planimetria: cálculo de azimute, rumos, transporte de coordenadas, cálculos de áreas patrimoniais.
- Levantamento Planimétrico
- Introdução ao sistema de Georeferenciamento Mundial.(uso do GPS)
- Altimetria (transporte de altitudes, cálculo de curvas de nível, nivelamento geométrico e trigonométrico).

AULA	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM	CARGA HORÁRIA (horas)
1. Revisão matemática	Executar cálculos com ângulos e entes trigonométricos. Conhecer o sistema métrico decimal e o de superfícies agrárias.	**15**
2. Introdução à Topografia	Identificar as divisões da Topografia e seus conceitos. Executar cálculos com distância horizontal, inclinada e vertical. Conhecer os principais tipos de equipamentos e acessórios de topografia.	**10**
3. Planimetria	Transformar azimutes em rumos e ângulos verticais em zenitais. Calcular azimutes, rumos, distância entre duas coordenadas conhecidas, bem como calcular área de um polígono fechado qualquer. Calcular as coordenadas de um ponto a partir de outro com coordenadas conhecidas.	**10**
4. Altimetria	Diferenciar cotas de altitudes. Calcular o transporte de cotas ou altitudes. Identificar relevos de terreno através de cotas transportadas e plotadas em desenhos.	**10**

Aula 1 – Revisão matemática

Objetivos

Executar cálculos com ângulos e entes trigonométricos.

Conhecer o sistema métrico decimal e o de superfícies agrárias.

1.1 Introdução

Você já ouviu falar em Topografia? O que você acha que é isso? Você já prestou atenção nas formas geométricas do mundo em que vive? Já passou pela sua cabeça que o simples olhar para o alto de um morro pode estar carregado de elementos que visualmente não são notados, como um ângulo vertical, por exemplo? Esta é uma preocupação desta disciplina. Mas antes disso você deve entender que trabalhar com Topografia significa termos atenção.

Para quem estuda, a atenção é como o Sol. Graças à atenção bem dirigida é que os sábios conseguiram atingir os mais altos graus do conhecimento, os artistas construíram suas obras, os cientistas alcançaram suas descobertas.

Prestar atenção pressupõe disposição, preparação mental, vontade. Por essa razão, preste muita atenção em cada passo que você vai dar aqui. Leia com concentração. Se não entender, volte a leitura, mas se lembre: esta é uma matéria muito complexa e fundamental no nosso curso; por isso, precisa muito de sua dedicação. Pois bem, vamos iniciar!

1.2 Revisão matemática

Vamos iniciar a aula de hoje com uma revisão de matemática. Você vai fazer isso porque caso não entenda temas como ângulos, trigonometria etc., você terá muita dificuldade nas próximas aulas. Vamos começar estudando ângulos. Você lembra o que é isso?

1.2.1 Ângulos

Você pode achar esquisita uma matéria como ângulos, mas vamos imaginar que você fosse cercar uma área. Neste processo você teria que medir a área, ver pontos de ligação entre uma linha ou outra e ajustar a medida exata para cercar essa propriedade, garantindo a área e não invadindo a área do vizinho – cada lance de cerca seria como uma reta. No canto de cada final de linha reta e início de outra linha com direção diferente, teríamos o que chamamos de ângulo. Portanto, definimos ângulo como:

Definição: chama-se ângulo a região compreendida entre duas semi-retas de mesma origem não contidas numa mesma reta.

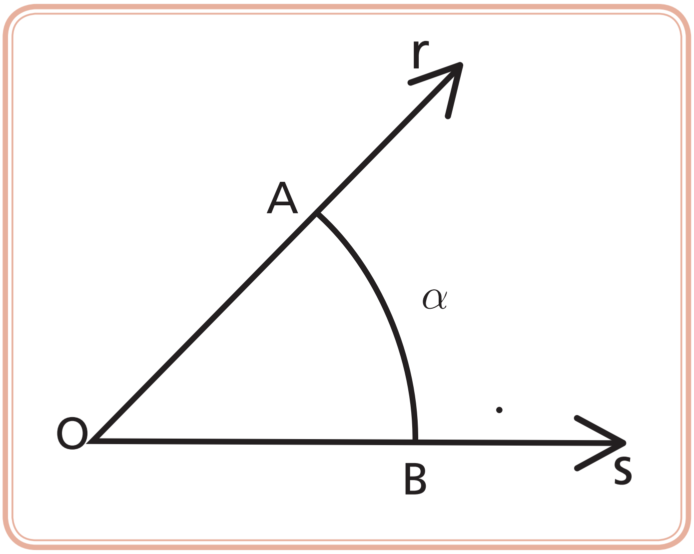


Figura 1.1: Ângulo

O ângulo α tem como vértice o ponto O. As semirretas r e s são os lados do ângulo.

Os ângulos são medidos geralmente por (°) graus, (′) minutos e (″) segundos e variam de 0° a 360°, sendo :

1° equivalente a 60′, ou seja, $1' = \frac{1°}{60}$ (equivalente a 1° divido por 60.)

1′ equivalente a 60″, ou seja, $1'' = \frac{1'}{60}$ (equivalente a 1′ divido por 60.)

Os ângulos podem ser escritos de duas formas. Uma das formas é em **graus**, **minutos** e **segundos (forma sexagesimal do ângulo)**; a outra é no modo que chamamos de **forma decimal do ângulo**. Nos dois casos o valor do ângulo é o mesmo.

Exemplo 1

Transformar os ângulos da forma sexagesimal para a forma decimal.

a) $3°15'32'' = 3°15' + \left(\frac{32}{60}\right)' = 3°15' + 0{,}533 = 3°15{,}533' = 3° + \left(\frac{15{,}533}{60}\right)° =$

$3{,}259°$, ou seja, $3°15'32'' = 3{,}259°$.

b) $306°25'02'' = 306°25' + \left(\frac{2}{60}\right)' = 306°25' + 0{,}033 = 306°25{,}033' =$

$3° + \left(\frac{25{,}033}{60}\right)° = 306{,}417°$, ou seja, $306°15'32'' = 306{,}417°$.

1.2.2 Classificação de ângulos

Você, aluno, já conhece o que é ângulo e sabe que ele pode ser apresentado de duas maneiras. Agora você vai saber que os ângulos podem ser classificados de diversas formas.

a) Ângulo reto AÔB é igual a 90°.

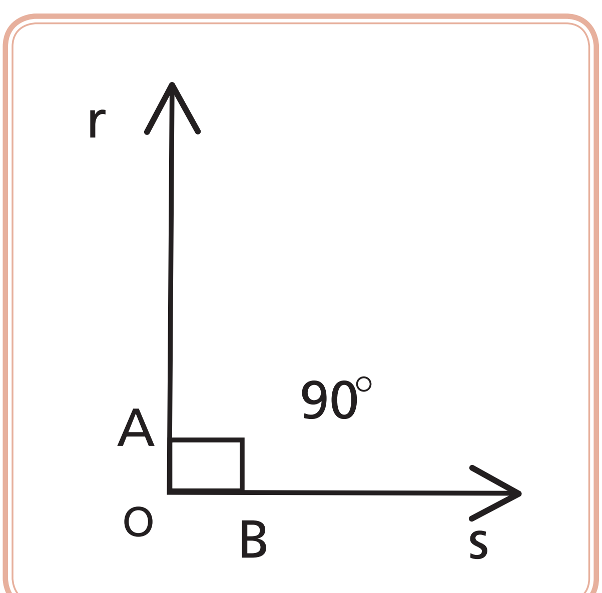


Figura 1.2: Ângulo reto AÔB é igual a 90°

Já imaginou um pedreiro construindo uma parede e no canto não esquadrejar direito? O próximo lance de parede vai ficar torto. Os cantos de paredes quase sempre são ângulos retos.

b) Ângulo raso BÔA é igual a 180°.

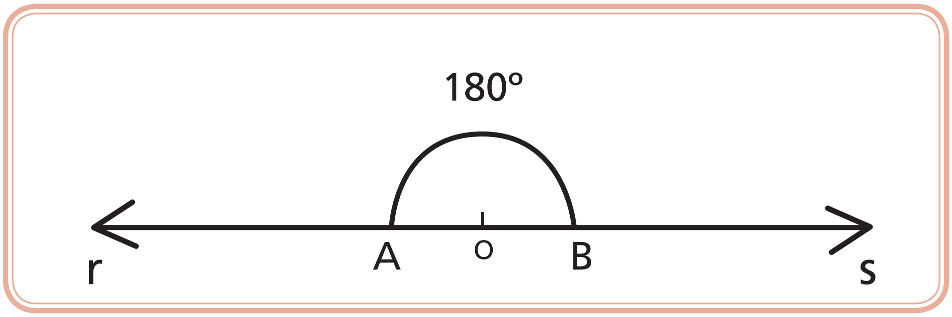


Figura 1.3: Ângulo raso BÔA é igual a 180°

Já prestou atenção quando você olha para o horizonte, para uma estrada em linha reta, para fios de uma rede telefônica com postes alinhados? Estes podem ser exemplos de ângulos rasos vistos no nosso cotidiano.

c) Ângulo agudo BÔA é menor que 90°.

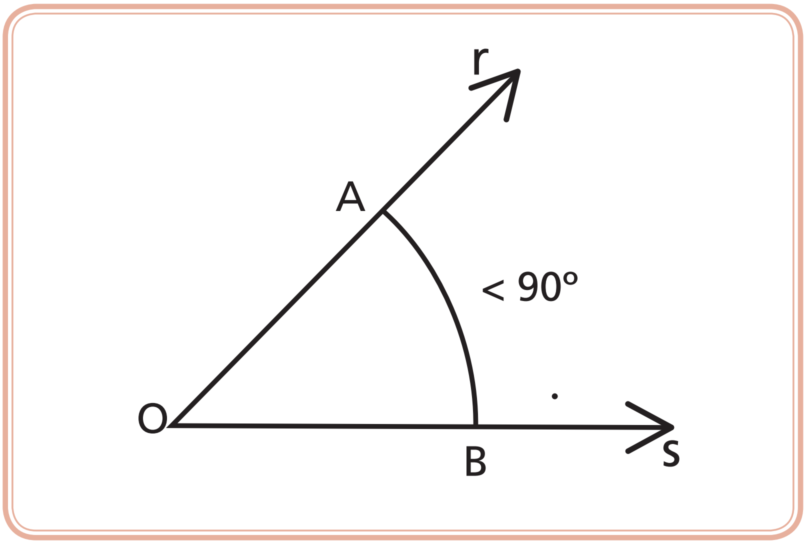


Figura 1.4: Ângulo agudo BÔA é menor que 90°

Trace uma linha imaginária dos seus olhos ao topo de uma árvore. Agora desça sua visão até a linha do horizonte. O percurso que sua vista realizou é um ângulo agudo.

d) Ângulo obtuso AÔB é maior que 90°.

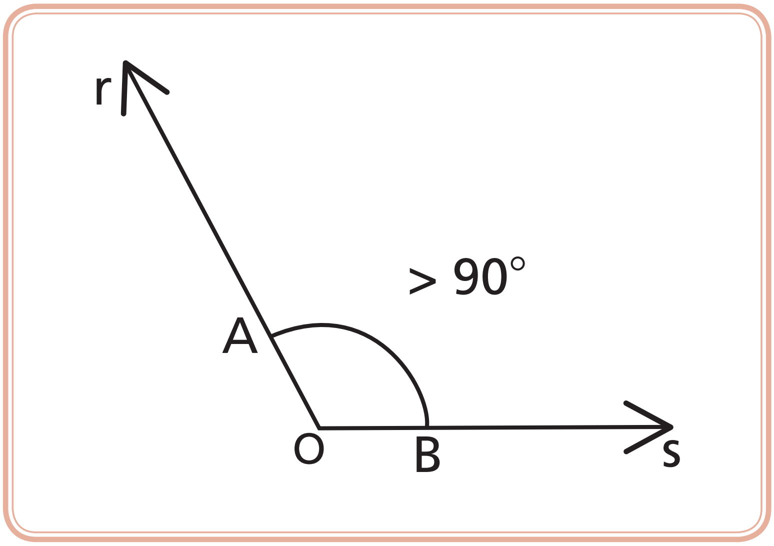


Figura 1.5: Ângulo obtuso AÔB é maior que 90°

Trace uma linha reta em direção ao Sol nascente. Depois do início desta linha, trace outra na direção do Sol poente. O ângulo formado por essas linhas é um ângulo obtuso.

e) Ângulo nulo é igual a 360° = 0°.

1. Defina o que é ângulo

____

____

____

2. Quais são os tipos de ângulos?

____

____

____

3. Na sala do seu polo existem ângulos? Quais? De que tipo?

____

____

____

4. Escreva os ângulos abaixo na forma decimal.

a) 31°16’20” =

b) 13°15’12” =

c) 01°15’06” =

1.2.3 Operações com ângulos

Você já viu os tipos de ângulos e como eles podem se apresentar. Agora vamos aprender as quatro operações com ângulos.

A importância de saber operar com ângulos vem da necessidade de se realizar uma interação de vários ângulos dentro de uma única figura geométrica (a planta de uma propriedade, por exemplo) e também nas transformações de ângulos de orientação como rumos em azimutes, que definiremos mais adiante, entre outras.

1.2.3.1 Adição

Caro aluno, você pode operar com ângulos nas duas formas conhecidas, só que operando com a forma decimal, você terá que fazer no final da operação a transformação inversa da estudada no item 1.2.1. Dependendo do número de casas decimais que você utilizar vai aparecer uma diferença no final.

Exemplo 2

Transformar os ângulos da forma decimal para a forma sexagesimal.

a) 3,259° = 3° + 0,259° = 3° + (0,259 x 60)’ = 3°15,54’ = 3°15’ + (0,54 x 60) = 3°15’32,4”. Note a diferença com o exemplo do item 1.2.1.

b) 306,417° = 306° + 0,417° = 306° + (0,417 x 60)’= 306°25,02’ = 306°25’ + (0,2 x 60) = 306°25’01,2”. Note a diferença com o exemplo do item 1.2.1.

Bem, caro aluno, você não deve se preocupar com esta diferença, pois ela ocorre por causa do arredondamento da calculadora e não é relevante para o caso do nosso curso. Agora vamos aprender a calcular com ângulos na forma em que normalmente são designados, ou seja, em graus, minutos e segundos.

Na adição de ângulos, somam-se os graus desses ângulos, seguidos da soma dos minutos e segundos separadamente, fazendo as devidas conversões sempre que os valores dos graus, minutos e segundos ultrapassarem 360°, 60′ e 60″, respectivamente.

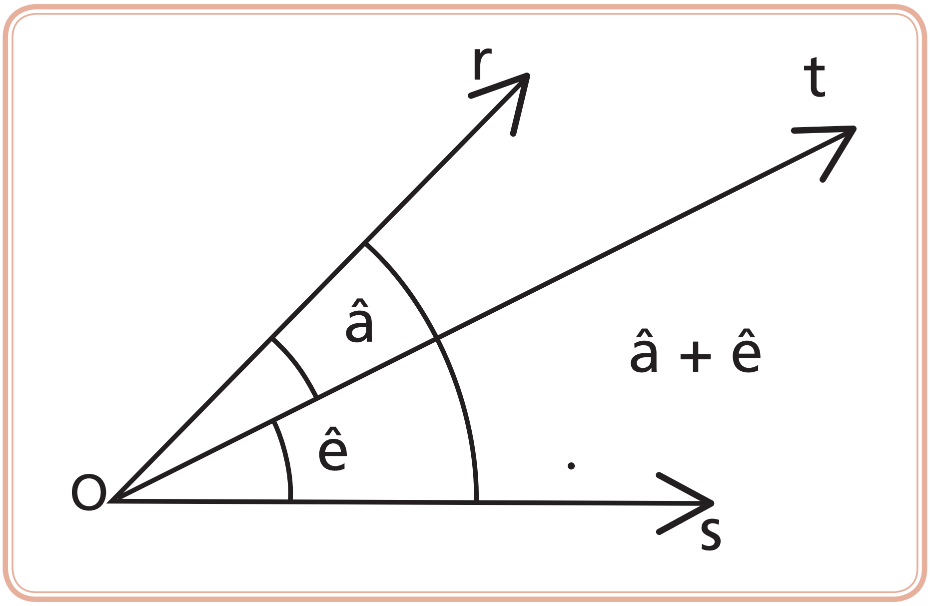


Figura 1.6: Na adição de ângulos, soma-se os graus, minutos e segundos dos ângulos.

Exemplo 3

a) 59°09′45″ + 39°35′36″ = 98°44′81″. Note que 81″ é igual a 60″ + 21″ = 1′ + 21″. Então, a soma é igual a **98°45′21″**.

Na forma decimal

59,1625° + 39,5933° = 98,7558°

b) 260°09′55″ + 139°35′35″ = 399°44′90″. Note que 90″ é igual a 60″ + 30″ = 1′ + 30″, e 399° é o mesmo que (360°= 0°) + 39°. Então, a soma é igual a **39°45′30″**.

Na forma decimal

260,1652° + 139,5930° = 399,7583° = 39,7583°

Lembre-se que 360° é igual a 0°, pois corresponde a uma volta completa na circunferência.

c) 00°02′50″ + 02°20′00″ = **02°22′50″**.

Na forma decimal

0,04722° + 2,3333° = 2,3805°

d) 14°59′56″ + 1°21′12″ = 15°80′68″. Note que 68″ é igual a 60″ + 8″ = 1′ + 8″, e 80′ é igual a 60′ + 20′ = 1° + 20′. Então, a soma é igual a **16° 21′08″**.

Na forma decimal

14,9989° + 1,3533° = 16,3522°

1. Faça a soma dos seguintes ângulos:

a) 16°20′30″ + 12°21′12″ =

b) 10°02′50″ + 02°20′02″ =

c) 359°02′50″ + 02°20′02″ =

d) Some todos os ângulos visíveis de uma folha de caderno.

2. Faça as transformações dos resultados acima para a forma decimal.

1.2.3.2 Subtração

"Na subtração de ângulos, subtraem-se os graus dos ângulos, seguidos da subtração dos minutos e segundos separadamente, fazendo as devidas conversões sempre que os valores dos graus, minutos e segundos ultrapassarem 360°, 60′ e 60″, respectivamente. Se algum valor der negativo, você deverá levar em conta que o ângulo, apesar de estar separado por graus, minutos e segundos, tem um único valor. Você terá a liberdade de usar este valor como um todo para suprir essa necessidade, lembrando sempre das devidas conversões.

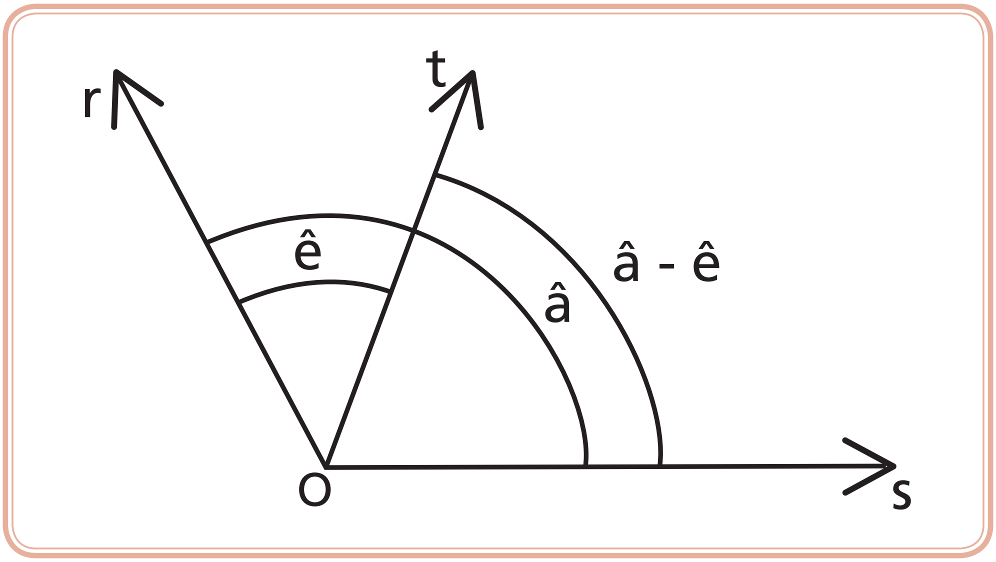


Figura 1.7: Subtração de ângulos

Exemplo 4

a) 59°09′45″ - 39°35′36″ = 20° - 26′09″. Note que -26′ é igual a 1° - 34′. Isso implica que teremos de tirar este 1 grau dos 20 graus existentes. Então, a subtração é igual a **19°34′09″**.

Na forma decimal

59,1625° - 39,5933° = 19,5691°

b) 280°10′20″ - 139°05′15″ = 141°05′05″.

Na forma decimal

280,1722° - 139,0875° = 141,0847°

1. Faça a subtração dos seguintes ângulos e transforme-os para forma decimal.

a) 16°48′30″ - 12°21′12″ =

b) 10°02′50″ - 02°20′02″ =

c) Some todos os ângulos visíveis de uma folha de caderno e subtraia de 180°.

1.2.3.3 Multiplicação e divisão de ângulos

Na multiplicação ou divisão de ângulos por números reais procede-se da maneira usual, ou seja, da mesma forma que se opera com números reais. Não se deve esquecer das conversões, quando necessárias.

Exemplo 5

a) 59°09’45” x 2 = 118°18’90”. Note que 90” é igual a 60” + 30” = 1’ + 30”. Então, o produto é igual a **118°19’30”**.

b) 260°30’50” / 2 = **130°15’25”**.

1. Faça o produto dos seguintes ângulos por números naturais.

a) 16°48’30” x 2 =

b) 10°02’50” x 10 =

c) Some todos os ângulos visíveis de 10 folhas de caderno.

d) 16°48’30” / 2 =

1.2.4. Trigonometria

Para não se estender além do módulo que este livro está se propondo, e ainda devido à utilização prática desses recursos matemáticos, cálculos envolvendo entes trigonométricos deverão ser executados por você com o auxílio de calculadoras científicas, pois a complexidade dos cálculos não oferece otimização na resolução manual de certos problemas.

A trigonometria (pode-se dizer neste contexto) é a parte da Matemática que oferece um meio de relacionar medidas angulares com medidas lineares, ou seja, de forma a possibilitar, na Topografia, as transformações de distâncias inclinadas por ângulos em distâncias reduzidas ao horizonte, saber ângulos de inclinações de terreno tão somente sabendo a sua altura e sua distância horizontal, calcular a altura de um prédio sem necessariamente subir nele, entre outras situações.

A trigonometria é usada na Topografia para tornar os serviços mais eficientes, principalmente pelo uso do triângulo retângulo e suas relações trigonométricas.

Vamos ver as relações trigonométricas mais usadas na Topografia.

1.2.4.1. Relações trigonométricas no triângulo retângulo

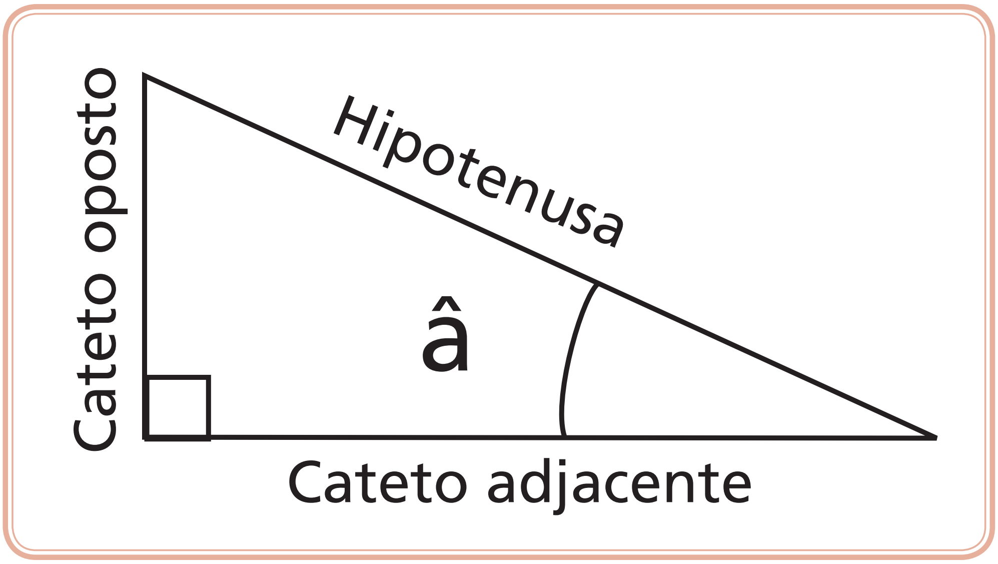


Figura 1.8: Triângulo retângulo

Vendo o triângulo da Figura 1.8, note que o cateto oposto nada mais é do que o lado do triângulo que fica, como o nome já sugere, oposto ao ângulo em questão. O cateto adjacente fica nas adjacências do ângulo e a hipotenusa é sempre oposta ao ângulo reto. Observe que dependendo do ângulo os catetos oposto e adjacente podem mudar de nome; a hipotenusa, não.

Sendo CO = cateto oposto, CA = cateto adjacente e HI = hipotenusa, temos as seguintes relações:

Seno de â = Sen â = $\frac{CO}{HI}$

Cosseno de â = Cos â = $\frac{CA}{HI}$

Tangente de â = Tan â = $\frac{Sen\ \hat{a}}{Cos\ \hat{a}} = \frac{CO}{CA}$

Cossecante de â =Cossec â = $\frac{1}{Sen\ \hat{a}} = \frac{HI}{CO}$

Secante de â = Sec â = $\frac{1}{Cos\ \hat{a}} = \frac{HI}{CA}$

Cotangente de â = Cotg â = $\frac{1}{Tan\ \hat{a}} = \frac{CA}{CO}$

Observação: A sigla utilizada para cada função trigonométrica foi a abreviação do nome dessa função. Você poderá encontrar outras abreviações em outros livros; aqui serão convencionadas estas do quadro acima.

Observe que existem relações entre as funções. Você deve usar estas relações para se familiarizar com elas. Exemplo: a tangente é a divisão do seno pelo cosseno.

1.2.4.2 Como utilizar a máquina de calcular científica nas operações trigonométricas

Caro aluno, como você terá que adquirir uma calculadora científica, adquira uma que tenha no mínimo funções para calcular seno (sen), cosseno (cos) e tangente (tan), bem como suas respectivas funções inversas: (sen $^{-1}$), (cos $^{-1}$) e (tan $^{-1}$). Nesta aula, levaremos em consideração apenas a utilização destas funções. Lembramos que nada vai substituir a leitura do manual de instruções, pois cada calculadora tem as suas particularidades.

Para calcular o sen de 16°48’30”, você terá que transformar o ângulo na forma decimal para depois tirar o seno (algumas máquinas têm uma função que decimaliza ângulos diretamente no teclado; verifique se sua máquina tem esta função). Você deverá digitar na sua máquina da seguinte forma:

(Sen) 16,8166° = 0,2893

Outros exemplos:

Para Cos 17°30’00”, você deverá digitar **(Cos) 17,5000** = 0,9537
Para Tan 30°, você deverá digitar **(Tan) 30** = 0,57735
Para Sen 12°10’01”, você deverá digitar **(Sen) 12.1669** = 0,2107

Agora faremos o contrário: vamos calcular qual ângulo tem o seno igual a 0,423. Você deverá digitar:

(Sen^{-1}) 0,423 = 25,0241 = 25°01’27”

Algumas máquinas têm uma função que transforma ângulos da forma decimal na forma sexagesimal, ou seja, em graus, minutos e segundos. Verifique se sua máquina tem esta função.

Outros exemplos:

(Cos $^{-1}$) 0,9537 = 17,5000 = 17°30'11"
(Tan $^{-1}$) 0,57735 = 29,9999 = 30°00'00"

1. Calcule, com o auxílio de uma máquina de calcular científica:

a) Sen de 23°02'50" =

b) Cos de 23°02'50" =

c) Tan de 23°02'50" =

d) Sen de 203°12'15" =

e) Cos de 203°12'15" =

f) Tan de 203°12'15" =

g) Cossec de 203°12'15" =

h) Sec de 203°12'15" =

i) Cotg de 203°12'15" =

2. O que você notou com os resultados acima? Você poderia dividir os valores já calculados dos senos e cossenos e ter o valor da tangente? E secante, cossecante e cotangente são mesmo o inverso do cosseno, seno e tangente? Verifique.

3. Calcule, com o auxílio de uma máquina de calcular científica, o ângulo (â), cujo valor trigonométrico está descrito a seguir:

a) Sen â = 0,245, então â =

b) Cos â = 0,67, então â =

c) Tan â = 0,874, então â =

d) Cos â = 0,4, então â =

e) Tan â = 48, então â =

Caso você não tenha conseguido resolver os problemas de trigonometria e ainda restam dúvidas quanto a estes assuntos, é interessante que você procure ajuda em livros de Matemática do Ensino Médio.

1.3. Unidades de medida

A ideia de medidas nasceu da necessidade de se quantificar distâncias, porções de terras, áreas de propriedades, entre outras coisas. Com isso veio também a padronização e a criação de um sistema para que em todo o mundo falasse e entendesse que quantidades seriam estas.

Já pensou se cada local do país utilizasse uma medida linear diferente como padrão? Imagine, por exemplo, se aqui no Amazonas, ao invés de usarmos o metro como unidades de medida, usassem a polegada (unidade de medida americana). Veja a confusão que daria quando alguém tivesse que mandar uma documentação de alguma propriedade daqui para outro local que usasse uma outra unidade de medida! Não haveria entendimento. Foi pensando nisso que se adotou uma única medida linear de referência não só no Brasil, mas em boa parte do mundo. Esta medida é o metro (m).

Nesta aula abordaremos as unidades de medidas lineares, medidas de superfície e medidas agrárias mais utilizadas no Brasil. Veremos os seus múltiplos e submúltiplos e suas conversões.

1.3.1. Unidades de medida linear

O sistema métrico decimal utilizado no Brasil tem como unidade fundamental o m (metro). Os múltiplos e submúltiplos do metro são os seguintes:

Quilômetro (km) – equivalência: 1 km = 1000m.
Hectômetro (hm) – equivalência: 1 hm = 100m.
Decâmetro (dam) – equivalência: 1 dam = 10m.
Decímetro (dm) – equivalência: 1 dm = 0,1m.
Centímetro (cm) – equivalência : 1 cm = 0,01m.
Milímetro (mm) – equivalência: 1 mm = 0,001m.

Exemplo: tanto faz se eu disser que andei 2 km, 2.000 m, 200.000 cm ou ainda 20 hm.

1.3.2 Unidades de medida de superfície

As unidades de medidas de superfícies são usadas para a indicação de áreas de figuras planas e poligonais que representam áreas patrimoniais. As mais usadas são as seguintes:

Quilômetro quadrado $(km)^2$ – equivalência: $1\ km^2 = 1.000.000\ m^2$
Hectômetro quadrado $(hm)^2$ – equivalência: $1\ hm^2 = 10.000\ m^2$
Decâmetro quadrado $(dam)^2$ – equivalência: $1\ dam^2 = 100\ m^2$
Decímetro quadrado (dm) – equivalência: $1\ dm^2 = 0{,}01\ m^2$
Centímetro quadrado $(cm)^2$ – equivalência: $1\ cm^2 = 0{,}0001\ m^2$
Milímetro quadrado $(mm)^2$ – equivalência: $1\ mm^2 = 0{,}000001\ m^2$

Exemplo: tanto faz eu afirmar que a minha propriedade tem 2 km² de área como eu afirmar que tenho 2.000.000 m², 200.000.000 dm² ou ainda 200 hm².

1.3.3 Unidades de medida de superfície agrárias

Centiare (ca) – equivalência: 1 ca = 1 m².
Are (a) – equivalência: 1 a = 1 dam² = 100 m².
Hectare (ha) – equivalência: 1 ha = 1 hm² = 10.000 m².

Exemplo: tanto faz eu falar que a minha propriedade tem 2 ha de área, como eu falar que tenho 200 a, 20.000 ca ou ainda 20.000 m².

Exemplo de conversões:

a) 3,32 m em km = 0,00332 km.

Cálculo:

Sendo 1 km ⇒1000m e X km ⇒ 3,32m, então

$$\left\{\frac{1km}{Xkm} = \frac{1000m}{3{,}32m}\right\} \Rightarrow 1000\,X = 3{,}32 \Rightarrow X = \frac{3{,}32}{1000} \Rightarrow X = 0{,}00332$$

b) 456,13 dm em cm = 4561,3 cm.

Cálculo:

Sendo 1 dm $\Rightarrow$ 10 cm e 456,13 dm $\Rightarrow$ X cm, então

$$\left\{ \frac{1dm}{456,13dm} = \frac{10cm}{Xcm} \right\} \Rightarrow X = 10 \text{ x } 456,13 \Rightarrow X = 4561,3$$

c) 408,13 dam² em ca = 40813 ca.

Cálculo:

Sendo, 1 dam^2 $\Rightarrow$ 100m^2 $\Rightarrow$ 100ca e 408,13 dam^2 $\Rightarrow$ Xca, então

$$\left\{ \frac{1dam^2}{408,13dam^2} = \frac{100ca}{Xca} \right\} \Rightarrow X = 100 \text{ X } 408,13 \Rightarrow X = 40813$$

d) 32 ha em m² = 320000 m²

Cálculo:

Sendo 1 ha $\Rightarrow$ 100000m^2 e 32ha $\Rightarrow$ Xm^2, então

$$\left\{ \frac{1ha}{32ha} = \frac{10000m^2}{Xm^2} \right\} \; X = 10000 \text{ x } 32 \Rightarrow X = 320000$$

1. Converta as seguintes medidas lineares e de superfície:

a) 123,00 m em km

b) 0,25 km em m

c) 52,13 cm em m

d) 34,70 m em mm

e) 13,00 m² em km²

f) 305,00 mm² em dm²

Resumo

Bem, até aqui, foi apenas uma revisão. Você estudou classificações e operações de ângulos, relembrou conceitos trigonométricos e desenvolveu cálculos relativos a estes conceitos. Por fim, aprendeu as conversões no sistema métrico decimal, e ainda as principais medidas lineares de superfícies e agrárias que usamos no Brasil. Caso haja alguma dúvida, volte ao texto para que possa resolver com precisão a avaliação que vem a seguir, e ainda possa acompanhar o restante do curso com mais entusiasmo e aplicação ao assunto.

Atividades de aprendizagem

1. Cite dois tipos de ângulo que você conhece. Dê exemplos destes ângulos no meio em que você vive.

2. Transforme os ângulos abaixo em sua forma decimal.

a) 45°02′20″

b) 345°42′20″

c) 5°48′56″

3. Calcule:

a) 305°42′20″ - 45°12′10″ =

b) 345°02′20″ + 34°46′20″ =

c) 12°42′10″ - 8°42′ 5″ =

d) 102°04′10″ x 3 =

4. Transforme:

a) 255,00 dam^2 em m^2

b) 130.045 m^2 em ha

c) 1.305,00 ha em m^2

5. Com o auxílio de uma calculadora, encontre:

a) Sen 12°42′10″

b) Tan 12°42′10″

c) Cos 12°42′10″

Aula 2 – Introdução à Topografia

Objetivos

Identificar as divisões da Topografia e seus conceitos.

Executar cálculos com distância horizontal, inclinada e vertical.

Conhecer os principais tipos de equipamentos e acessórios de topografia.

2.1. Definição

Olá, vamos iniciar esta aula com uma questão no mínimo curiosa: você já imaginou como seria a organização de uma cidade se os donos de propriedades não tivessem a certeza de onde começam e onde terminam as suas terras? Pense como seria difícil para um governador trabalhar em seu estado sem saber a sua real dimensão ou até mesmo quem de fato mora no território sob sua administração. Veja como seria difícil para um administrador de uma fazenda ter que controlar seu gado e não saber até que ponto ele poderia estar no pasto do vizinho. E se as fronteiras do Brasil não estivessem definidas, como a União protegeria o seu território?

Por esses motivos, devemos ter conhecimento desta disciplina e conhecer sua aplicabilidade. Podemos ver aplicações da Topografia nas divisões de terras particulares, municipais, estaduais e até mesmo do país. Para nosso curso a principal aplicação é em empreendimentos agrícolas.

Um técnico agrícola, a partir do momento em que vai implantar um projeto agrícola numa propriedade, deve conhecer os reais limites dessa propriedade, para ter certeza que vai explorar dentro da área certa.

2.2 Topografia

Topografia basicamente é a descrição do lugar. Não através de texto ou foto, mas sim através de um desenho que contenha elementos que possam pormenorizar as dimensões do lugar, sua orientação, localização em relação ao globo terrestre, implantações que tenham ocorrido no local como estradas, túneis, casas etc.

No desenho é representado ainda o relevo do lugar, acidentes naturais e artificiais, tudo com precisão, para que se possa planejar com maior eficiência algum empreendimento agrícola, algum projeto de açude ou tão somente verificar seus limites e confrontantes, entre outros. Por fim, **Topografia é a representação exata do terreno numa folha de papel**. Todas as distâncias no desenho são distâncias horizontais, articuladas a partir de técnicas e cálculos de projeções em um plano. Um exemplo são as curvas de nível que representam as formas do relevo local no plano.

2.2.1 Divisões

As partes da Topografia que abordaremos neste curso são:

A topometria nada mais é que um conjunto de operações em campo com aparelhos topográficos, com o objetivo de se levantar elementos geométricos a partir de cálculos aplicados da Geometria que garantem uma representação real do terreno em um desenho. A topometria pode ser dividida em planimetria e altimetria.

Planimetria é a técnica pela qual as medidas tanto angulares como lineares são reproduzidas em um plano horizontal de referência, levando em conta apenas a locação dos objetos da área, se assemelha à foto da área tirada de um avião. Não estarão representados os relevos e as diferenças de níveis.

Altimetria é a técnica pela qual as medidas são realizadas sob o ponto de vista vertical, obtendo diferenças de níveis e ângulos verticais. Nesse tipo de levantamento se dá maior importância ao relevo do terreno.

Ainda no decorrer do curso abordaremos um pouco de topologia, que ao se utilizar dos dados obtidos através da topometria, estuda as formas da superfície terrestre e as leis que regem o seu formato. Tem como principal elemento as curvas de nível.

1. O que você entende por Topografia?

2. Quais as divisões da Topografia? Defina cada uma delas.

3. Qual a diferença de altimetria e planimetria?

2.3 Equipamentos topográficos e suas aplicações

Há vários equipamentos topográficos, vamos estudar alguns deles?

2.3.1 Estação total

O equipamento moderno mais utilizado nos levantamentos planimétricos é a estação total. Ela também é utilizada na altimetria em nivelamentos trigonométricos, mas é na área de locação, transporte de coordenadas e levantamentos de áreas patrimoniais que ela mais se destaca (ver figuras abaixo).

Figura 2.1: Estação total vista de frente, teclados de comandos e *display* de visualização

Figura 2.2: Estação total vista de costa. Repare na seta indicando a posição do nível de bolha

Figura 2.3: Estação total vista de lado sobre tripé, luneta apontada para o horizonte.

A estação total usa como acessórios principais o tripé, o prisma, e o bastão para o prisma.

Para ser operada terá que ser fixada ao tripé aproximadamente na altura do topógrafo, centrada em um ponto (marco topográfico ou piquete com elementos topográficos conhecidos), nivelada (ela contém duas bolhas de nível que precisam ser caladas) e, por fim, orientada em algum outro ponto conhecido, onde será zerada com o auxílio dos retículos da luneta (sistema de mira da estação) apontados para o bastão com o prisma colocado no outro ponto.

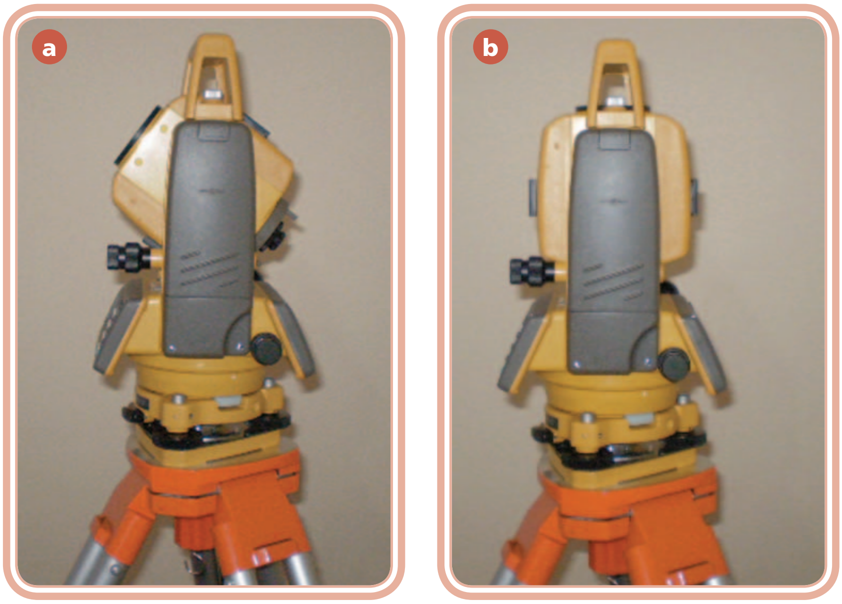


Figura 2.4: a) Estação total vista de lado sobre tripé, luneta apontada a 45° do horizonte; e b) luneta apontada para o zênite

A estação total contém um círculo vertical e um outro horizontal, divididos em graus, minutos e segundos. Seu sistema de operação é todo automatizado.

Figura 2.5: Prisma sobre bastão de 2,70 m de altura

1. Quais os equipamentos topográficos que você conhece

2. Descreva sucintamente como se opera a estação total.

3. Quantos e quais são os círculos de leituras de ângulos da estação total?

2.3.1.1 Elementos geométricos levantados em campo através de operações com a estação total

a) Ângulos horizontais obtidos através do círculo horizontal, com um giro em torno do seu eixo vertical.

Agora, vamos ver o que é um ângulo horizontal:

O ângulo horizontal (Hz): é medido entre dois alinhamentos do terreno levando-se em conta apenas o plano horizontal. Imagine um canto de cerca de uma propriedade, o ângulo formado entre os dois lances de cercas de direções diferentes é um exemplo de ângulo horizontal. Veja a Figura 2.6.

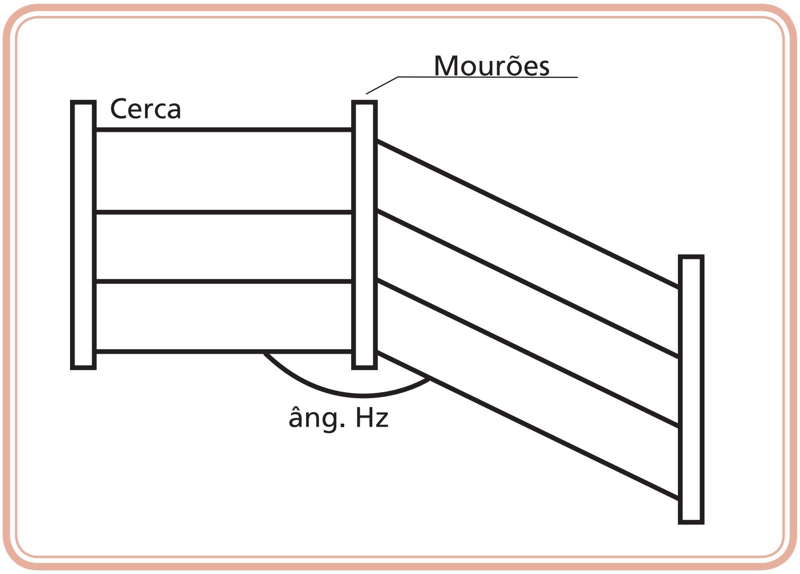


Figura 2.6: O ângulo horizontal (Hz)

b) Ângulos verticais obtidos através do círculo vertical, medido com o giro em torno do eixo horizontal da estação total.

O círculo vertical da estação geralmente já é zerado no zênite quando o aparelho é nivelado, e para se obter o ângulo vertical subtrai-se ou soma-se com o ângulo zenital, medido no aparelho.

Vejamos o que é um ângulo vertical.

Ângulo vertical (v): é medido entre a direção inclinada de um ponto (vértice do ângulo) e um outro (mais alto ou mais baixo do que o primeiro) em relação à linha do horizonte. Pode ser *ascendente (+) ou descendente (-)*, conforme se encontre acima (aclive) ou abaixo (declive) da linha do horizonte.

Veja o exemplo da cerca abaixo (Figura 2.7): uma das estacas está formando um ângulo vertical com outra estaca.

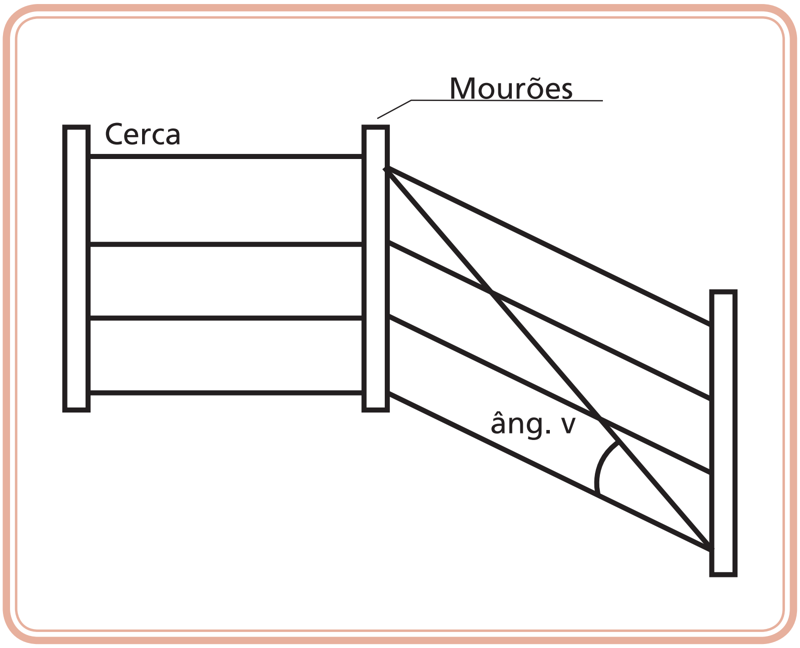


Figura 2.7: Ângulo vertical (v)

O zênite (z) encontra-se no infinito vertical superior, e o nadir no infinito vertical inferior. Deles partem os ângulos zenitais e nadirais.

Veja a exemplificação na figura a seguir.

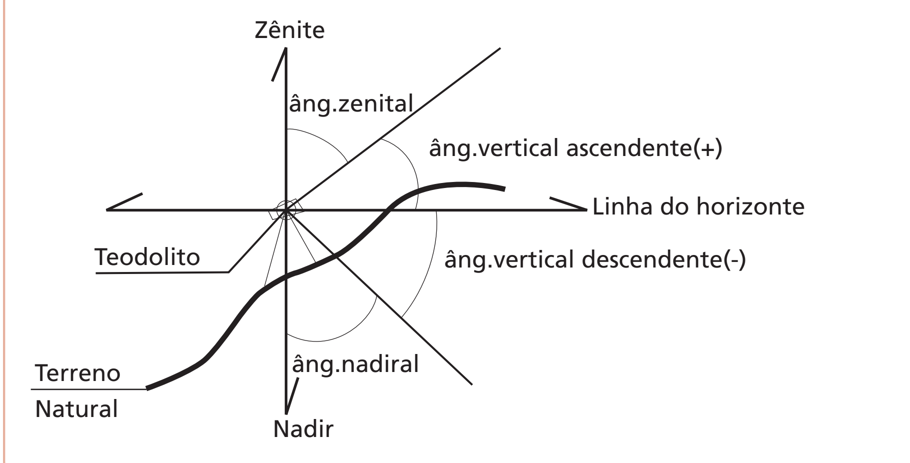


Figura 2.8: O zênite(z)

O teodolito é um equipamento topográfico mais antigo que a estação total, em termos de operação com ângulos ele se assemelha à estação, porém suas demais operações perdem muito em eficácia quando comparadas com a estação total. Neste curso, não entraremos em detalhes sobre esse equipamento.

1. O que você entende por ângulo vertical?

2. Onde está situado o zênite? e o nadir?

3. O que é um ângulo horizontal?

c) Distâncias: com o auxílio do prisma, a estação, através de um raio laser acionado pelo topógrafo, lê as distâncias horizontal, vertical e inclinada, com precisões milimétricas, o alcance, dependendo do equipamento, é de mais de dois quilômetros entre o ponto da estação e o ponto onde está o prisma.

Apesar de o equipamento realizar esses cálculos, é importante que conheçamos algumas relações entre essas distâncias, bem como suas definições.

Vejamos a figura a seguir. A linha mais escura é a linha do terreno. O ponto A está no nível mais baixo que o ponto B. Entre eles temos três diferentes distâncias. Note que o triângulo formado entre essas distâncias é um triângulo retângulo, e ainda que a distância inclinada é a hipotenusa, a distância vertical é o cateto oposto ao ângulo vertical e a distância horizontal é o cateto adjacente ao ângulo vertical.

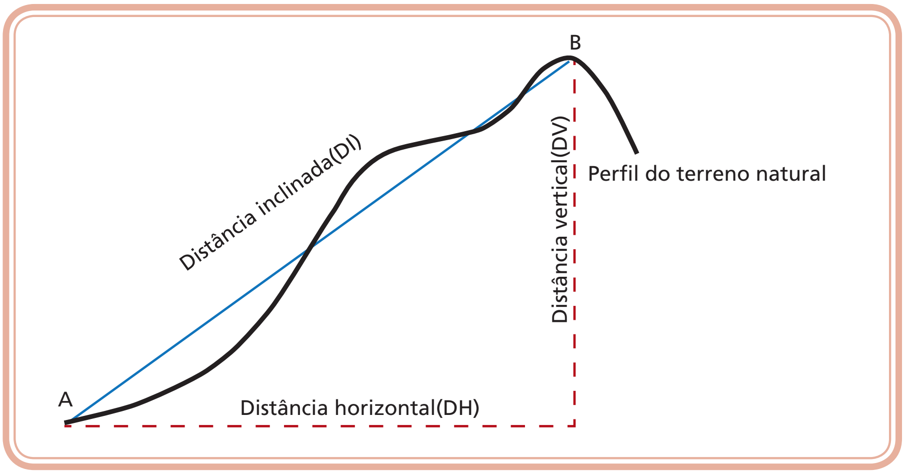


Figura 2.9: Relações entre as distâncias horizontal, vertical e inclinada

- Distância horizontal (DH): é a distância medida entre dois pontos no plano horizontal. O ângulo formado no vértice A, pelas retas da distância horizontal e inclinada é o ângulo vertical (V).

Conforme vimos na Aula 1, para calcular a distância horizontal (DH) = (cateto adjacente) a partir do ângulo vertical (V) = (ângulo â) e da distância inclinada = (hipotenusa), temos:

$$Cos(\hat{a}) = \frac{Cateto\ \ adjacente}{Hipotenusa} \Rightarrow Cos(v) = \frac{(DH)}{(DI)} \Rightarrow$$

$$(DH) = (DI).x.Cos(V)$$

Para calcular a distância horizontal a partir do ângulo e da distância vertical, temos:

$$Tan(\hat{a}) = \frac{Cateto\ \ oposto}{Cateto\ \ adjacente} \Rightarrow Tan(v) = \frac{(DV)}{(DH)} \Rightarrow$$

$$(DH) = \frac{(DV)}{Tan(V)}$$

Exemplo 1

1 – Usando calculadora, informe qual a distância horizontal quando:

a) A distância vertical for igual a 15,00 m e o ângulo vertical igual a 06°00’36”.

$$DH = \frac{15}{Tan(6°00'36'')} \Rightarrow DH = 142,476m$$

b) A distância vertical for igual a 150,00 m e o ângulo vertical igual a 16°00’00”.

$$DH = \frac{150}{Tan(16°00'00'')} \Rightarrow DH = 523,110m$$

C) A distância inclinada for igual a 150,00 m e o ângulo vertical igual a 2°10’00”

DH = 150 x Cos(2°10'00")⇒DH = 149,892 m.

1. O que é uma distância horizontal

2. Quais são os equipamentos utilizados junto com a estação total para a medição de uma distância horizontal?

3. Com o auxílio de uma calculadora, determine a distância horizontal (DH) quando:

a) A distância inclinada for igual a 1325,00 m e o ângulo vertical for igual a 12°45’02”.

b) A distância vertical for igual a 5,00 m e o ângulo vertical for igual a 02°45’12”.

c) A distância vertical for igual a 0,50 m e o ângulo vertical for igual a 0°59’12”.

d) A distância inclinada for igual a 830,00 m e o ângulo vertical for igual a 9°45’02”.

Quando nos referimos às distâncias, nos vem logo a ideia de uma distância horizontal como, por exemplo, a distância de uma cidade a outra, o local que temos de ir e precisamos pegar mais de um ônibus, a distância do parente que nos enche de saudade, entre outras, porém a palavra distância exprime a ideia de tudo que não está perto. Um exemplo é o espaço entre uma pessoa que está em cima de um prédio distante de outra que está embaixo do mesmo prédio. A essa distância chamamos de altura. Aqui, essa distância será tratada como distância vertical.

Vamos falar agora sobre distância vertical!

- **Distância vertical ou diferença de nível:** é a distância medida entre dois pontos num plano vertical, que é perpendicular ao plano horizontal.

Para calcular a distância vertical em relação ao ângulo vertical e a distância inclinada, temos:

$$Sen(\hat{a}) = \frac{Cateto \;\; oposto}{Hipotenusa} \Rightarrow Sen(v) = \frac{(Dv)}{(DI)} \Rightarrow$$

$$(DV) = (DI).x.Sen(V)$$

Para calcular a distância vertical a partir do ângulo vertical e da distância horizontal, temos:

$$Tan(\hat{a}) = \frac{Cateto \;\; oposto}{Cateto \;\; adjacente} \Rightarrow Tan(v) = \frac{(Dv)}{(DH)} \Rightarrow$$

$$(DV) = (DH) \text{ x } Tan(V)$$

Exemplo 2

1. Usando calculadora, informe qual a distância vertical quando:

a) A distância horizontal for igual a 1670,00 m e o ângulo vertical igual a 00°10’36”.

Dv = 1670,00m x Tan(00°10'36")⇒ Dv = 5,149m

b) A distância inclinada for igual a 250,00 m e o ângulo vertical igual a 02°10’10”.

Dv = 250,00m x Sen(02°10'10")⇒ Dv x 9,463m

1. O que é uma distância vertical?

2. Com o auxílio de uma calculadora, determine a distância vertical (DV) quando:

a) A distância horizontal for igual a 852,00 m e o ângulo vertical for igual a 02°16’02”.

b) A distância inclinada for igual a 305,00 m e o ângulo vertical for igual a 01°05’12”.

c) c) A distância horizontal for igual a 1852,00 m e o ângulo vertical for igual a 00°16’02”.

d) d) A distância inclinada for igual a 3005,00 m e o ângulo vertical for igual a 02°15’12”.

- **Distância inclinada:** é a distância medida entre dois pontos, seguindo a inclinação da superfície do terreno.

Para calcular a distância inclinada, temos:

$$Sen(\hat{a}) = \frac{Cateto\ \ oposto}{Hipotenusa} \Rightarrow Sen(v) = \frac{(Dv)}{(DI)} \Rightarrow$$

$$(DI) = \frac{(DV)}{Sen(V)}$$

$$Cos(\hat{a}) = \frac{Cateto\ \ adjacente}{Hipotenusa} \Rightarrow Cos(v) = \frac{(DH)}{(DI)} \Rightarrow$$

$$(DI) = \frac{(DH)}{Cos(V)}$$

Exemplo 3

1. Usando calculadora, informe qual a distância inclinada quando:

a) A distância horizontal for igual a 167,00 m e o ângulo vertical igual a 00°10’36”.

$$DI = \frac{167}{Cos(00°10'36'')} \Rightarrow DI = 167,000m$$

b) A distância vertical for igual a 250,00 m e o ângulo vertical igual a 02°10’10”.

$$DI = \frac{250}{Cos(02°10'10'')} \Rightarrow DI = 6604,164m \quad .$$

1. Com o auxílio de uma calculadora, determinar a distância inclinada (DI) quando:

a) A distância horizontal for igual a 425,00 m e o ângulo vertical for igual a 16°45'36".

b) A distância vertical for igual a 12,00 m e o ângulo vertical for igual a 00°25'06".

2. Qual a altura de um prédio que está a 200 m de um observador que olha com o auxílio de uma estação total para o topo do prédio e constata que o ângulo vertical, do horizonte ao topo do prédio é de 7°07'54?

Lembre-se de que a estação total, através de programas instalados no próprio equipamento, executa a maioria dos cálculos, como coordenadas, altitudes, azimutes, entre outros, e seus dados são transmitidos diretamente para computadores com programas específicos de topografia.

2.3.2 Nível

O nível é o equipamento mais preciso para o levantamento altimétrico. Seus acessórios principais são o tripé (suporte para o nível), a mira (que é uma régua graduada em metros, decímetros e centímetros, com os milímetros estimados por aproximação e geralmente tem quatro metros de altura), e uma trena para medir as distâncias entre os pontos nivelados.

Ao contrário da estação total, o nível só tem um eixo, o vertical, sua luneta é fixa na linha do horizonte, ou seja, seu ângulo vertical é fixo em 0°, e para operá-lo é necessário que o coloque no tripé numa altura conveniente, nivele sua única bolha, e a partir daí o topógrafo sairá lendo a mira primeiramente num ponto de altitude conhecida e depois em outros pontos aos quais se deseja transportar a altitude.

Figura 2.10: Nível sobre tripé. A luneta do nível é fixa sob o eixo horizontal, ou seja, ela aponta sempre para o horizonte

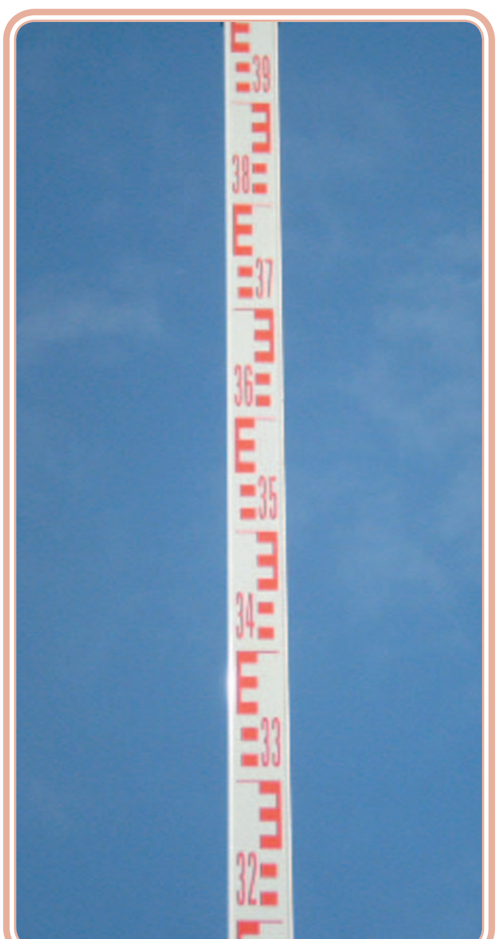


Figura 2.11: Mira de quatro metros, graduada em metros, decímetros, e centímetros

Figura 2.12: Tripé em alumínio para suporte de estação total e nível

2.4. Acessórios complementares utilizados nos levantamentos topográficos

Agora vamos citar quatro acessórios para levantamentos topográficos. Preste bastante atenção e, se for o caso, releia atentamente cada uma de suas funcionalidades.

2.4.1 Piquetes

São feitos geralmente de madeira, pontiagudos, com uma altura média de 15 cm, são utilizados cravados no solo para materializar os pontos em campo, geralmente são acompanhados de um piquete maior chamado de estaca testemunha, que é cravado próximo ao piquete e serve para facilitar a sua localização no campo.

2.4.2 Balizas

São feitas de ferro, pontiagudas, com dois metros de altura e pintadas de vermelho e branco. São utilizadas como apoio para abertura de picadas alinhadas no mato e também em medidas de distâncias (com a trena) em linha reta sem o auxílio de outros equipamentos, bem como na projeção do piquete na vertical para facilitar a observação feita a partir do equipamento topográfico, entre outras utilidades.

2.4.3 Trenas

Geralmente de 50 ou 20 metros, são utilizadas para medições diretas de distância.

2.4.4 Marcos de concreto

Na forma de tronco de pirâmide, são usados para marcação de áreas patrimoniais, como pontos definitivos de coordenadas e altitudes conhecidas, e são protegidos por lei, não podendo ser tirados do local, principalmente quando colocados por algum órgão federal. Acima de cada marco vem uma descrição indicando seu registro e o órgão que o implantou.

1. Em qual tipo de levantamento topográfico é utilizado o nível?

2. Como é graduada a mira topográfica?

3. Quais os acessórios utilizados nos levantamentos topográficos que você conhece?

Bem, espero que até aqui você tenha entendido que a topografia é prática, é amplamente usada em qualquer serviço de engenharia, sem os equipamentos adequados não se consegue evoluir em qualquer levantamento topográfico.

Resumo

Nesta aula, você teve o primeiro contato teórico com Topografia. Você estudou as divisões da Topografia, e conheceu os seus dois maiores universos: a planimetria e a altimetria. Também estudou os principais equipamentos utilizados para execução de levantamentos topográficos, bem como as particularidades de manuseio de cada um. Foram abordados ainda conhecimentos em cálculos topográficos. E você teve, num segundo momento, instruções quanto à aplicação de conceitos matemáticos, revisados na Aula 1, nas relações entre as diversas formas de se encarar a distância entre dois pontos. Aprendeu a definição de vários elementos utilizados na Topografia como ângulos zenitais, verticais, horizontais, as distâncias horizontais, verticais etc.

Avaliação

1. Explique com suas palavras:

a) Para que serve uma estação total?

b) Como é graduada uma mira?

c) Qual a diferença entre ângulo zenital, ângulo vertical e ângulo horizontal?

d) Dê exemplos de acessórios de topografia.

2. Com o auxílio de uma calculadora, determinar a distância horizontal (DH) quando:

a) Distância inclinada = 123,00 m e ângulo vertical = 06°40'36".

b) Distância vertical = 13,00 m e ângulo vertical = 26°45'16".

3. Com o auxílio de uma calculadora, determinar a distância vertical ou diferença de nível (DV) quando:

d) Distância horizontal = 123,00 m e ângulo vertical = 30°.

e) Distância horizontal = 130,00 m e ângulo vertical = 25°45'16".

4. Qual o principal instrumento para realização de levantamentos altimétricos?

5. O que é uma distância inclinada entre dois pontos?

Aula 3 – Planimetria

Objetivos

Transformar azimutes em rumos e ângulos verticais em zenitais.

Calcular azimutes, rumos, distância entre duas coordenadas conhecidas, bem como calcular área de um polígono fechado qualquer.

Calcular as coordenadas de um ponto a partir de outro com coordenadas conhecidas.

3.1 Medidas angulares

Conhecer topografia não é apenas fazer medições angulares e/ou lineares, você tem que entender é que durante sua vida profissional, você terá que tomar decisões quanto à contratação ou não de um levantamento topográfico, e quanto mais conhecimento obtiver da área mais facilidade terá em saber o que contratar, quanto pagar, quanto tempo vai durar etc, para que tudo saia como o planejado.

Os conceitos aqui abordados são conceitos simplificados com o objetivo de apresentar uma visão geral da topografia, evidentemente estes conceitos podem ser ampliados pelo aluno pesquisando em livros específicos da área de topografia.

Vamos continuar nos aprofundando um pouco mais na parte planimétrica da Topografia.

Podemos classificar os ângulos medidos em topografia como ângulos horizontais e verticais, sendo:

3.1.1 Ângulos horizontais

Agora vamos ver os ângulos horizontais.

3.1.1.1 Ângulos internos

São ângulos medidos no interior de uma poligonal, ou seja, são ângulos de dentro da figura que representa a área (veja a Figura 3.1).

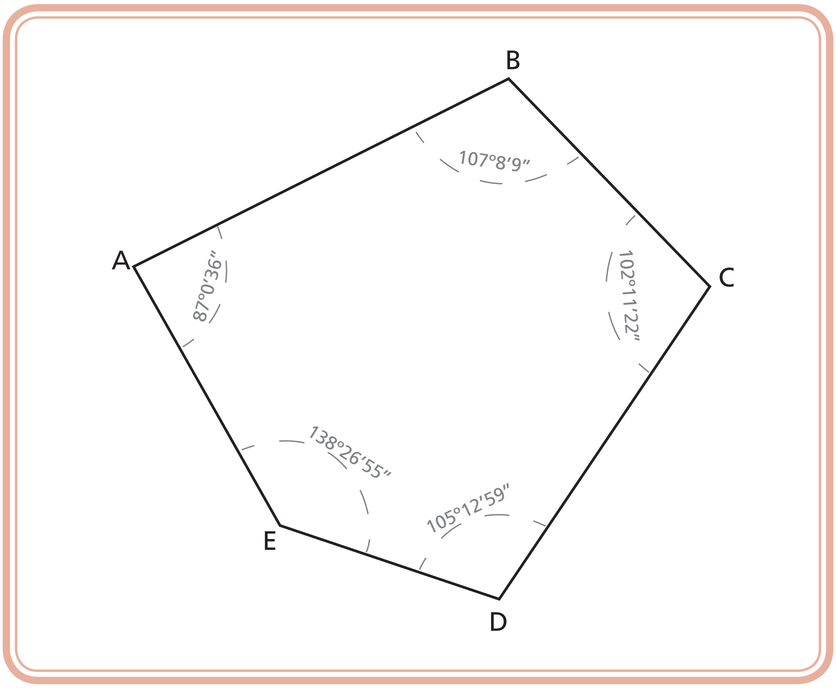


Figura 3.1: Ângulos internos

Note que a soma dos ângulos internos desse polígono é:

Soma âng.int.(Hzi) = 87°00′36″ + 107°08′09″ + 102°11′22″ + 105°12′59″ + 138°26′55″ = 540°00′00″.

Esse valor pode ser conseguido a partir da fórmula:

Soma (Hzi) = 180° x (n – 2)

Onde *n* é o número de lados do polígono.

Ela é importante, pois é uma forma de controlar a qualidade do levantamento de campo, ou seja, se o somatório dos ângulos não der o esperado, algum ângulo do polígono foi levantado errado.

Exemplo

A soma dos ângulos de qualquer polígono de 5 lados é:

180° x (5-2) = 180° x 3 = 540°

3.1.1.2 Ângulos externos

São os ângulos da parte externa da poligonal, a soma do ângulo interno e externo de um único vértice da poligonal é igual 360°.

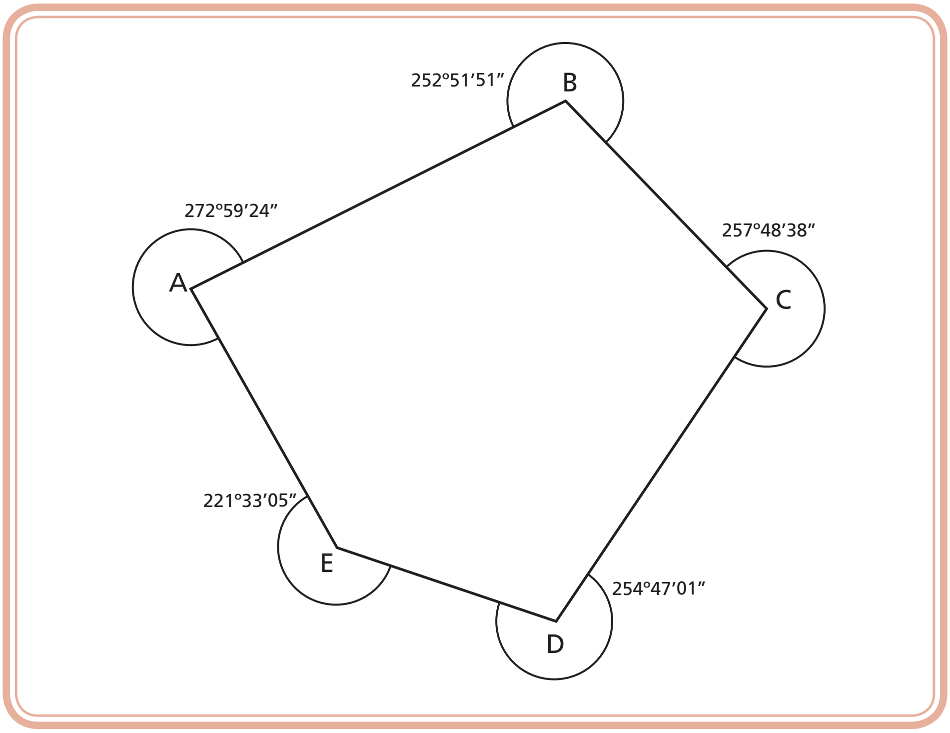


Figura 3.2: Ângulos externos

Note que a soma dos ângulos externos desse polígono é:

Soma âng.ext.(Hze) = 272°59'24" + 252°51'51" + 257°48'38" + 254°47'01" + 221°33'05" = 1260°00'00".

Esse valor pode ser conseguido a partir da fórmula:

Soma (Hzi) = 180° x (n + 2)

Onde *n* é o número de lados do polígono.

Exemplo

A soma dos ângulos externos de qualquer polígono de 5 lados é:

180° x (5+2) = 180° x 7 = 1260°

Os ângulos horizontais *internos* e *externos* variam de 0° a 360°.

1. Calcule a soma dos ângulos internos e externos dos polígonos de:

a) 10 lados.

b) 16 lados.

c) 8 lados.

2. Os ângulos internos de um polígono de seis lados são 123°, 78°, 188° 92°, 102° e X°. Calcule o ângulo X.

3.1.1.3 Ângulos horizontais de orientações: azimutes e rumos

Você com certeza, intuitivamente, já se utilizou de palavras como "rumo".

Quando você fala a alguém que "algum lugar fica para aquele rumo", você está com certeza orientando essa pessoa como chegar àquele lugar.

Nós vamos agora saber de fato o que representa esta palavra rumo, e qual a sua aplicabilidade na topografia.

Tanto o azimute quanto o rumo servem para orientar o deslocamento de um lugar a outro, sem que o destino esteja sendo avistado, isto é, andando pela linha imaginária que é um rumo ou um azimute, com certeza, se chegará ao destino pretendido.

Esses ângulos têm como partida o norte (verdadeiro ou magnético). Sendo que:

- **O norte verdadeiro** é único e sempre aponta para o pólo norte da terra, ou seja, de qualquer lugar que você esteja sempre terá uma orientação que apontara para o norte verdadeiro da terra, em outras palavras, não existe lugar que não se possa nortear um alinhamento.

- **O norte magnético** é variável com o passar dos anos e também depende da região que se esteja, é o norte apontado pela agulha imantada da bússola, ou seja, ela aponta para as "massas magnéticas" que se impõem no local.

Vamos às definições:

a) **O azimute (AZ):** É um ângulo horizontal que parte do norte, no sentido horário, até o alinhamento desejado, varia de 0° a 360°, e pode ser azimute verdadeiro ou magnético dependendo de sua partida (ver Figura 3.3).

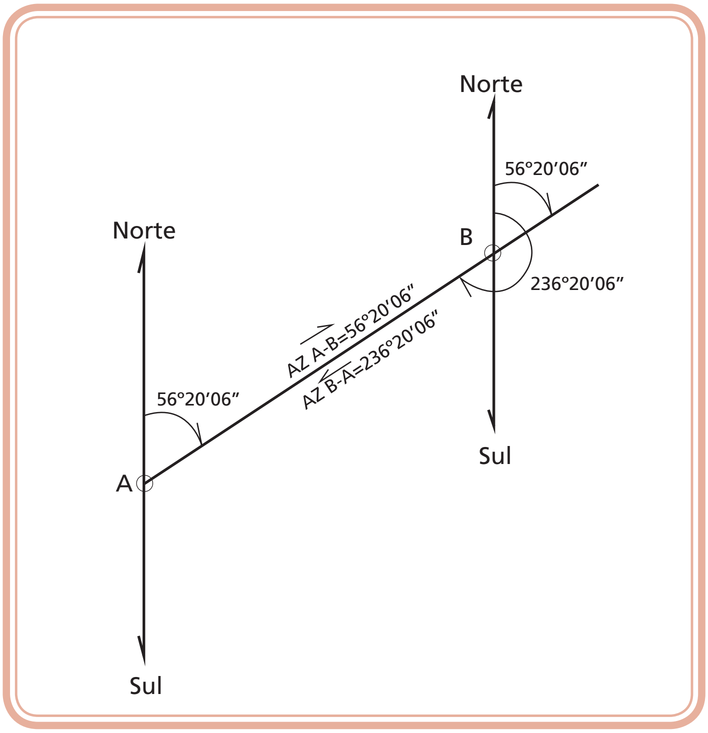


Figura 3.3: Azimute (AZ)

O contra azimute (CAZ) é o azimute no sentido contrário.

Quando o azimute é maior que 180°, o contra azimute é igual a:

CAZ = AZ – 180°

Quando o azimute é menor que 180°, o contra azimute é igual a:

CAZ = AZ + 180°

Exemplo: veja a Figura 3.3. O azimute de A para B é igual a 56°20'06", então o contra azimute de A para B será igual ao azimute B para A. Veja:

$$CAZ(A \rightarrow B) = AZ(B \rightarrow A) = 180° + 56°20'06" = 236°20'06"$$

b) O rumo (R): pode ser definido como o ângulo horizontal que parte do norte ou do sul no sentido horário ou anti-horário até o alinhamento desejado, varia de 0° a 90°, podendo ser NE (Nordeste), NO (Noroeste), SE (Sudeste), SO (Sudoeste) e pode ser rumo verdadeiro ou magnético dependendo de sua partida.

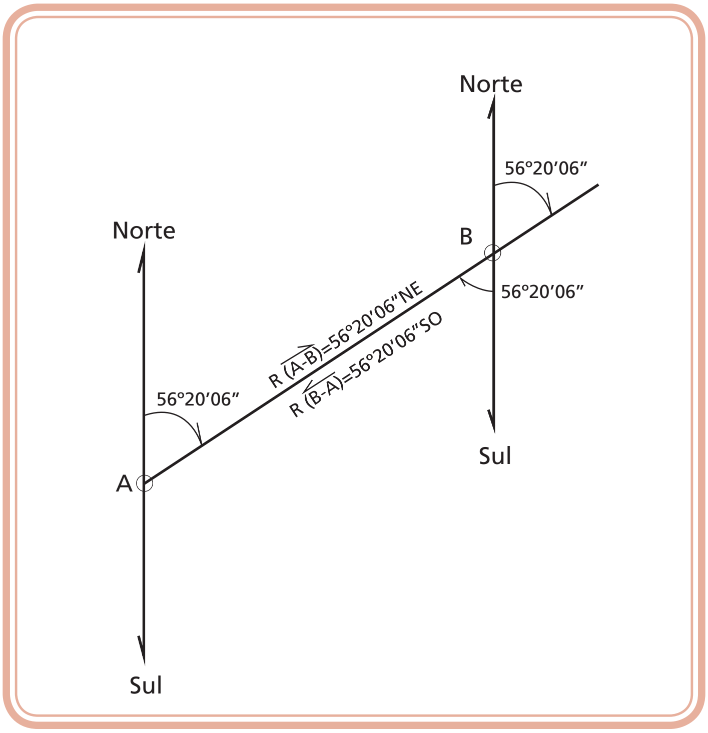


Figura 3.4: Rumo (R)

Note na Figura 3.4 que os valores dos rumos do ponto A para B e B para A são iguais, diferenciando-se apenas pelos indicativos NE e SO (indicativos de quadrante).

Veja a figura a seguir para exemplificar os ângulos em seus quadrantes.

Indicações de rumos: R(0-1), R(0-2), R(0-3), R(0-4).

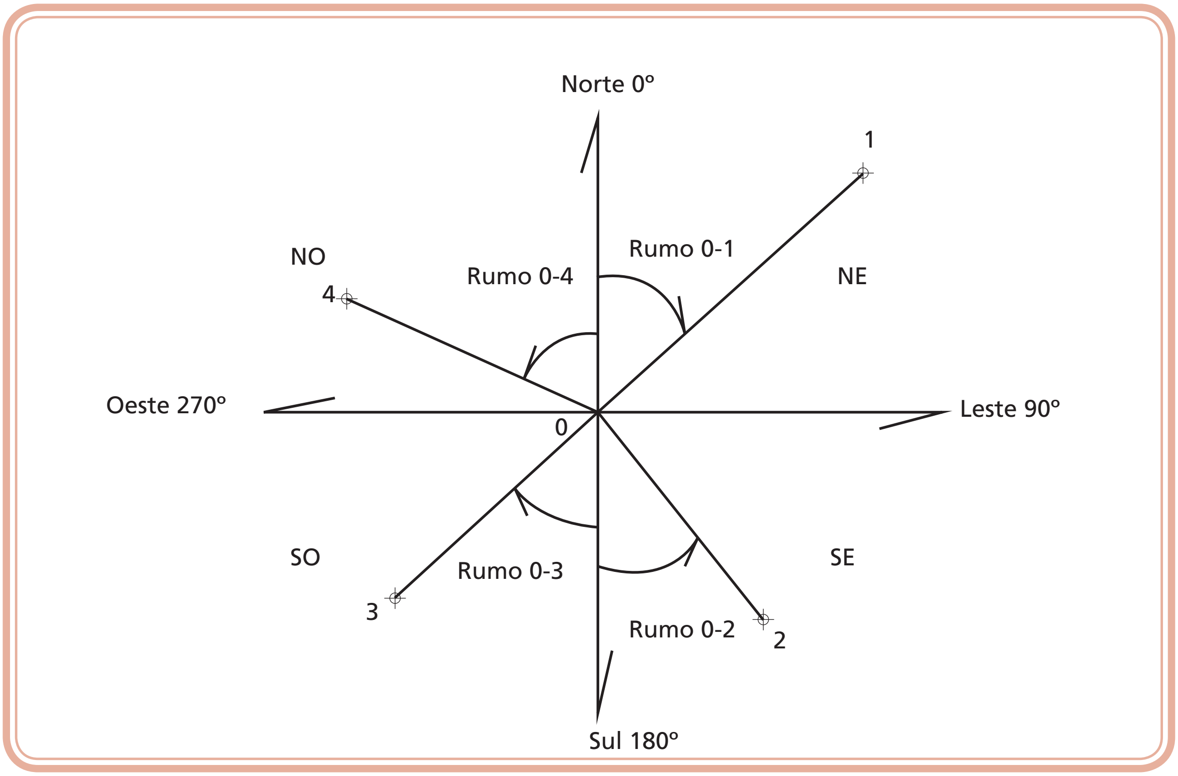


Figura 3.5: Indicações de rumos nos quadrantes: R(0-1), R(0-2), R(0-3), R(0-4)

Indicações de azimutes: AZ(0-1), AZ(0-2), AZ(0-3), AZ(0-4).

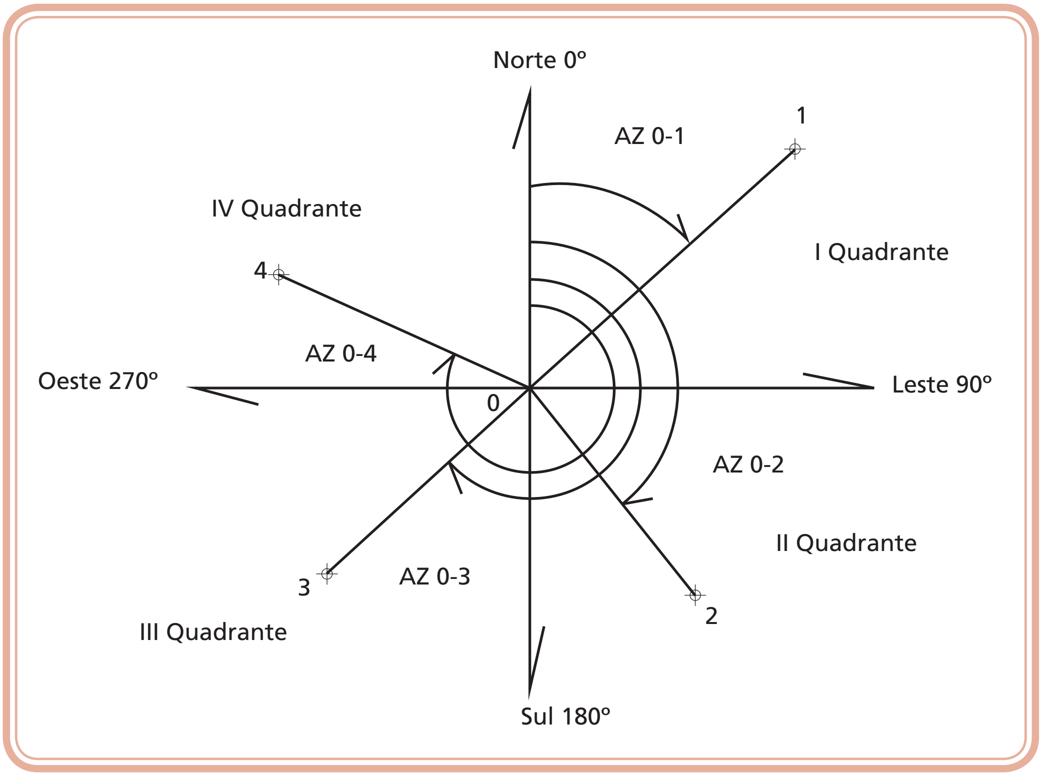


Figura 3.6: Indicações de azimutes nos quadrantes: AZ(0-1), AZ(0-2), AZ(0-3), AZ(0-4)

Note as seguintes relações entre azimutes (AZ) e Rumos (R):

No 1º quadrante R(NE) = AZ, então AZ= R(NE)

No 2º quadrante R(SE) = 180° – AZ, então AZ = 180° - R(SE)

No 3º quadrante R(SO) = AZ – 180° então AZ = 180° + R(SO).

No 4º quadrante R(NO) = 360° – AZ, então AZ = 360° – R(NE)

1. Converta os seguintes rumos em azimutes:

a) 59°09′45″ NO

b) 39°35′36″ SO

c) 06°48′36″ NE

d) 16°08′26″ SE

2. Calcule os contra azimutes dos seguintes azimutes:

a) 59°09′45″

b) 139°35′06″

c) 206°41′32″

d) 346°08′26″

3. Defina:

a) O que você entende por norte verdadeiro?

b) Qual a diferença entre azimute verdadeiro e azimute magnético?

c) Qual a soma dos ângulos internos de um polígono de 8 lados?

4. A diferença de alinhamentos do norte verdadeiro e do norte magnético é chamada de **declinação magnética**. Pesquise e apresente um trabalho sobre esse assunto.

3.1.2 Ângulos verticais

Já falamos sobre os ângulos horizontais. Agora vamos estudar os ângulos verticais. A primeira informação é que os ângulos verticais podem ser classificados como:

a) Com origem no horizonte.

Quando recebe o nome de *ângulo vertical* ou *inclinação*, variando de 0° a 90° em direção ascendente (acima do horizonte) ou em direção descendente (abaixo do horizonte).

b) Com origem no zênite ou no nadir

Quando recebe o nome de *ângulo zenital (Z)* ou *nadiral (N)*, variando de 0° a 360°. Neste curso, estudaremos apenas os ângulos zenitais e verticais (veja Figura 3.7).

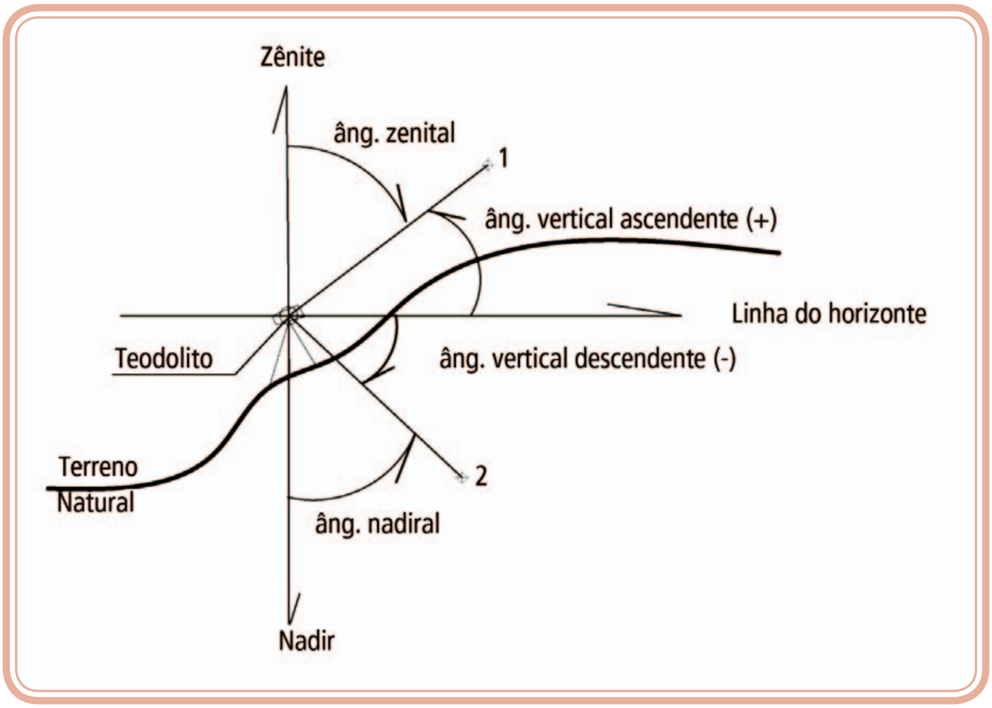


Figura 3.7: Indicações de ângulos verticais, zenital e nadiral em relação à linha do horizonte

As relações entre o *ângulo zenital* (Z) e o *vertical* (V) são as seguintes:

Ângulo zenital = 90° - V (ascendente)

Ângulo zenital = 90° + V (descendente)

1. Converta os ângulos verticais a seguir em ângulos zenitais. Observe que existem ângulos com sinal negativo indicando que o ponto visado está abaixo da linha do horizonte.

a) 59°09’45”

b) – 39°35’36”

c) 46°48’36”

d) – 16°18’26”

2. Informe qual a diferença entre ângulo vertical e zenital.

3.2 Levantamento topográfico utilizando coordenadas cartesianas arbitrárias ou reais (UTM)

O sistema cartesiano na topografia consiste em definir para cada figura plana coordenadas (x,y), que em topografia representaremos por coordenadas (E,N), cujos vértices são dados a partir de um ponto de origem (0;0), que pode ser arbitrário (o topógrafo diz onde é sua partida) ou pode ser georreferenciado (referenciamento mundial), onde o ponto de partida pertence a todo o globo terrestre. Praticamente, nesse caso, o ponto de partida seria a linha do equador para a direção norte-sul, e o meridiano Greenwich na direção leste-oeste.

Quando as coordenadas são arbitrárias, existe a desvantagem de o levantamento servir apenas para aquela área em particular, não podendo ser agregado à outro, pois com sistemas diferentes haveria incoerências nos dados, ou seja, eles não se encaixariam.

Quando os levantamentos são georreferenciados servem para todo o globo terrestre. As coordenadas recebem o nome de sistema de projeção UTM (Universal Transverso de Mercator), nome dado devido ao seu idealizador o holandês Gerhard Kremer (1512-1594), conhecido como Mercator.

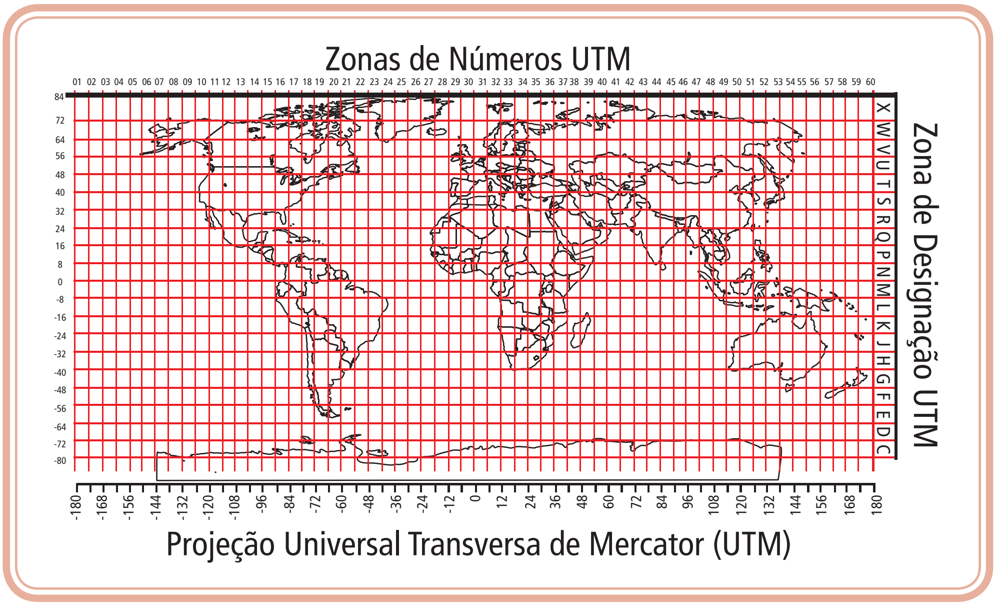


Figura 3.8: Projeção Universal Tranversa de Mercator (UTM)
Fonte: <http://portalgeo.rio.rj.gov.br/armazenzinho/web/imagens/fig26_utmzones.jpg>. Acesso em: 21 ago. 2010.

As coordenadas quando se referem à Terra como um todo "esférico" recebem o nome de latitude e longitude (são dadas em graus, minutos e segundos), sendo a latitude norte(N) ou sul(S) dependendo se o ponto estiver acima ou abaixo da linha do equador (latitude = 0°), e a longitude leste(E) ou oeste(O) dependendo se o ponto estiver à direita ou à esquerda do meridiano de Greenwich (longitude = 0°). Já as coordenadas quando se referem à Terra como um plano, a Terra, que é "esférica", é dividida em 60 arcos de 6° (60 x 6° = 360°).

Cada arco representa um plano ou um fuso UTM. Esses fusos podem ser comparados à superfície da casca de um gomo de uma laranja.

As coordenadas UTM são trabalhadas em metros, pois, como já vimos anteriormente, elas são relacionadas à Terra como se a mesma fosse um plano. Essas coordenadas são trabalhadas por setores terrestres denominados fusos para diminuir as discrepâncias entre as distâncias retas e as distâncias curvas (levando em conta a esfericidade da Terra). Cada fuso tem como origem a interseção do meridiano central do fuso com a parte da linha do equador compreendida entre os extremos do fuso.

São convencionados os valores de 500.000 m para o meridiano central (E) de cada fuso e 10.000.000 m para a linha do equador (N). Assim é para que não se trabalhe com coordenadas negativas.

É importante você saber que nesse último texto houve uma simplificação de certos conceitos devido à complexidade do assunto, conceitos esses que para o nosso curso, que é básico, não irão influir, serve apenas para ampliar um pouco os seus conhecimentos e melhorar a assimilação nos próximos assuntos. Espero que esta pequena explicação tenha lhe mostrado o quanto é bonita e universal esta matéria.

1. Pesquise e apresente um texto de no mínimo 30 linhas referente a coordenadas geográficas e UTM.

2. Explique qual a principal diferença entre um levantamento com coordenadas arbitrárias e um levantamento com coordenadas reais.

Devido a nossa carga horária, esse assunto ficará resumido ao uso do GPS, que nos fornecerá com certa precisão as coordenadas UTM que precisaremos sempre que quisermos nos posicionar em relação ao globo terrestre, e encontrar limites de propriedades rurais e urbanas, quando os mesmos já tiverem sidos levantados dentro do sistema UTM.

Lembramos que além do GPS de mão, existe também um GPS de alta precisão e que o seu uso é um pouco mais complexo e, por isso, deverá ser operado por profissionais da área.

O GPS de mão funciona como um receptor de satélites definindo o tempo toda a sua posição, através de coordenadas reais do local.

Figura 3.9: GPS de mão
Fonte: <http://www.apetrexo.com.br/Imagens/produtos/62/862/862_Ampliada.jpg>. Acesso em: 21 ago. 2010.

O uso desse GPS é muito simplificado, devendo o operador ler o seu manual. Sempre que ligá-lo em uma área descoberta verá que automaticamente ele já ira fornecer em sua tela as coordenadas do local e quanto mais tempo ele ficar parado no ponto mais precisas serão essas coordenadas.

O importante para nós é sabermos manusear essas coordenadas, quer sejam arbitrárias ou reais, e como devemos tirar proveito delas.

Como por exemplo:

- Efetuar o cálculo de distância entre dois pontos com coordenadas conhecidas.
- Calcular o azimute entre esses dois pontos.
- Calcular uma área patrimonial através das coordenadas de seus vértices, entre outros.

Então vamos lá!

1. Pesquise e apresente um texto de no mínimo 30 linhas referente ao funcionamento do GPS e sua importância para o mundo como um todo. Evidencie em sua pesquisa os diversos sistemas de coordenadas que o GPS nos fornece (DATUM), como por exemplo o WGS 84, SAD 69, Córrego Alegre, entre outros.

3.3 Cálculos de rumos, azimutes, distâncias e áreas de polígonos

Veremos a seguir os cálculos referentes às coordenadas UTM (E,N) entre dois pontos. Sugiro que antes de entrar nesse assunto reveja em livros do terceiro ano do Ensino Médio o assunto geometria analítica e veja a semelhança com os cálculos aqui apresentados. Note que as coordenadas cartesianas (X,Y) do assunto geometria analítica, aqui são apresentadas como (E,N).

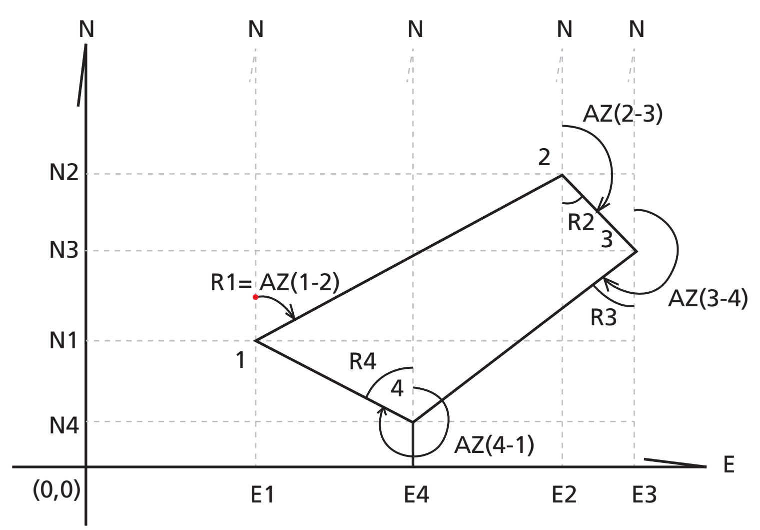


Figura 3.10: Poligonal inserida no plano cartesiano com coordenadas UTM (E,N)

Com a figura acima, calcularemos as distâncias, os rumos e os azimutes entre os pontos, e ainda a área da figura utilizando as coordenadas.

Note que:

a) Na figura, as coordenadas dos pontos são:

ponto 1 = (E_1, N_1); ponto 2 = (E_2, N_2); ponto 3 = (E_3, N_3); ponto 4 = (E_4, N_4).

b) Os rumos são:

rumo 1-2 = R1(NE); rumo 2-3 = R2(SE); rumo 3-4 = R3(SO); rumo 4-1 = R4(NO).

Os rumos entre dois pontos de coordenadas conhecidas, independente de seu quadrante, são calculados da seguinte maneira:

$R = (Tan^{-1})\left(\dfrac{\Delta E}{\Delta N}\right)$, ou seja, é o inverso da tangente da divisão do

ΔE $(E_{final} - E_{inicial})$ pelo ΔN$(N_{final} - N_{inicial})$.

c) Os azimutes são:

azimute1-2 = AZ(1-2); azimute 2-3 = AZ(2-3); azimute 3-4 = AZ(3-4); azimute 4-1 = AZ(4-1).

Relembre a seção 3.1.1.3 que fala das relações entre azimutes e rumos em cada quadrante.

1. Calcule o rumo utilizando na sua calculadora a fórmula $R = (Tan^{-1})\left(\dfrac{\Delta E}{\Delta N}\right)$, entre os pontos de acordo com os ΔE e ΔN dados abaixo.

a) pontos 1-2 (ΔE = 15,000 e ΔN = 20,000).

b) pontos A-B (ΔE = 1500,000 e ΔN = 1220,000).

c) pontos X-Y (ΔE = -105,000 e ΔN = 200,000).

d) pontos 3-2 (ΔE = 1523,000) e (ΔN = -210,000).

Até o momento só estudamos a figura (uma poligonal de quatro lados desenhada num sistema cartesiano), extraindo dela os objetos topográficos aqui já estudados, e verificamos o seu comportamento em relação aos lados do polígono e ao norte (N). Vimos ainda a relação entre azimutes e rumos, a qual poderá ser percebida graficamente se observarmos com atenção.

Veremos agora como fazer para obter informações dos dados até aqui estudados.

3.3.1 Cálculos de distâncias, rumos e azimutes entre pontos

Vamos agora calcular distâncias, rumos e azimutes. É interessante que você lembre as relações entre rumos e azimutes e como identificá-las num alinhamento qualquer. Tenha controle total sobre sua calculadora com os cálculos referentes à trigonometria e a ângulos, e tenha bastante atenção para cada detalhe aqui exposto. Você verá que tudo estudado até esse momento está sendo empregado de maneira direta ou indireta nesse assunto.

Cálculos entre os pontos 1 e 2

Observe que o lado do polígono 1-2 que está em evidência forma um triângulo retângulo com o ΔN e o ΔE, sendo estes os catetos desse triângulo, e a distância entre 1-2, a hipotenusa. Note que o azimute parte do norte (N), que tem a mesma direção do ΔN, no sentido horário até o alinhamento 1-2.

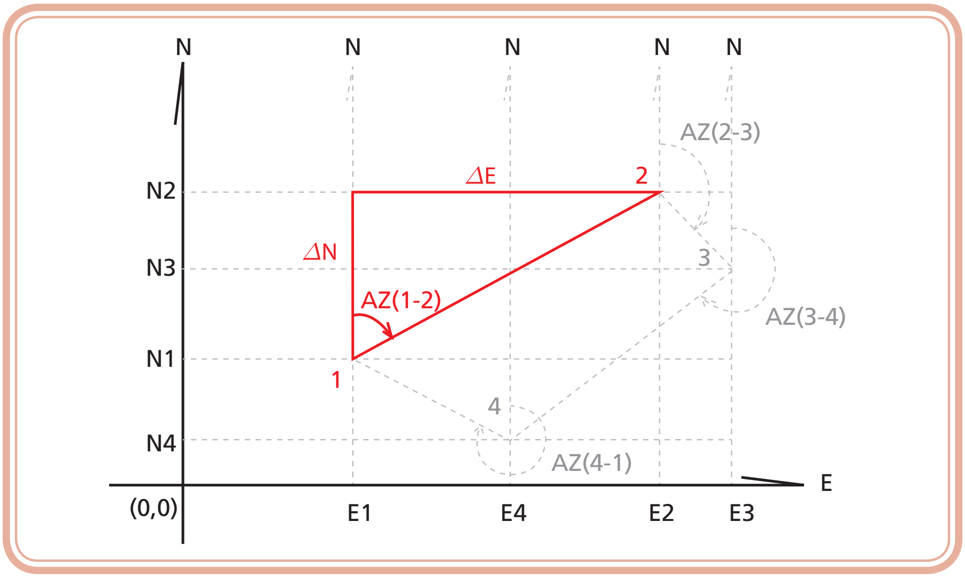


Figura 3.11: Distância e azimute do alinhamento 1-2 destacados da poligonal

Na figura, as coordenadas dos pontos são:

ponto 1 = (E_1,N_1); ponto 2 = (E_2,N_2).

O ΔE é a diferença entre as abscissas E_2 e E_1 dos pontos e o ΔN é a diferença entre as ordenadas N_2 e N_1 dos pontos, facilmente verificado no desenho. Veja que existem vários triângulos retângulos nessa figura, tomaremos o que está em destaque.

Já que $\Delta E = (E_2 - E_1)$; e $\Delta N = (N_2 - N_1)$, temos pelo Teorema de Pitágoras que

Distância (1 – 2) = $\sqrt{(\Delta N)^2 + (\Delta E)^2}$

Analisando o triângulo retângulo, temos:

$$R1(NE) = Tan^{-1}\left(\frac{\Delta E}{\Delta N}\right)$$

$AZ\,(1 \rightarrow 2) = R1(NE)$, pois o mesmo está no primeiro quadrante.

As coordenadas que vamos trabalhar referentes à Figura 3.17 são coordenadas reais, portanto os seus valores absolutos são elevados. Teremos exemplos cujas coordenadas serão arbitrárias, com isso seus valores absolutos para facilitar os cálculos serão menores.

Exemplo

Ver Figura 3.17.

a) Calcule o rumo, o azimute e a distância entre os pontos:

M3 (160800,0000 ; 9602700,000) e M4 (160960,5455 ; 9602774,4287).

Solução:

ΔE = (160960,5455 – 160800,0000) = 160,5455

ΔN = (9602774,4287 – 9602700,000) = 74,428

Distância $(M3 - M4) = \sqrt{(74,428)^2 + (160,5455)^2} = \sqrt{31314,385}$ = 176,959m

$R\ (M3 \rightarrow\ M4)\ NE\ =\ Tan^{-1}\left(\dfrac{160,5455}{74,428}\right)\ =\ \text{Tan}\ ^{-1},(2157)\ =\ 65{,}1278°\ =$ 65°07'40"NE

Note que os quadrantes dos rumos estão relacionados com os sinais do ΔE e ΔN. Quando o ΔE for positivo e ΔN for positivo, o rumo está no primeiro quadrante. Então:

$AZ(M3 \rightarrow M4) \rightarrow R(M3 \rightarrow M4)NE$ = 65°07'40"

Dica: Confirme na Figura 3.17 os valores entre M3 e M4. Refaça os cálculos utilizando sua calculadora e verifique se conferem com os seus resultados.

1. Calcule o rumo, o azimute e a distância entre os pontos.

a) A (1234,213 ; 938,000) e B (2000,000 ; 1550,000).

b) A (134,200 ; 138,000) e B (200,000 ; 154,000).

Cálculos entre os pontos 2 e 3

Observe que o lado do polígono 2-3 que está em evidência forma um triângulo retângulo com o ΔN e o ΔE, sendo estes os catetos deste triângulo, e a distância entre 2-3, a hipotenusa. Dessa vez, o ΔN e o ΔE são referentes aos pontos 2 e 3. Note que o azimute parte do norte (N), que tem a mesma direção do ΔN, no sentido horário até o alinhamento 2-3.

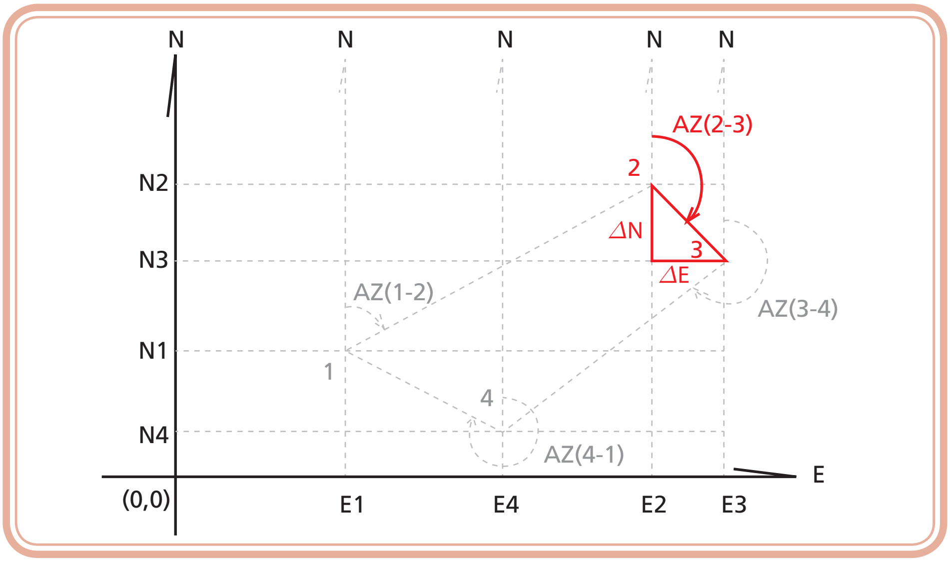


Figura 3.12: Distância e azimute do alinhamento 2-3 destacados da poligonal

Na figura, as coordenadas dos pontos são:

ponto 2 = (E_2,N_2); ponto 3 = (E_3,N_3).

O ΔE é a diferença entre as abscissas E_3 e E_2 dos pontos e o ΔN é a diferença entre as ordenadas N_3 e N_2 dos pontos.

$\Delta E = (E_3 - E_2)$ e $\Delta N = (N_3 - N_2)$, então, pelo Teorema de Pitágoras:

Distância (2 – 3) = $\sqrt{(\Delta N)^2 + (\Delta E)^2}$

Analisando o triângulo retângulo e ainda notando que o azimute é o ângulo que parte do norte(N) até o alinhamento 2-3 no sentido horário, temos:

$$R2(SE) = Tan^{-1}\left(\frac{\Delta E}{\Delta N}\right)$$

$AZ(2 \rightarrow 3) = 180° - R2(SE)$

Exemplo

Ver Figura 3.17.

a) Calcule o rumo, o azimute e a distância entre os pontos:

M4 (160960,5455 ; 9602774,4287) e M5 (161100,0000 ; 9602576,7025).

Solução

ΔE = (161100,0000 – 160960,5455) = 139,454

ΔN = (9602576,7025 – 9602774,4287) = –197,726

Note que o valor do ΔN é negativo.

$$\text{Distância } (M4 - M5) = \sqrt{(-197.726)^2 + (139.454)^2} = \sqrt{58542.989} = 241{,}957\text{m}$$

$$R(M4 \rightarrow M5)\ SE = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{139,454}{-197,726}\right) = \text{Tan}^{-1}(-0{,}70528) = -35{,}1949° = 35°\ 11'41''\ SE$$

Note que o valor negativo só informa que esse ângulo está partindo do sul no sentido anti-horário, ou seja, ele está no segundo quadrante, por isso é que devemos subtraí-lo de 180° para encontrarmos o azimute.

Quando o ΔE for positivo e o ΔN for negativo, o rumo está no segundo quadrante. Então,

$AZ(M4 \rightarrow M5) = 180° - 35°11'41"SE = 144°48'19"$

Dica: Confirme na Figura 3.17 os valores entre M4 e M5. Refaça os cálculos e verifique se conferem com os seus resultados.

1. Calcule o rumo, o azimute e a distância entre os pontos.

a) A (3000,000; 4000,000) e B (5000,000; 1550,000).

b) A (134,200; 138,000) e B (200,000; 101,000).

Cálculos entre os pontos 3 e 4

Note que as observações são repetitivas e que não muda o modo de analisar a poligonal no que se refere ao ΔE, ΔN, azimutes, rumos e distâncias, pois os mesmos são aplicados a qualquer alinhamento utilizando apenas as suas definições.

O lado do polígono 3-4 que esta em evidência forma um triângulo retângulo com o ΔN e o ΔE, sendo estes os catetos deste triângulo, e a distância entre 3-4, a hipotenusa. Dessa vez, o ΔN e o ΔE são referentes aos pontos 3 e 4. Note que o azimute parte do norte(N), que tem a mesma direção do ΔN, no sentido horário até o alinhamento 3-4.

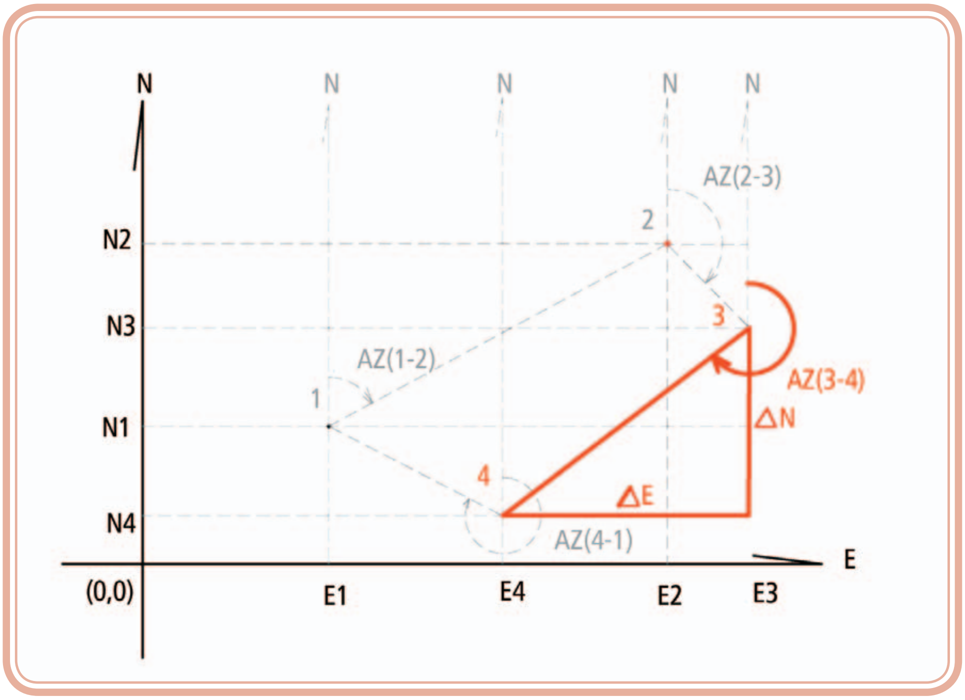


Figura 3.13: Distância e azimute do alinhamento 3-4 destacados da poligonal

Na Figura 3.13, as coordenadas dos pontos são:

ponto 3 = (E_3, N_3); ponto 4 = (E_4, N_4).

O ΔE é a diferença entre as abscissas E_4 e E_3 dos pontos e o ΔN é a diferença entre as ordenadas N_4 e N_3 dos pontos.

$\Delta E = (E_4 - E_3)$ e $\Delta N = (N_4 - N_3)$, então, pelo Teorema de Pitágoras, temos:

Distância (3–4) = $\sqrt{(\Delta N)^2 + (\Delta E)^2}$

Analisando o triângulo retângulo e ainda notando que o azimute é o ângulo que parte do norte(N) no sentido horário até o alinhamento, temos:

$$R3(SO) = Tan^{-1}\left(\frac{\Delta E}{\Delta N}\right)$$

$$AZ(3 \rightarrow 4) = 180° + R3(SO)$$

Exemplo

Ver Figura 3.17.

a) Calcule o rumo, o azimute, o contra azimute e a distância entre os pontos:

M5 (161100.0000; 9602576,7025) e M1 (160939,7724; 9602501,2466)

Solução

$\Delta E = (160939{,}7724 - 161100.0000) = \Delta 160{,}227$

$\Delta N = (9602501{,}2466 - 9602576{,}7025) = \Delta 75{,}456$

Note que os valores do ΔN e ΔE são negativos.

$$Distância.(M5\text{–}M1) = \sqrt{(-160,227)^2 + (-75,456)^2} = \sqrt{31366,299} = 177{,}105\text{m}$$

$$R(M5 \rightarrow M1)SO = Tan^{-1}\left(\frac{-160,227}{-75,456}\right) = Tan^{-1}(2{,}123) = 64{,}7828° = 64°46'57"\,SO$$

Quando o ΔE for negativo e ΔN for negativo, o rumo está no terceiro quadrante. Então,

$AZ(M5 \rightarrow M1) = 180° + 64°46'57"SO = 244°46'57"$.

$CAZ(M5 \rightarrow M1) = 244°46'57" - 180° = 64°46'57"$.

Dica: Confirme na Figura 3.17 os valores entre M5 e M1.

Recalcule e verifique se está conferindo com os resultados de seu cálculo.

Veja também a pequena diferença do contra azimute de M5 para M1 calculado na calculadora, em relação ao azimute de M1 para M5 da figura 3.17. Isso acontece por causa dos arredondamentos dos valores inseridos na calculadora.

1. Calcule o rumo, o azimute, o contra azimute e a distância entre os pontos.

a) A (3000,000 ; 4000,000) e B (1500,000 ; 2345,000).

b) A (2344,200 ; 1138,000) e B (2010,000 ; 1101,000).

Cálculos entre os pontos 4 e 1

Observando a Figura 3.14, note que o lado 4-1 do polígono forma um triângulo retângulo com o ΔN e o ΔE, sendo estes os catetos deste triângulo, e a distância entre 4-1, a hipotenusa. Observe ainda que o azimute (4-1) é um ângulo maior que 270º e que não perde a sua característica que é partir do norte(N) no sentido horário até o alinhamento. Mais uma vez o norte esta na mesma direção do ΔN.

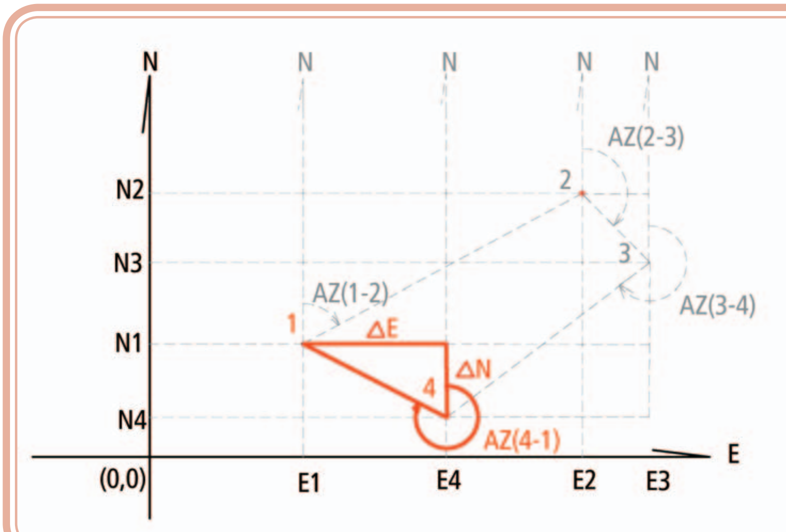


Figura 3.14: Distância e azimute do alinhamento 4-1 destacados da poligonal

Na figura, as coordenadas dos pontos são:

ponto 4 = (E_4,N_4); ponto 1 = (E_1,N_1).

O ΔE é a diferença entre as abscissas E_1 e E_4 dos pontos e o ΔN é a diferença entre as ordenadas N_1 e N_4 dos pontos.

$\Delta E = (E_1 - E_4)$ e $\Delta N = (N_1 - N_4)$, então, pelo Teorema de Pitágoras temos:

$$\text{Distância}(4-1) = \sqrt{(\Delta N)^2 + (\Delta E)^2}$$

Analisando o triângulo retângulo, temos:

$$R4(NO) = Tan^{-1}\left(\frac{\Delta E}{\Delta N}\right)$$

Perceba que, independente do quadrante, a fórmula do rumo é sempre a mesma.

$AZ(4 \rightarrow 1) = 360° - R4(NO)$

Exemplo

Ver Figura 3.13.

a) Calcule o rumo, o azimute, o contra azimute e a distância entre os pontos:

M1 (160939,7724; 9602501,2466) e M2 (160805,6994; 9602614,0199).

Solução:

$\Delta E = (160805{,}6994 - 160939{,}7724) = -134{,}073$

$\Delta N = (9602614{,}0199 - 9602501{,}2466) = 112{,}773$

$$\text{Distância}(M1-M2) = \sqrt{(112{,}773)^2 + (-134{,}073)^2} = \sqrt{30693{,}319} = 175{,}195m$$

$$R(M1 \rightarrow M2)NO = Tan^{-1}\left(\frac{-134{,}073}{112{,}773}\right) = Tan^{-1}(-1{,}1889) = -49{,}9317° = 49°55'54''NO$$

Note que o valor negativo só está informando que esse ângulo está partindo do norte no sentido anti-horário, ou seja, ele está no quarto quadrante, por isso é que devemos subtraí-lo de 360° para encontrarmos o Azimute.

Quando o ΔE for negativo e o ΔN for positivo, o rumo está no quarto quadrante. Então,

$AZ(M1 \rightarrow M2) = 360° - 49°55'54''SO = 310°04'05''$

$CAZ(M1 \rightarrow M2) = 310°04'05'' - 180° = 130°04'05''$

Dica: Confirme na Figura 3.17 os valores entre M1 e M2. Recalcule e verifique se está conferindo com os resultados de seu cálculo. Veja também o erro do contra azimute de M1 para M2, em relação ao azimute de M2 para M1. Isso acontece por causa dos métodos diferentes utilizados para calcular esses azimutes. O método do cálculo da figura é um método gráfico que pode acarretar erros do desenho, porém, fica aqui o alerta que erros podem acontecer, mas devemos conhecê-los para poder apreciar se é admissível ou não, dependendo para que fim se destine o levantamento.

1. Calcule o rumo, o azimute, o contra azimute e a distância entre os pontos.

a) A (3000,000 ; 4000,000) e B (1500,000 ; 4445,000).

b) A (2344,200 ; 1138,000) e B (2010,000 ; 2201,000).

3.3.2 Área do polígono: utilizando a fórmula de Gauss

A-Z

Gauss
Karl Friedrich GAUSS, matemático e físico alemão (1777-1855)

Na **Figura 3.10**, as coordenadas dos pontos são:

ponto 1 = (E_1,N_1); ponto 2 = (E_2,N_2); ponto 3 = (E_3,N_3); ponto 4 = (E_4,N_4).

Por Gauss, temos:

$$\text{Área} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_1 \\ N_1 & N_2 & N_3 & N_4 & N_1 \end{vmatrix}$$

$$\frac{1}{2}\left|(E_1\times N_2)+(E_2\times N_3)+(E_3\times N_4)+(E_4\times N_1)-(E_2\times N_1)-(E_3\times N_2)-(E_4\times N_3)-(E_1\times N_4)\right|$$

Esse método de cálculo é obtido colocando as coordenadas do polígono na disposição N sobre E ou E sobre N, conforme a fórmula, não esquecendo de repetir no final a primeira coordenada, em seguida multiplica-se na diagonal a linha superior com a linha inferior, a multiplicação da diagonal à direita é positiva e da esquerda é negativa.

Executam-se as devidas somas e subtrações, por fim, divide-se o resultado por dois, o módulo do valor obtido é o da área.

Essa forma de calcular área de polígonos pode ser utilizada para polígonos fechados de quaisquer números de lados.

Exemplo

Os exemplos a seguir foram feitos com polígonos conhecidos para que o aluno comprove o cálculo através de outras maneiras de se calcular a área do polígono em questão. Lembrando que essa forma de calcular áreas pode ser usada para qualquer tipo de polígono fechado regular ou irregular.

1. Calcule as áreas dos polígonos abaixo e esboce um desenho utilizando o plano cartesiano.

a) A (120; 50), B (400; 50), C (400; 180), D (120; 180).

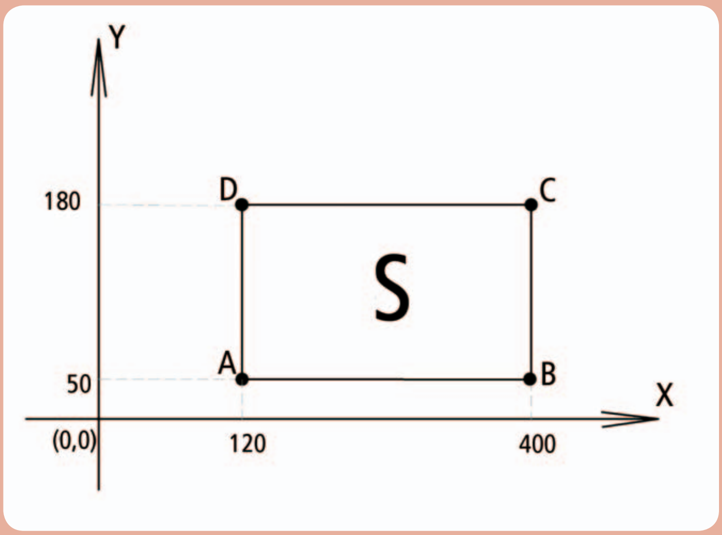


Figura 3.15: Polígono retangular no plano cartesiano

$$\text{Área} = \frac{1}{2}\left|\begin{matrix} 120 & 400 & 400 & 120 & 120 \\ 50 & 50 & 180 & 180 & 50 \end{matrix}\right| =$$

$$S = \frac{1}{2}[6000 + 72000 + 72000 + 6000 - 20000 - 20000 - 21600 - 21600] =$$

$$S = \frac{1}{2}[156000 - 83200] \Rightarrow S = 36400$$

b) A (20; 50,105), B (42; 12), C (86; 12), D (108; 50,105), E (86; 88,210), F (42; 88,210).

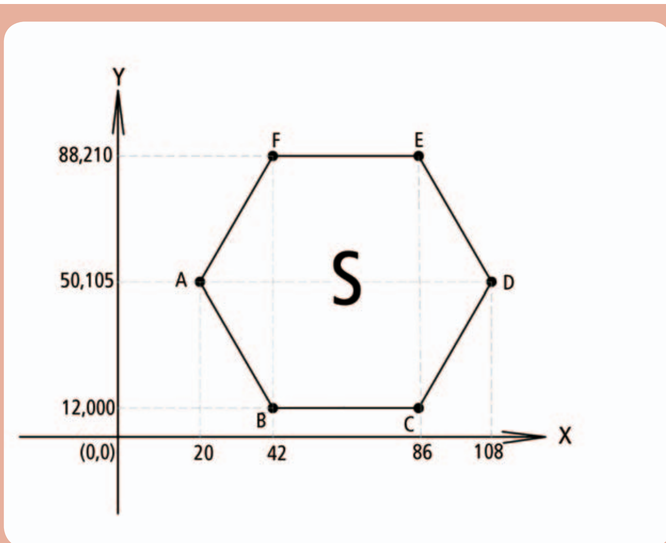


Figura 3.16: Polígono hexagonal regular no plano cartesiano

$$S = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 20 & 42 & 86 & 108 & 86 & 42 & 20 \\ 51,105 & 12 & 12 & 50,105 & 88,21 & 88,21 & 50,105 \end{vmatrix} =$$

$$S = \frac{1}{2}[204 + 504 + 4309,03 + 9526,68 + 7586,06 + 2104,41 - \\ 2104,41 - 1032 - 1296 - 4309,30 - 3704,82 - 1764,2] =$$

$$S = \frac{1}{2}[24270,180 - 14210,46] \Rightarrow S = 5029,86$$

1. Esboce o desenho num plano cartesiano e determine as áreas dos polígonos abaixo.

a) A = (50,00; 52,00), B = (52,00; 82.00), C = (70,00; 82,00) D = (190,00; 61.00), E = (150,00; 52,00).

b) A = (40,00; 30,00), B = (52,00; 82.00), C = (70,00; 82,00), D = (170,00; 60.00).

c) Calcule a área do polígono da Figura 3.17 utilizando a fórmula de Gauss e as coordenadas dos seus vértices.

Observe que o valor da área encontrado deve estar bem próximo do indicado na figura.

3.3.3 Cálculos de coordenadas

Conhecidas as coordenadas do ponto A (Ea; Na), o azimute AZ (A→B) de A para B e a distância D (AB), calcularemos as coordenadas de B (Eb; Nb), da seguinte forma:

1. Nb = Na + ΔN, sendo:

ΔN = CosAZ(A→B) x Distância(AB)

2. Eb = Ea + ΔE, sendo:

ΔE = SenAZ(A→B) x Distância(AB)

Exemplo

1. Determine as coordenadas de um ponto (B) distante de um outro ponto (A), cujas coordenadas são (550,00; 500,00), o azimute de A para B é 220°00’00” e a distância de A para B é 400,00 m.

Solução:

ΔN = CosAZ(A→B) x D(AB).⇒

ΔN = Cos(220°00'00") x 400,00m = –306,418m, então:

NB = NA + ΔN ⇒ NB = 500,00m + (–306,418m) = 193,582m

ΔE = SenAZ(A→B) x D(AB)⇒

ΔE = Sen(220°00'00") x 400,00m = –257,115, então:

EB = EA + ΔE ⇒ EB = 550,00m + (–257,115m) = 292,885m

As coordenadas de B são iguais a (292,885 ; 193,582).

1. Confira os resultados do exemplo anterior calculando a distância e o azimute entre os pontos:

A = (550,00 ; 500,00) e B = (292,885 ; 193,582).

2. Determine as coordenadas de um ponto (B) distante 120,00 m de um outro ponto (A), cujas coordenadas são (1250,00 ; 600,00) e o azimute de A para B é 20°30’00”.

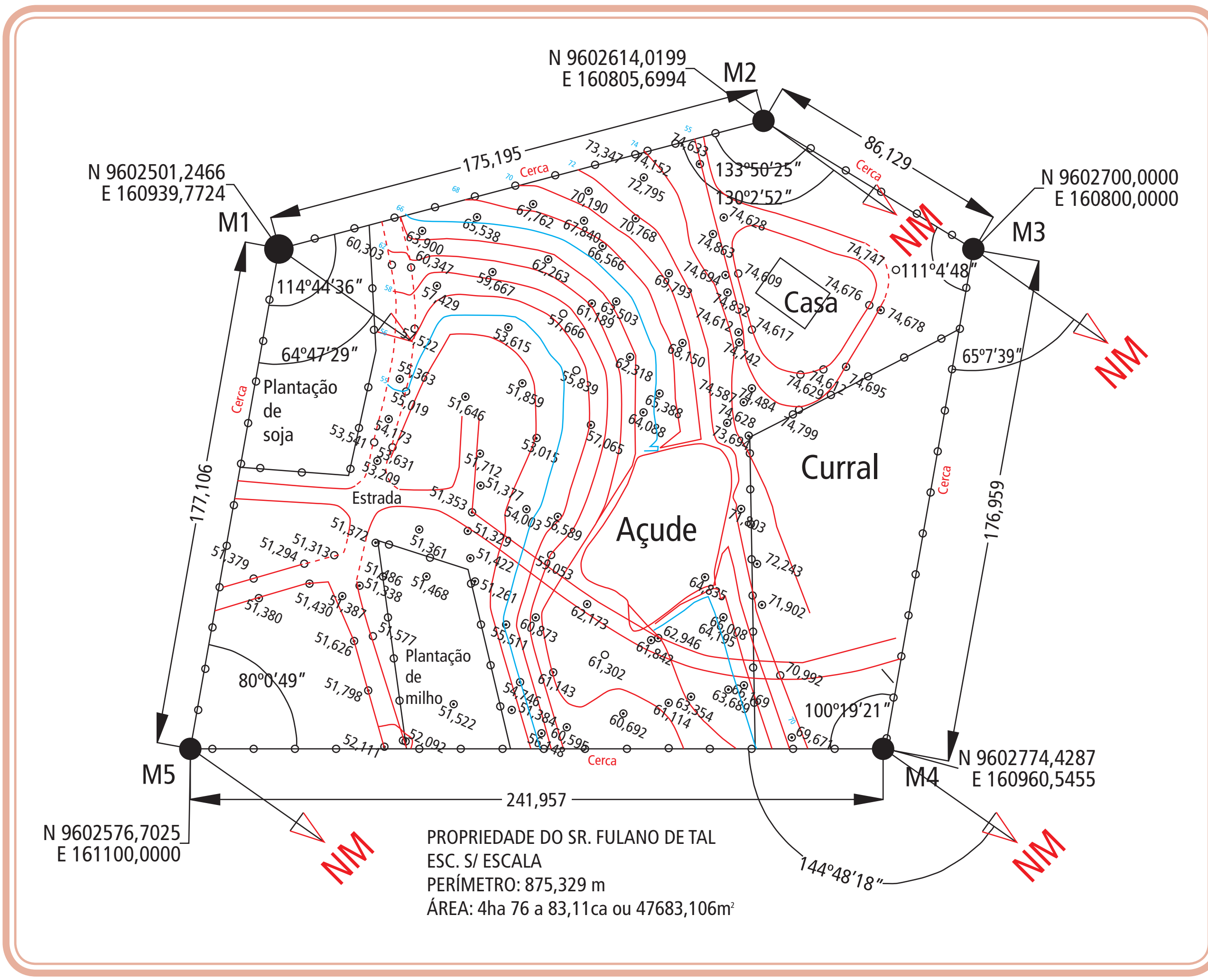


Figura 3.17: Levantamento planialtimétrico de uma propriedade rural

Resumo

Nesta aula, você notou que a planimetria é um estudo simples, porém com uma carga de informações muito grande, e que se não tivermos todos os conceitos bem definidos, não conseguiremos realizar os cálculos previstos. Você observou primeiramente as relações entre azimutes e rumos, o que num segundo momento nos propiciou o cálculo de azimutes entre dois pontos utilizando as suas coordenadas. Você estudou o quanto as coordenadas são úteis para cálculos topográficos e até mesmo para um universo mais amplo como é o caso das ciências que utilizam as coordenadas geográficas e/ou UTM. Nos livros de referência você pode pesquisar como cada fórmula é deduzida e ainda se aprofundar mais nos estudos da planimetria, como é o caso da fórmula de Gauss, que a partir de diferença de áreas de trapézio se chega a esse método muito prático de cálculo de área de polígono. Nesta aula, você viu ainda que a maioria dos exemplos foi mostrada com base numa planta topográfica, a Figura (3.17), que é um levantamento real não só planimétrico, mas também altimétrico, assunto que abordaremos na aula a seguir. Mas antes, faremos uma avaliação.

Atividade de Aprendizagem

1. Converta os seguintes rumos em azimutes:

a) 09°09’35” NO

b) 49°35’16” SO

c) 16°08’36” NE

d) 16°00’26” SE

2. Defina:

a) O que é rumo?

___

___

___

b) O que é azimute?

___

___

___

3. Calcule o azimute e o contra azimute referentes às seguintes coordenadas:

a) A = (E = 30,00; N = 52,00) e B = (E = 90,00; N = 02,00).

b) A = (E = 450,00; N = 52,00) e B = (E = 190,00; N = 152,00).

4. Determine as distâncias entre os pontos:

a) A = (E = 30,00; N = 52,00) e B = (E = 90,00; N = 02,00).

b) A = (E = 45,00; N = 12,00) e B = (E = 90,00; N = 22,00).

5. Calcule o rumo, o azimute, o contra azimute e a distância entre os pontos:

a) A (300,000; 400,000) e B (150,000; 445,000).

b) A (44,200; 18,000) e B (20,000; 21,000).

6. Determine a área do polígono abaixo:

A = (15,00; 52,00), B = (152,00; 82,00), C = (170,00; 82,00) e D = (140,00; 61,00).

7. Converta os seguintes ângulos zenitais em ângulos verticais:

a) 00°09’45”

b) 19°35’36”

c) 139°35’36”

8. Determine as coordenadas de um ponto (B) distante de outro (A), cujas coordenadas são (5050,00; 5000,00), o azimute de A para B é 20°00’00” e a distância de A para B é 1400,00 m.

Aula 4 – Altimetria

Objetivos

Diferenciar cotas de altitudes.

Calcular o transporte de cotas ou altitudes.

Identificar relevos de terreno através de cotas transportadas e plotadas em desenhos.

4.1 Nivelamento geométrico

Já tendo o conhecimento das aulas anteriores, você não terá dificuldade neste assunto que estamos começando aqui.

Na realidade, nós abordaremos apenas um complemento do que já foi visto nos assuntos passados. Você deve perceber que quando falamos sobre distâncias verticais estamos nos referindo também a altimetria, e que na realidade cálculo de distâncias verticais não passa de um transporte de altitudes utilizando a trigonometria, é o que chamamos de nivelamento trigonométrico.

Nesta aula, abordaremos apenas o nivelamento geométrico, primeiro devido a sua precisão e segundo porque seríamos um tanto repetitivos se tocássemos novamente em assuntos como ângulos zenitais, por exemplo. Devo lembrar somente que o nivelamento trigonométrico, por usar ângulos verticais, só pode ser executado com equipamentos tipo estação total. Enquanto que o nivelamento geométrico é levantado com o nível.

A **altimetria compreende dois métodos gerais de nivelamento geométrico.** O primeiro método refere-se a todas as medidas ao nível verdadeiro, o segundo ao nível aparente.

O nivelamento referente ao **nível verdadeiro** tem como partida um ponto com altitude conhecida. Já o **nivelamento com nível aparente** tem como referência uma cota (geralmente arbitrada pelo nivelador). Assim, temos as definições:

Altitude de um ponto da superfície terrestre pode ser definida como a distância vertical deste ponto a superfície média dos mares (denominada Geóide). (GARCIA; PIEDADE, 1984 apud BRANDALIZE, [20-?] p. 84).

Cota é a distância vertical que vai do ponto a uma superfície de referência arbitrária.

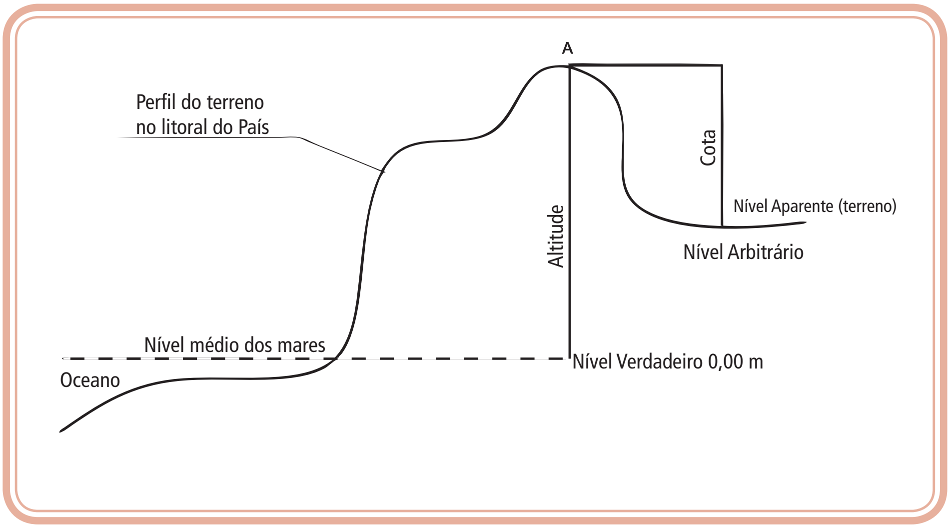


Figura 4.1: Esquema gráfico mostrando a altitude e a cota de um ponto no terreno
Fonte: Garcia (1984 apud BRANDALIZE, [20-?], p. 84).

A superfície de altitude zero, que é a mesma altitude do nível médio dos mares, é determinada por meio de maréógrafos (instrumentos registradores de variação das marés), e a partir destes pontos, as altitudes são transportadas para todo o interior do continente.

4.1.2. Execução do nivelamento geométrico

Para iniciar um nivelamento geométrico com o objetivo de transportar altitudes para outros pontos, precisamos instalar o nível adequadamente de maneira que dê visada livre (ou seja, que não tenha obstáculos entre o observador e o ponto a ser observado) para um ponto de altitude conhecida, onde será colocada a mira e feito a leitura inicial, que a chamamos de **visada ré** (primeira leitura feita com o aparelho instalado).

Feita essa leitura, leva-se a visada do aparelho através de uma rotação sobre o seu eixo vertical para outros pontos, onde se deseja determinar as altitudes. Com a mira nesses pontos executam-se leituras em cada um deles, leituras estas que chamamos de visadas vante.

O método de cálculo é muito simples

Soma-se a altitude do primeiro ponto a leitura ré, ou seja, a primeira leitura feita na mira, em um ponto de altitude conhecida, com o equipamento já instalado, adquirindo desta forma a altura do instrumento ou referência de nível.

Já com a determinação da altura do instrumento, todas as leituras a vante, ou seja, as leituras feitas na mira, em pontos onde se deseja determinar a altitude, serão subtraídas da altura do instrumento, obtendo-se assim as altitudes destes pontos.

Veja agora o cálculo do transporte de altitude do ponto A para o ponto B, visualizando a figura abaixo.

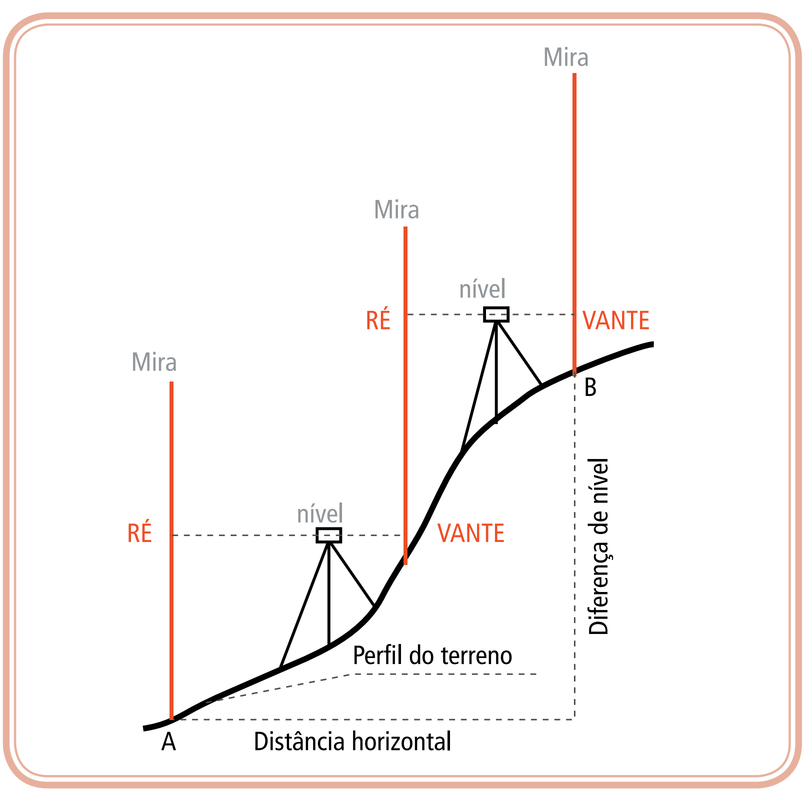


Figura 4.2: Esquema gráfico do transporte de altitude no terreno do ponto A para o ponto B

Em resumo, temos:

- altitude do ponto (A) + leitura ré (A) = plano de referência do aparelho na primeira posição;
- plano de referência - leitura vante = altitude do ponto intermediário;
- altitude do ponto intermediário + a segunda leitura ré = plano de referência 2;
- plano de referência - leitura vante B = altitude ponto B.

Note que a diferença da altitude do ponto B subtraído da altitude do ponto A é igual à diferença de nível.

Realizaremos agora um nivelamento geométrico, com um exemplo numérico, da estaca E0 a estaca E8 utilizando a figura abaixo, note que cada ponto terá a sua altitude. Os valores em metros são as leituras ré e vante feitas nos pontos indicados.

1. O termo leitura ré, ou visada ré, é um termo topográfico de campo, que quer dizer que esta leitura é a primeira feita com o equipamento instalado e pronto para o uso. Geralmente essa leitura é feita em um ponto de altitude conhecida a qual se deseja transportar.

2. O termo leitura vante, ou visada vante, é um termo topográfico de campo, que quer dizer que esta leitura foi feita em um ponto onde se deseja determinar a altitude. Geralmente vem logo em seguida da leitura ré. Pode ser feita mais de uma leitura vante com o equipamento instalado na mesma posição.

O aparelho muda de posição sempre que ele não alcança com sua visada à mira.

Nesta figura, apesar de mostrar vários aparelhos, ele é somente um, mudando de posição para continuar o levantamento.

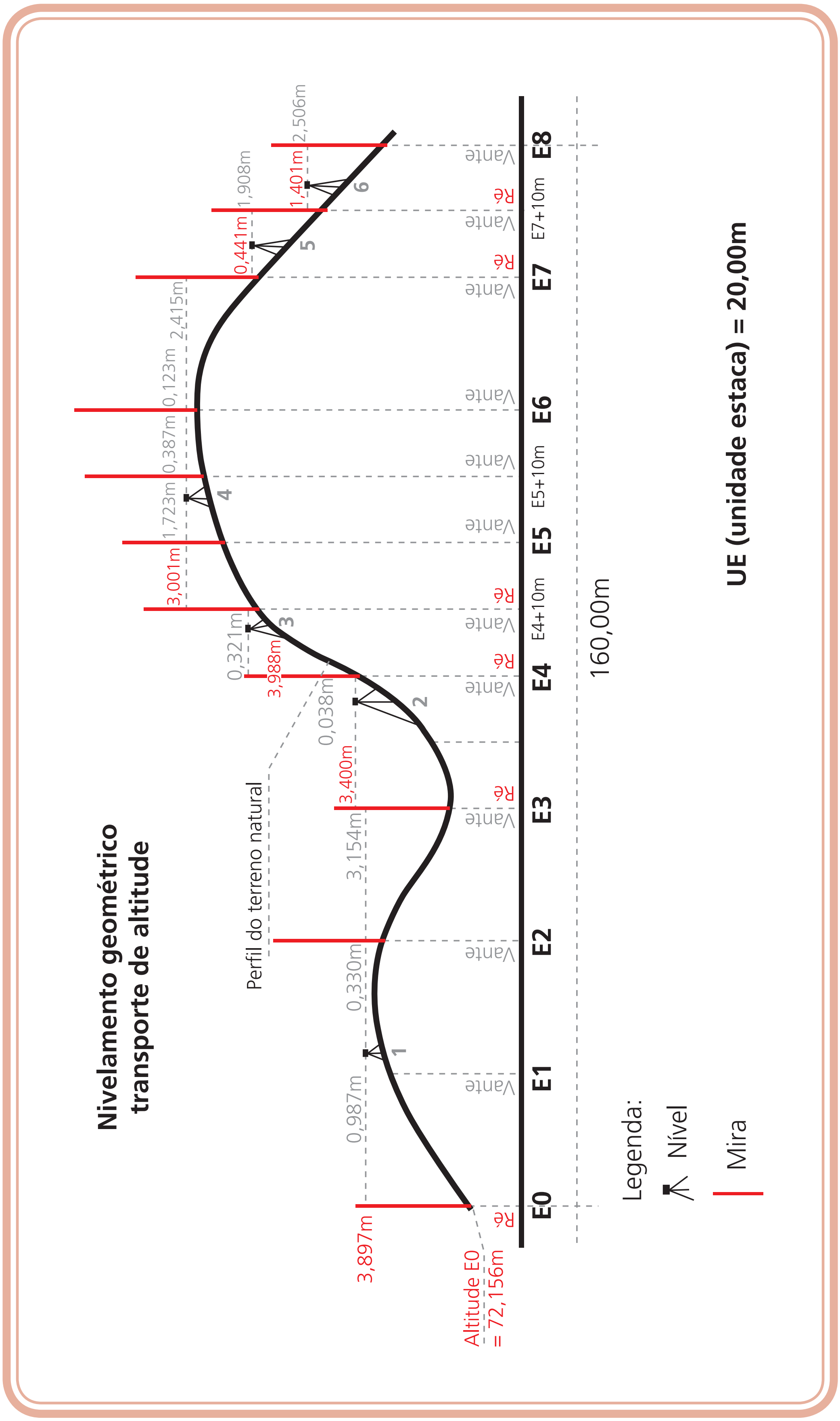


Figura 4.3: Transporte de altitude do ponto E0 ao ponto E8

A Figura 4.3 é um esquema de como seria em campo o transporte de uma altitude.

Note que o terreno é mostrado em perfil e que ele apresenta da esquerda para direita uma elevação, em seguida uma depressão e, logo depois, uma outra elevação, desta vez mais alta que a primeira.

Os traços colorido são os posicionamentos da mira no decorrer de todo o levantamento, a mira vai sendo levada por um auxiliar de topógrafo para todos os pontos onde se deseja determinar as altitudes.

A leitura ré é feita sempre que o aparelho é mudado de local para a determinação de um novo plano de referência ou altura do aparelho. A partir desta leitura, são feitas todas as vantes desde que não haja nenhum obstáculo entre o aparelho e a mira. Perceba que o aparelho só é mudado de local quando a visada que é a linha horizontal tracejada intercepta o perfil do terreno.

A linha horizontal que percorre toda a figura na parte de baixo está graduada de 20 em 20 metros, totalizando uma distância horizontal de 160,00 metros. Note que a distância de E0 para E1 é igual a 20,00 metros. As distâncias são previamente locadas através da estação total e materializadas em campo através de piquetes cravados no chão.

4.1.3 Cálculo

Antes de iniciarmos os cálculos, vamos analisar novamente a Figura 4.2. Veja que nela existe um transporte de altitude do ponto A para o ponto B.

Vejamos que no momento em que é feita a leitura ré no ponto A, temos uma distância do ponto onde a visada (linha tracejada) toca a mira até o chão, onde temos o ponto A de altitude conhecida. Ora, se você adicionar a leitura da mira que é uma distância vertical dada em metros com a altitude do ponto A que também é dada em metros, teremos a altitude da altura do instrumento que é a mesma altitude do plano de referência.

Virando o nível e efetuando a visada vante na mira, teremos novamente uma distância deste ponto que toca a mira até o chão, esta distância é lida na mira e é dada em metros. Ora, o nível está com a bolha calada, isto é, não importa para onde ele esteja virado, sua visada estará sempre paralela à linha do horizonte e terá sempre a mesma altitude que é aquela calculada anteriormente. Então, subtraindo esta altitude (plano de referência) da leitura vante, teremos a altitude do ponto intermediário entre A e B.

Transportando o aparelho para um lugar mais alto que o anterior e o instalando convenientemente, conforme estudado no item 2.3.2 da Aula 2, faremos novamente uma leitura ré num ponto conhecido. Dessa vez no ponto intermediário, já que sua altitude foi transportada do ponto A e é conhecida. Adicionando novamente a nova leitura ré com a altitude do ponto intermediário, teremos um novo plano de referência.

Com um novo plano de referência não é difícil perceber que só nos restará fazer a leitura vante no ponto B, para que através da diferença do plano de referência com esta leitura vante tenhamos a altitude do ponto B. E assim, a altitude do ponto B pode ser transportada para qualquer outro ponto seguindo o mesmo procedimento.

Todo o transporte de altitude segue esse mesmo raciocínio. Vejamos agora exemplos numéricos deste cálculo utilizando os dados da Figura 4.3.

Exemplo numérico de transporte de altitude.

Altitude da estaca E0 = 72,156 m

Plano de referência 1 = 72,156 m + 3,897 m = 76,053 m

Altitude da estaca E1= 76,053 m - 0,987 m = 75,066 m

Altitude da estaca E2 = 76,053 m -0,330 m = 75,723 m

Altitude da estaca E3 = 76,053 m - 3,154 m = 72,899 m

Altitude da estaca E3 = 72,899 m

Plano de referência 2 = 72,899 m + 3,400 m = 76,299 m

Altitude da estaca E4 = 76,299 m – 0,038 m = 76,261 m

Altitude da estaca E4 = 76,261 m

Plano de referência 3 = 76,261 m + 3,988 m = 80,249 m

Altitude da estaca E4 +10 = 80,249 m – 0,321 m= 79,928 m

Altitude da estaca E4 +10 = 79,928 m

Plano de referência 4 = 79,928 m + 3,001 m = 82,929 m

Altitude da estaca E5 =82,929 m – 1,723 m = 81,206 m

Altitude da estaca E5+10 =82,929 m – 0,387 m = 82,542 m

Altitude da estaca E6 =82,929 m – 0,123 m = 82,806 m

Altitude da estaca E7 =82,929 m – 2,415 m = 80,514 m

Altitude da estaca E7 = 80,514 m

Plano de referência 5 = 80,514 m + 0,441 m = 80,955 m

Altitude da estaca E7 +10 =80,955 m – 1,908 m = 79,047 m

Altitude da estaca E7 +10 = 79,047 m

Plano de referência 6 = 79,047 m + 1,401 m = 80,448 m

Altitude da estaca E7 +10 =80,448 m – 2,506 m = 77,942 m

Analisando os cálculos anteriores, você deve perceber que são simples e repetitivos. Na realidade, eles seguem uma lógica, na qual ficam simplificados quando são feitos diretamente numa caderneta de nivelamento. As operações neles utilizadas são apenas a adição e a subtração. Note que toda leitura ré foi adicionada a altitude em que ela foi lida, e toda leitura vante foi subtraída do plano de referência que lhe é correspondente. Veja agora esse cálculo numa caderneta de nivelamento.

CARDENETA DE NIVELAMENTO				
Estaca	**Leitura ré**	**Leitura vante**	**Plano de referência**	**Altitude**
E0	3,897	-	76,053	72,156
E1	-	0,987	-	75,066
E2	-	0,330	-	75,723
E3	-	3,154	-	72,899
E3	3,400	-	76,299	72,899
E4	-	0,038	-	76,261
E4	3,988	-	80,249	76,261
E4+10		0,321	-	79,928
E4+10	3,001		82,929	79,928
E5	-	1,723	-	81,206
E5+10	-	0,387	-	82,542
E6	-	0,123	-	82,806
E7	-	2,415	-	80,514
E7	0,441	-	80,955	80,514
E7+10	-	1,908	-	79,047
E7+10	1,401	-	80,448	79,047
E8	-	2,506	-	77,942

1. O que é em topografia uma leitura ré? E uma leitura vante?
2. Qual a diferença entre uma altitude de um ponto e a cota de um ponto?
3. Qual a diferença de nível do ponto E2 para o ponto E7 da Figura 4.3?
4. Qual a distância vertical máxima entre os pontos da Figura 4.3?
5. Calcule as cadernetas de nivelamento.

CARDENETA DE NIVELAMENTO 1				
Estaca	**Leitura ré**	**Leitura vante**	**Plano de referência**	**Altitude**
00	1,234	-		500,000
01	-	0,987		
02	-	0,330		
03	-	3,154		
03	3,211	-		
04	-	1,222		
04	2,345	-		
05		3,421		
06		2,011		

CARDENETA DE NIVELAMENTO 2				
Estaca	**Leitura ré**	**Leitura vante**	**Plano de referência**	**Altitude**
E0	3,897	-		120,000
20e	-	0,444		
40e	-	0,330		
60e	-	1,154		
80e		1,453		
20d	-	2,001		
40d		2,432		
60d		2,935		
80d		3,210		
E1	-	3,548	-	
E1	1,023			
20e	-	0,123		
40e	-	0,415		
60e		1,023		
80e	-	1,908		
20d		2.098		
40d	-	2,506		

4.2 Curvas de nível

O método mais comum de representar o relevo de uma área em particular é o uso de curvas de nível.

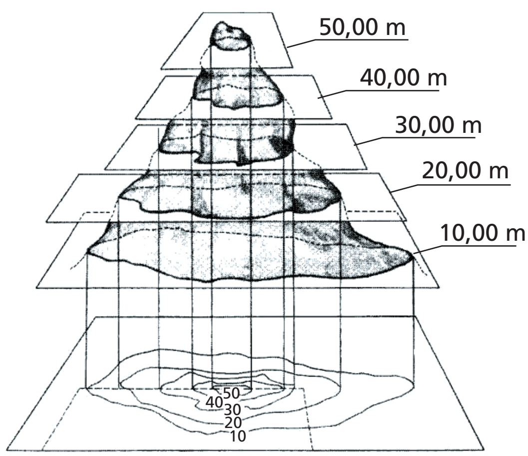


Figura 4.4: Curvas de nível
Fonte: <http://2.bp.blogspot.com/_ZIFoXbe19kE/SwVuvyRXxdI/AAAAAAAAFQg/6j7MKHAsjB4/s1600/15.2-Representaci%C3%B3n+de+curvas+de+nivel.jpg>. Acesso em: 24 set. 2010.

Uma curva de nível é uma linha imaginária que conecta pontos de mesma cota. Se fosse possível usar uma grande faca e dividir um topo de uma montanha em diversas fatias com intervalos de alturas uniforme, as linhas de corte em torno da montanha seriam as linhas de curvas de nível. Da mesma forma, a margem de um lago é uma linha de igual cota ou curva de nível. Se a água do lago é diminuída ou aumentada, a borda de sua nova posição representará outra curva de nível (MCCORMAC, 2007, p. 219).

4.2.1 Geração de curvas de nível

As curvas de nível são geradas a partir de um levantamento altimétrico, no qual se executa uma malha formada por diversos pontos de altitude conhecida, esta malha é chamada de plano cotado. Observe a Figura 4.5, pois representa muito bem esta situação.

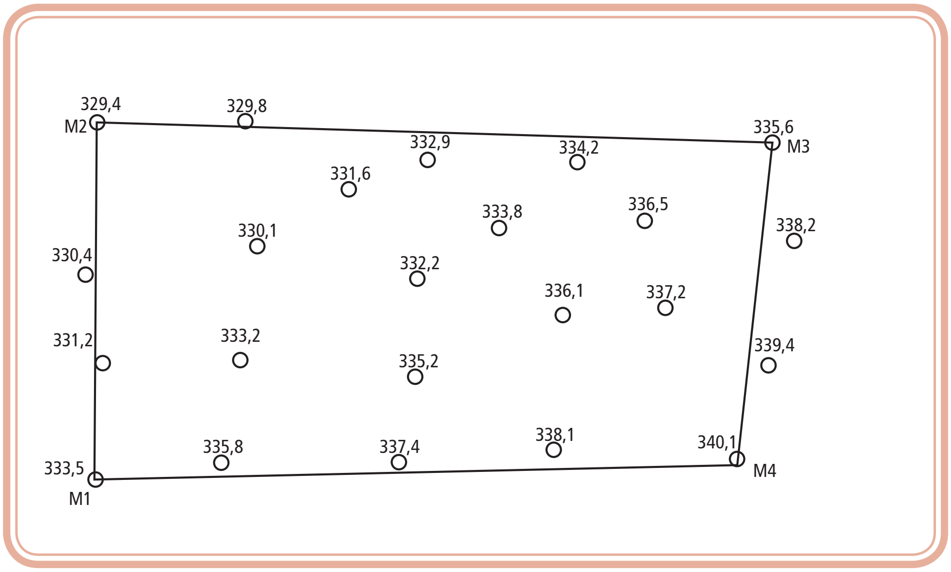


Figura 4.5: Plano cotado no polígono com vértices M1,M2,M3 e M4

Com o plano cotado executa-se o traçado das curvas através de proporções entre as distâncias horizontais dos pontos e suas diferenças de nível. Quando a escala é bastante pequena, as curvas de nível podem ser traçadas intuitivamente entre os pontos (no olho), devido a não exigência de uma melhor precisão.

Vejamos a figura abaixo.

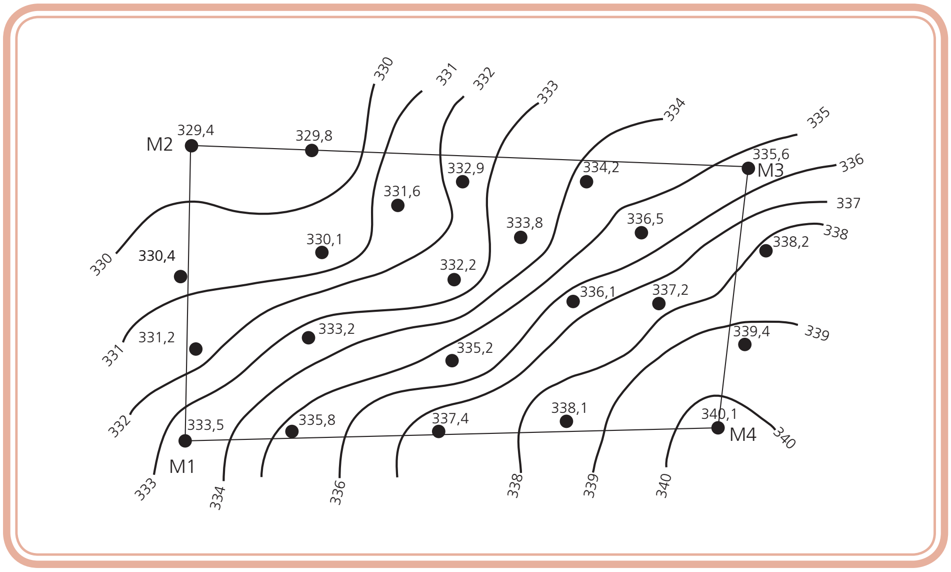


Figura 4.6: Curvas de nível traçadas a partir de um plano cotado

Veja que as curvas indicadas na figura são traçadas a partir de diversos pontos conhecidos, porém, eles não têm a mesma altitude.

O objetivo do traçado das curvas de nível é justamente traçar linhas que tenham a mesma altitude uma a uma, para facilitar a visão, mesmo na planta tridimensional do terreno, ou seja, embora este desenho esteja em um único plano, posso ver com clareza que ele cresce em altitude do M2 esquerda para M4,ou seja, andando neste terreno do M2 para M4 estaria subindo um morro.

Posso também ver os locais onde ele tem a mesma altitude, altitude esta que pode ser usada num projeto de irrigação, por exemplo.

Note que o terreno decresce em curvas de nível de 340,00m a 330,00m, com um desnível de 10,00m. Não esqueça que cada ponto foi nivelado segundo os métodos de transporte de altitude.

1. Trace intuitivamente as curvas de nível do plano cotado abaixo:

a)

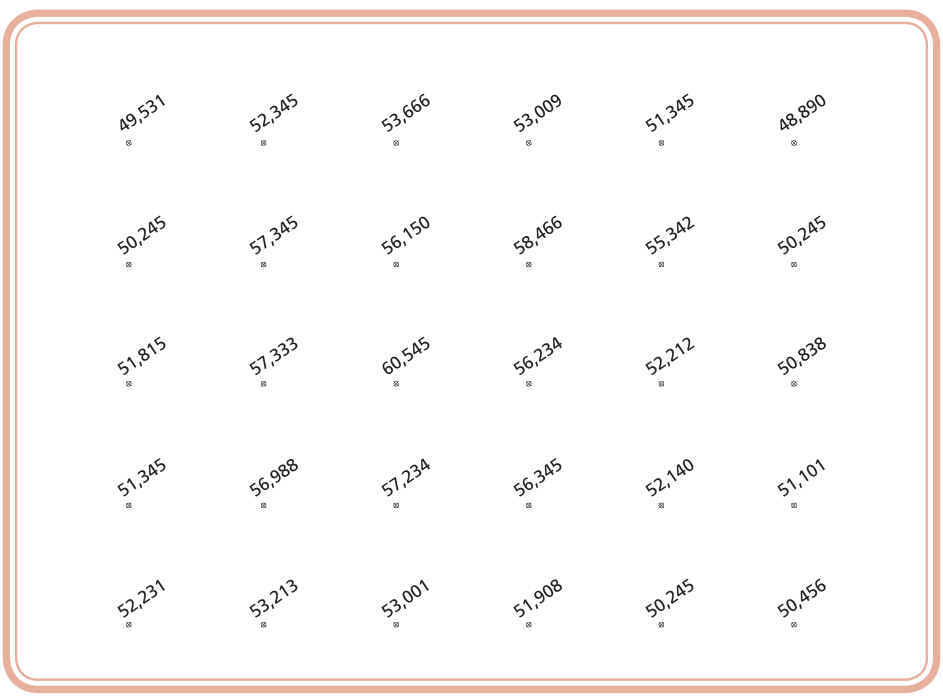


Figura 4.7: Plano cotado para traçados de curvas de nível

b)

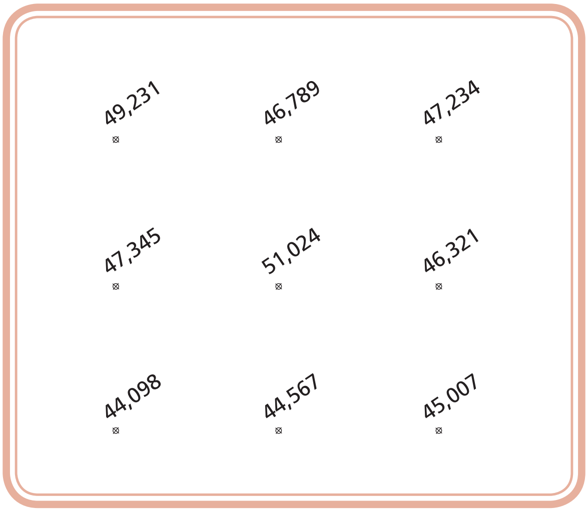


Figura 4.8: Plano cotado para traçados de curvas de nível

A-Z

curvas de nível
Fonte: Brandalize ([20-?], p. 99).

Normas para o desenho das *curvas de nível*

Duas curvas de nível jamais devem se cruzar.

Duas ou mais curvas de nível jamais poderão convergir para formar uma curva única, com exceção das paredes verticais de rocha.

Uma curva de nível inicia e termina no mesmo ponto, portanto, ela não pode surgir do nada e desaparecer repentinamente.

Uma curva pode compreender outra, mas nunca ela mesma.

Nos *cumes* e nas *depressões* o relevo é representado por pontos cotados.

4.2.2 Os principais acidentes geográficos naturais

Espero que neste patamar de aprendizagem você já esteja familiarizado com os elementos topográficos e suas aplicações. Veremos agora dois dos principais acidentes geográficos, seus perfis e sua apresentação com curvas de nível.

a) Elevação

Vista em perfil e curvas de nível de uma elevação com 40m de altura. Note que esta primeira visão é da elevação vista no sentido sul-norte.

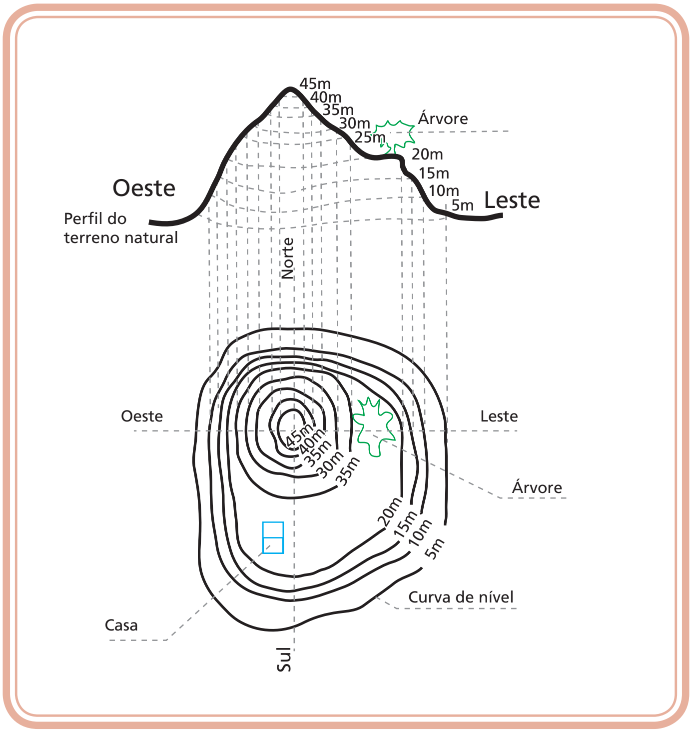


Figura 4.9: Vista em perfil e curvas de nível de uma elevação com 40m de altura (vista no sentido sul-norte)

A figura está mostrando o comparativo entre a visão de uma elevação em perfil (visão feita no sentido sul-norte) e a sua visão em curvas de nível demonstra o relevo da elevação em planta.

Note a posição da árvore e veja que o corte imaginário de toda a elevação passa por ela, mostrando-a em perfil.

Esse desenho é uma amostra que de fato as curvas de nível dão uma visão tridimensional a uma figura no plano.

Vejamos a figura 4.10 que demonstra a mesma elevação vista no sentido leste-oeste.

Observe que, dessa vez, a árvore não aparece no perfil, a linha de corte não passou por ela, porém, a vista da casa na horizontal e depois na vertical nos posiciona no desenho e nos dá uma visão que essa elevação fica bem representada somente com o traçado das curvas de nível.

Note que quanto mais próximas as curvas de nível estão umas das outras, mais acentuada é a subida ou descida da elevação. Ao contrário das curvas mais afastadas que nos relatam que aquele local é plano.

Visão da elevação no sentido leste-oeste.

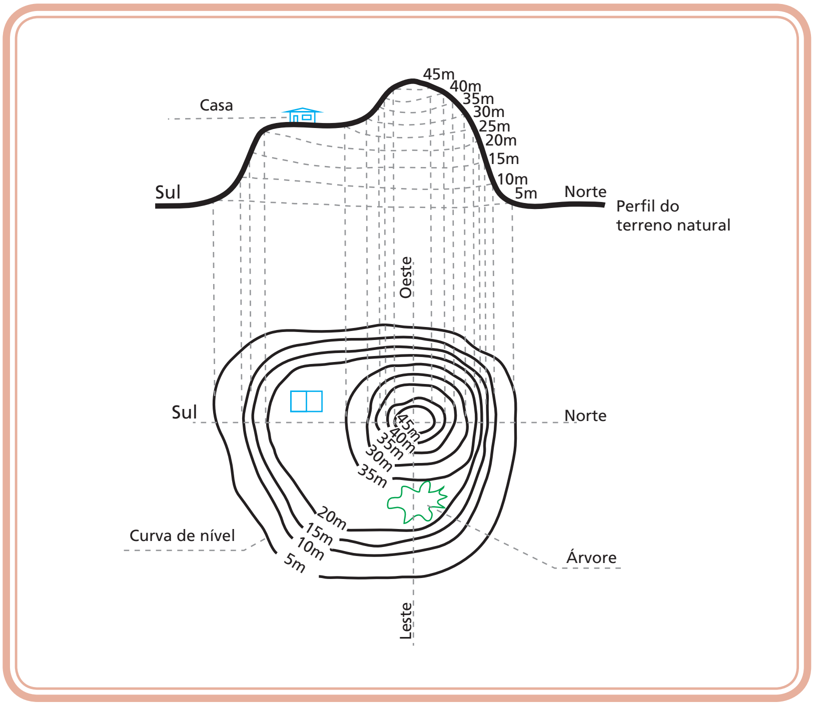


Figura 4.10: Vista em perfil e curvas de nível de um morro com 40m de altura (vista no sentido leste-oeste)

b) Depressão

Vista em perfil e curvas de nível de um buraco com 15 m de altura.

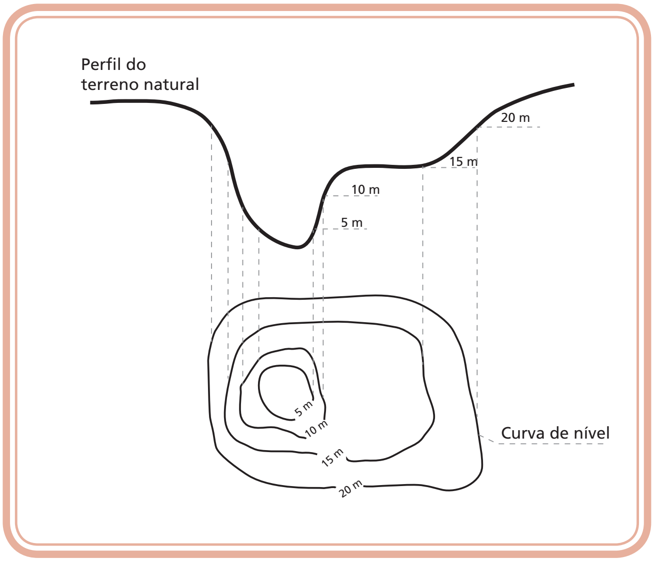


Figura 4.11: Vista em perfil e curvas de nível de uma depressão com aproximadamente 15 metros de profundidade

A Figura 4.11 nos mostra o perfil e as curvas de nível de uma depressão (buraco). Note que a curva de 5 metros está no interior da figura mostrando a parte mais profunda da depressão. Aqui também se pode observar que onde as curvas são mais espaçadas o terreno é plano, e onde elas são mais próximas o terreno tem o desnível mais acentuado.

Mais informações para você estudar

O modelado terrestre

Para compreender melhor as feições (acidentes geográficos) que o terreno apresenta e como as curvas de nível se comportam em relação às mesmas, algumas definições geográficas do terreno são necessárias. São elas:

Colo: quebrada ou garganta, é o ponto onde as linhas de talvegue (normalmente duas) e de divisores de águas (normalmente dois) se curvam fortemente mudando de sentido.

Contraforte: são saliências do terreno que se destacam da serra principal (cordilheira) formando os vales secundários ou laterais. Destes partem ramificações ou saliências denominadas espigões e a eles correspondem os vales terciários.

Cume: cimo ou crista, é o ponto mais elevado de uma montanha.

Linha de aguada: ou talvegue, é a linha representativa do fundo dos rios, córregos ou cursos d'água.

Linha de crista: cumeada ou divisor de águas, é a linha que une os pontos mais altos de uma elevação dividindo as águas da chuva.

Serra: cadeia de montanhas de forma muito alongada donde partem os contrafortes.

Vertente: flanco, encosta ou escarpa, é a superfície inclinada que vem do cimo até a base das montanhas. Pode ser à esquerda ou à direita de um vale, ou seja, a que fica à mão esquerda e direita respectivamente do observador colocado de frente para a foz do curso d'água. As vertentes, por sua vez, não são superfícies planas, mas sulcadas de depressões que formam os vales secundários.

As curvas de nível e os principais acidentes geográficos naturais

Colina, monte e morro: segundo Espartel (1987), a primeira é uma elevação suave, alongada, coberta de vegetação e com altura entre 200 a 400 m. A segunda é uma elevação de forma variável, abrupta, normalmente sem vegetação na parte superior e com altura entre 200 a 300 m. A terceira é uma elevação semelhante ao monte, porém, com altura entre 100 e 200 m. Todas aparecem isoladas sobre o terreno.

Espigão: constitui-se numa elevação alongada que tem sua origem em um contraforte.

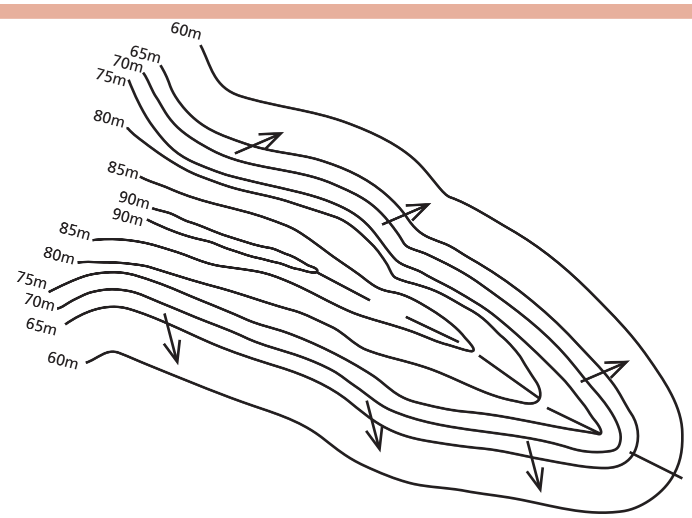


Figura 4.12: Formato de um espigão em curvas de nível

Corredor: faixa de terreno entre duas elevações de grande extensão.

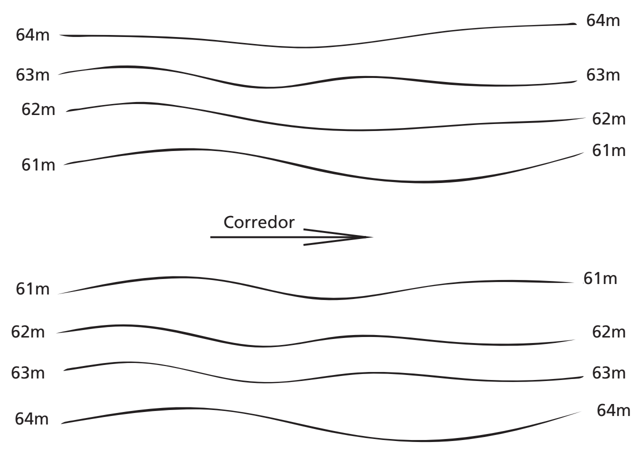


Figura 4.13: Formato de um corredor em curvas de nível

Talvegue: linha de encontro de duas vertentes opostas (pela base) e segundo a qual as águas tendem a se acumular formando os rios ou cursos d'água.

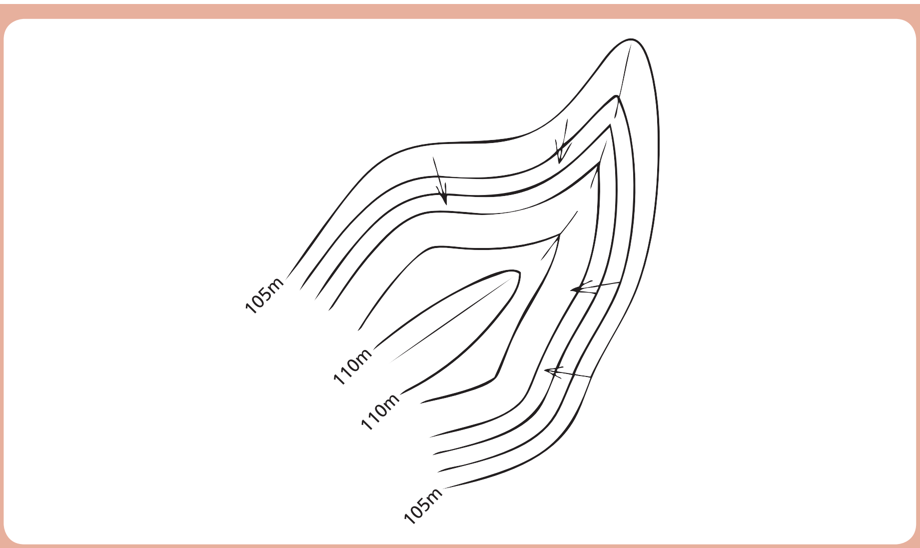


Figura 4.14: Talvegue

Vale: superfície côncava formada pela reunião de duas vertentes opostas (pela base). Segundo Domingues (1979), podem ser de fundo côncavo, de fundo de ravina ou de fundo *chato*. Neste, as curvas de nível de maior valor envolvem as de menor.

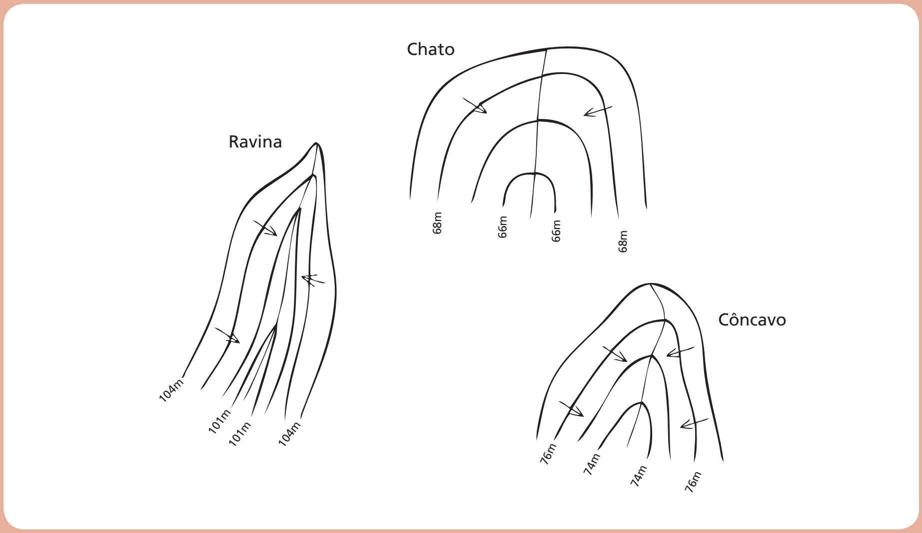


Figura 4.15: Formas de vales

Divisor de águas: linha formada pelo encontro de duas vertentes opostas (pelos cumes) e segundo a qual as águas se dividem para uma e outra destas vertentes.

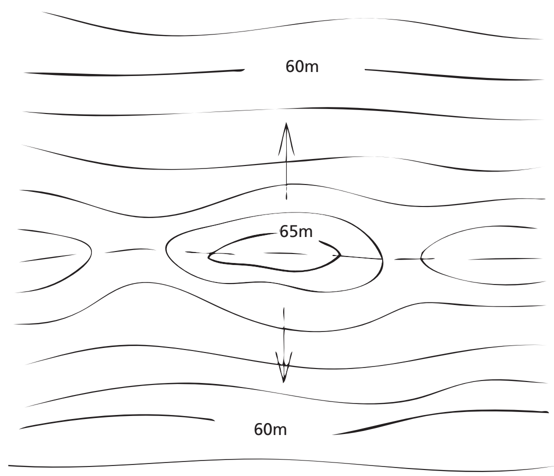


Figura 4.16: Divisor de águas

Dorso: superfície convexa formada pela reunião de duas vertentes opostas (pelos cumes). Segundo Espartel (1987) podem ser alongados, planos ou arredondados. Neste, as curvas de nível de menor valor envolvem as de maior.

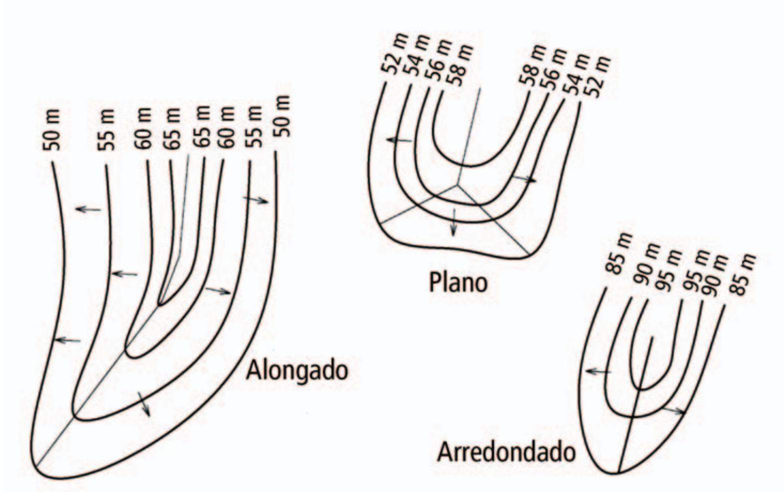


Figura 4.17: Formas de dorsos

O talvegue está associado ao vale, enquanto o divisor de águas está associado ao dorso.

Leis do modelado terrestre

Por serem as águas (em qualquer estado: sólido, liquido e gasoso) as grandes responsáveis pela atual conformação da superfície terrestre, é necessário que se conheçam algumas das leis que regem a sua evolução e dinâmica, de forma a compreender melhor a sua estreita relação com o terreno e a maneira como este se apresenta.

Leis:

1a. Lei: Qualquer curso d'água está compreendido entre duas elevações cujas linhas de crista vão se afastando à medida que o declive da linha de aguada vai diminuindo.

2a. Lei: Quando dois cursos d'água se encontram, a linha de crista que os separa está sensivelmente orientada no prolongamento do curso d'água resultante.

3a. Lei: Se dois cursos d'água descem paralelamente uma encosta e tomam depois direções opostas, as linhas que separam os cotovelos indicam a depressão mais profunda entre as vertentes.

4a. Lei: Se alguns cursos d'água partem dos arredores de um mesmo ponto e seguem direções diversas, há, ordinariamente, na sua origem comum, um ponto culminante.

5a. Lei: Se duas nascentes ficam de um lado e de outro de uma elevação, existe um cume na parte correspondente da linha de crista que as separa.

6a. Lei: Em uma zona regularmente modelada, uma linha de crista se baixa quando dois cursos d'água se aproximam e vice-versa. Ao máximo afastamento corresponde um cume, ao mínimo, um colo.

7a. Lei: Em relação a dois cursos d'água que correm em níveis diferentes, pode-se afirmar que a linha de crista principal que os separa aproxima-se, sensivelmente, do mais elevado.

8a. Lei: Sempre que uma linha de crista muda de direção lança um contraforte na direção de sua bissetriz. Este contraforte pode ser pequeno, mas sempre existente.

9a. Lei: Quando dois cursos d'água vizinhos nascem do mesmo lado de uma encosta um contraforte ou uma garupa se lança entre os dois e os separa, na interseção da linha de crista desse contraforte com a linha de crista principal existe um ponto culminante.

10a. Lei: Se um curso d'água se divide em muitos ramos sinuosos e forma ilhas irregulares, pode-se concluir que o vale é largo e a linha de aguada tem pouca inclinação. Se, ao contrário, existe um único canal, pode-se concluir que o vale é estreito e profundo e a linha de aguada é bastante inclinada.

Fonte: Brandalize ([20-?], p. 99-104).

1. Explique com suas palavras:

a) Qual a diferença de cota e altitude.

b) O que é uma diferença de nível.

c) Quais as operações matemáticas utilizadas num nivelamento geométrico, e por que ele é mais preciso que o trigonométrico.

2. Considerando as curvas de nível a seguir responda:

a) Que tipo de acidente geográfico está representado?

b) Qual a diferença de nível entre a curva de nível mais alta e a mais baixa?

c) Indique na figura um local plano e outro com a inclinação do terreno mais acentuado.

d) Indique na figura qual o melhor local para atravessar esse acidente geográfico.

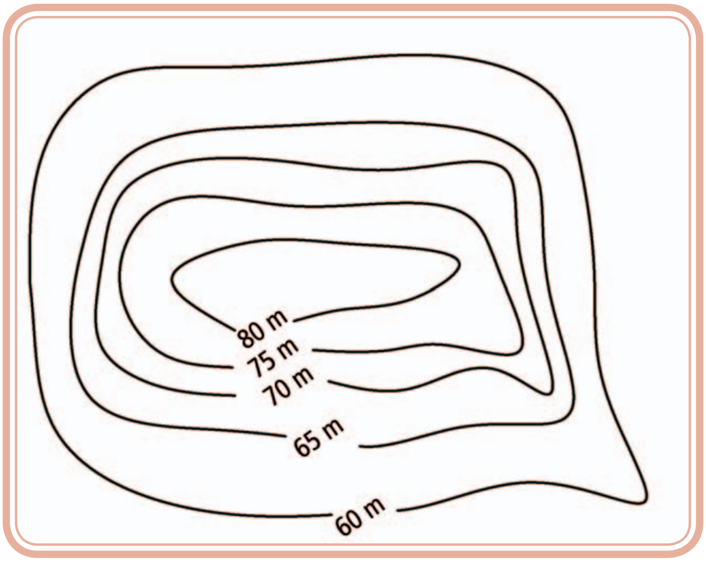


Figura 4.18: Acidente geográfico em curvas de nível

3. Considerando as curvas de nível a seguir responda:

a) Que tipo de acidente geográfico está representado na figura?

b) No caso de uma chuva, indique na figura qual a possível trajetória da água no acidente geográfico e qual o nome da linha traçada?

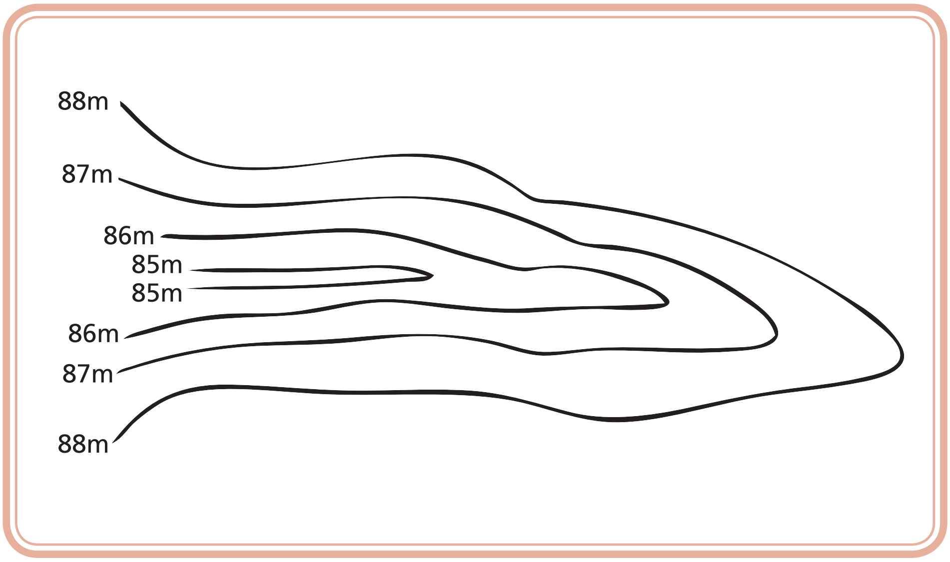


Figura 4.19: Acidente geográfico em curvas de nível

4. Defina os seguintes acidentes geográficos.

a) Talvegue:

b) Divisor de água:

c) Vale:

5. Por que duas curvas de nível não podem se cruzar?

Neste momento final do nosso curso, você estará apto a desenvolver esse assunto como um todo, recorrendo a livros específicos de topografia e ampliando cada vez mais seus conhecimentos. A topografia básica é apenas uma disciplina do curso técnico em Agropecuária.

Não é nosso intuito que você, após ter estudado esses textos, execute serviços topográficos como se fosse um técnico em agrimensura (este é outro curso), mas tenho a confiança que esta introdução à topografia tenha lhe deixado mais preparado para lidar com os projetos agrícolas que virão no decorrer de sua vida profissional, e ainda tenha deixado você com uma visão mais ampla das formas geométricas que o nosso criador deixou escondido atrás da beleza que é a natureza.

Faremos agora a nossa última avaliação. Boa sorte!

Resumo

Nesta aula, os conceitos apresentados já tinham sido comentados em aulas anteriores, ela adicionou conhecimentos em relação a cálculos de transporte de altitudes e traçados de curvas de nível.

Atividade de aprendizagem

1. Responda:

a) O que é altitude?

b) O que é curva de nível?

c) O que é um cume?

d) O que é uma serra?

2. Calcule a caderneta de nivelamento geométrico. E, em seguida, responda:

CARDENETA DE NIVELAMENTO				
Estaca	**Leitura ré**	**Leitura vante**	**Plano de referência**	**Altitude**
E0	1,897	-		80,000
E1	-	0,907		
E2	-	1,300		
E3	-	2,104		
E3	3,400	-		
E4	-	0,038		
E4	3,988	-		
E5		1,243		
E6		2,435		
E7		1,228		

E8		0,002
E8	3.001	
E9		1,676
E10		1,432

a) Quantas vezes o nivelador tirou o aparelho do lugar, gerando uma outra referência de nível?

b) Quais as altitudes das estacas E7, E9 e E10?

3. Represente um morro de 15,00 metros de altura com altitude do topo de 101,00 m, num plano horizontal, com o auxilio de curvas de nível espaçadas de metro em metro.

4. Na depressão a seguir, indique na figura a área a ser alagada para uma possível formação de um tanque para criação de peixe com uma lâmina d'água mínima de 2,00 m e máxima de 4,00 m de profundidade.

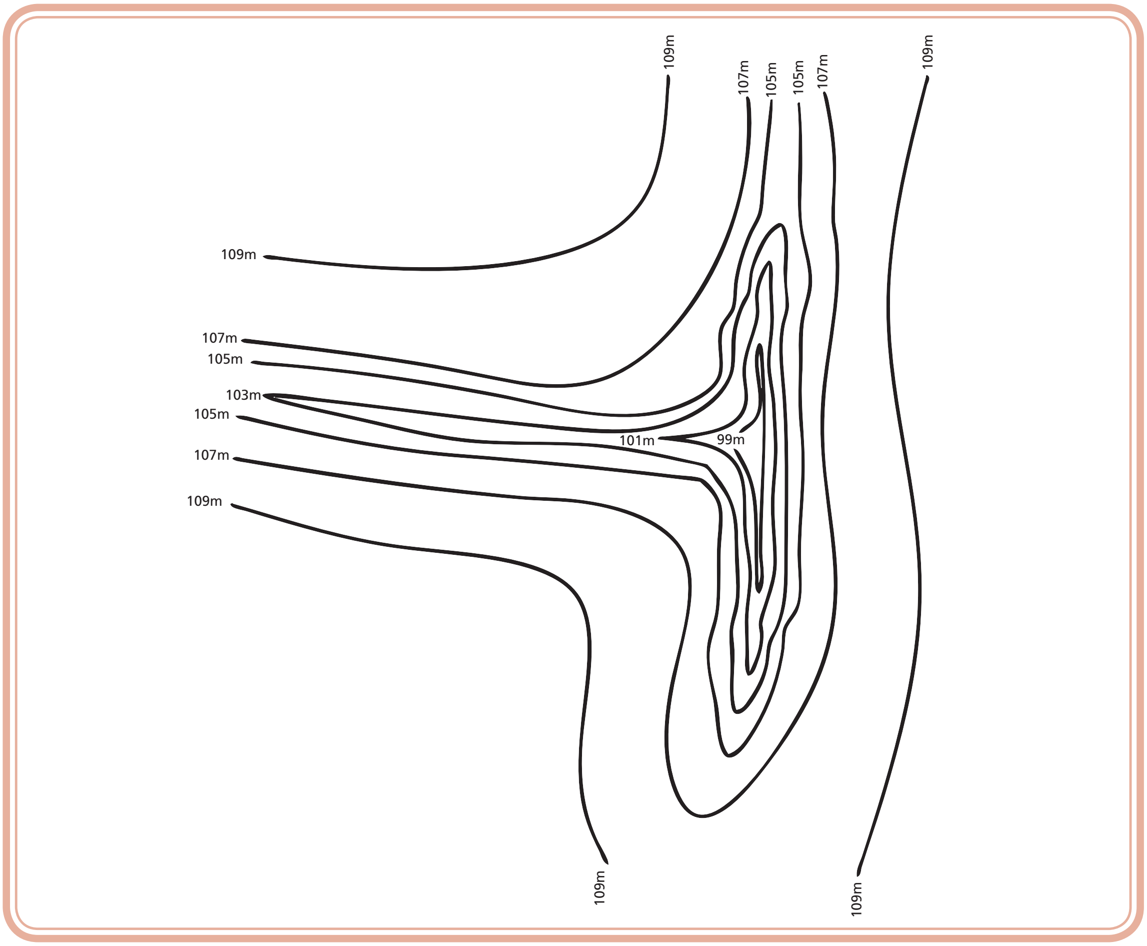


Figura 4.20: Acidente geográfico em curvas de nível

5. Trace as curvas de nível no plano cotado a seguir, rotulando-as de metro em metro.

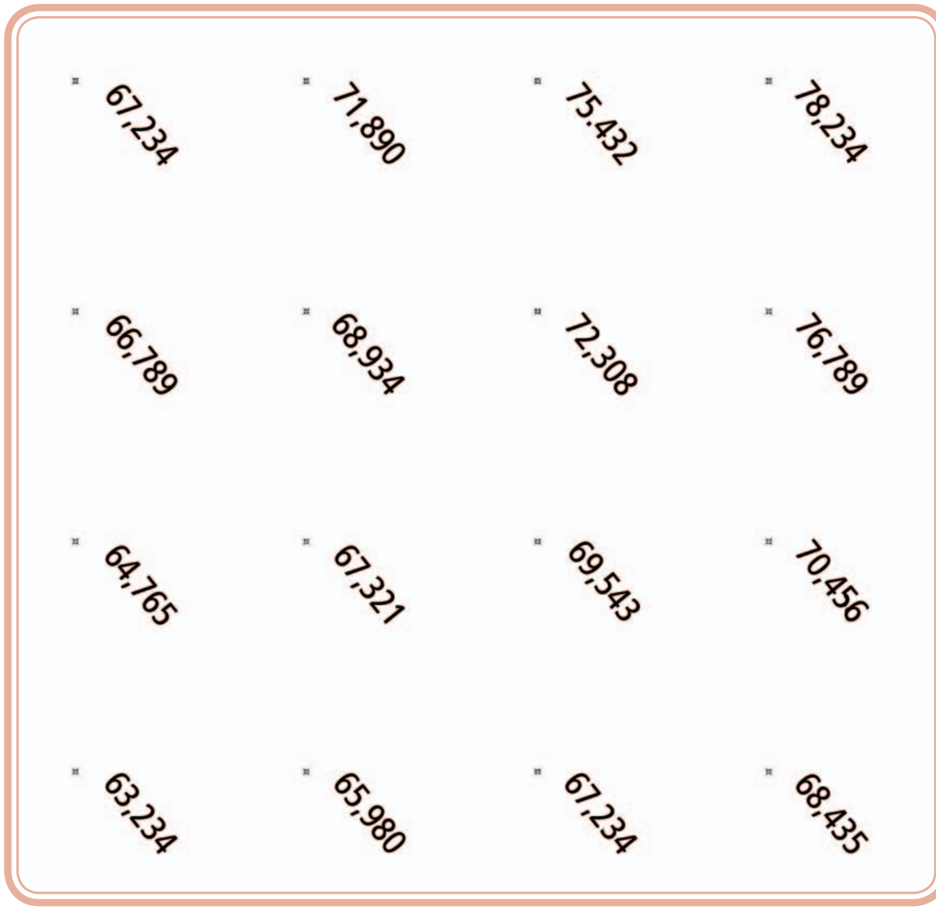


Figura 4.21: Plano cotado para traçado de curvas de nível

Referências

BRANDALIZE, Maria Cecília Bonato. **Apostila 1:** topografia. PUC/PR. Disponível em: <www.topografia.com.br/dowloads.asp>. Acesso em: 29 nov. 2010.

_______. **Apostila 2:** medidas angulares. PUC/PR. Disponível em: <www.topografia.com.br/dowloads.asp>. Acesso em: 29 nov. 2010.

DOLCE, Osvaldo; POMPEU, José de Nicola. **Fundamentos de matemática elementar.** 8. ed. São Paulo: Atual, 2004. (Geometria Plana, 9).

LEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar.** 8. ed. São Paulo: Atual, 2004. (Trigonometria, 3).

McCORMAC, Jack C. **Topografia.** Tradução Daniel Carneiro da Silva; Revisão Técnica Daniel Rodrigues dos Santos, Douglas Corbari Corrêa, Felipe Coutinho Ferreira da Silva. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

SPARTEL, Lelis. **Curso de topografia.** Editora Globo, 1975.

Curriculo do Professor-Autor

Prof. Simoney Ferreira Lima

Topógrafo, militar formado pela Escola de Especialista de Aeronáutica (EEAR) com vinte e três anos de experiência em levantamentos topográficos, fiscalizações em obras pelo Comando da Aeronáutica.

Professor colaborador no Instituto Federal de Educação do Amazonas. Formado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade do Estado do Amazonas.

rede e-Tec Brasil